

宇宙における電磁波の放射

参考書

電磁気学 平川浩正著

電気力学 平川浩正著

“High Energy Astrophysics” Vol.1,2 Malcolm S. Longair

“Radiative Processes in Astrophysics” Rybicki & Lightman

“Tools of Radio Astronomy” Rohlfs & Wilson

電波の範囲

- 電波＝周波数の低い電磁波
 - － 大まかな定義の範囲
 - － $\nu < 10^{12}$ Hz (1THz)
 - － $\lambda > 0.3$ mm
- 電磁波の呼び名
 - － < 1 GHz・・・UHF、VHF、HF、MF、LF
 - － 1～30GHz・・・マイクロ波(!?)
 - 歴史的な理由で、ミリ波より波長が長いのに「マイクロ波」
 - － 30～1000GHz・・・ミリ波・サブミリ波

電磁波の種類

- 連続波

- 広い周波数の範囲に放射を行う

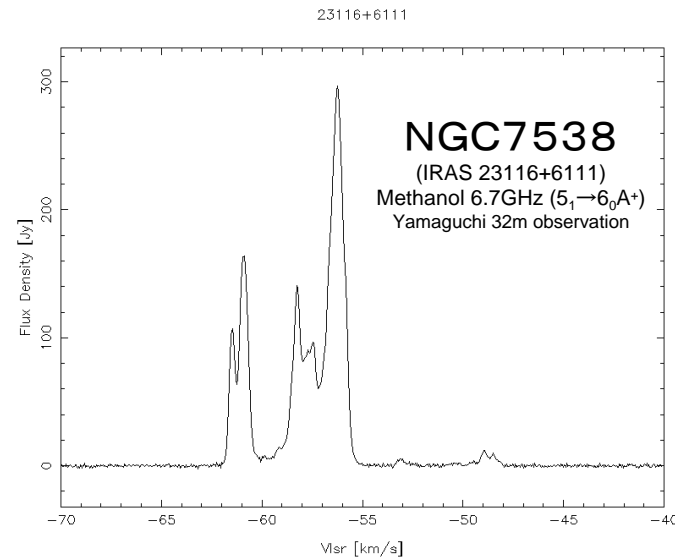
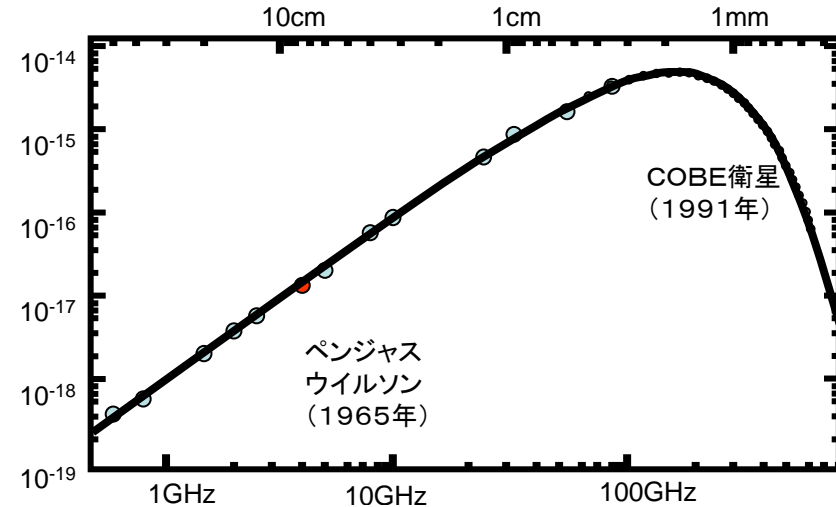
- 例: 宇宙背景放射の電波は1GHz~1THzのどの周波数でも観測される

- 線スペクトル

- 特定の周波数付近で放射を行う(量子力学的なエネルギー準位の離散化)

- 吸収線となる場合もある

- 例: 6.7 GHzメタノール・メーザの輝線は6668MHzを中心に、100kHz程度の幅しか持たない



宇宙電波の種類

- 連続波
 - 熱放射
 - 太陽の光球、惑星、星間ダスト、宇宙背景放射など
 - シンクロトロン放射
 - 銀河電波、超新星残骸、活動銀河核、マイクロクエーサーなど
 - 自由・自由放射
 - HII領域、太陽コロナなど
- スペクトル線
 - 中性水素HI: 1.42GHz
 - 一酸化炭素CO: 115GHz
 - H₂Oメーザ: 22GHz
 - SiOメーザ: 43GHz
- 線スペクトルの重要性
 - 様々な原子・分子・イオン
 - 様々な励起状態
 - 回転・振動・電子励起
 - 組成・存在量・温度・速度など
様々な物理量を知る手がかりとなる

電磁波の放射

- 古典的な電磁波放射
 - 電荷 ρ ・電流 i が加速度運動をすると電磁波が放射される
- 量子力学的な電磁波放射＝放射遷移
 - おおむね古典論と同様の考え方で理解できる
- 電気双極子
 - 電磁波放射を取り扱う基本的な方法は電気双極子による近似

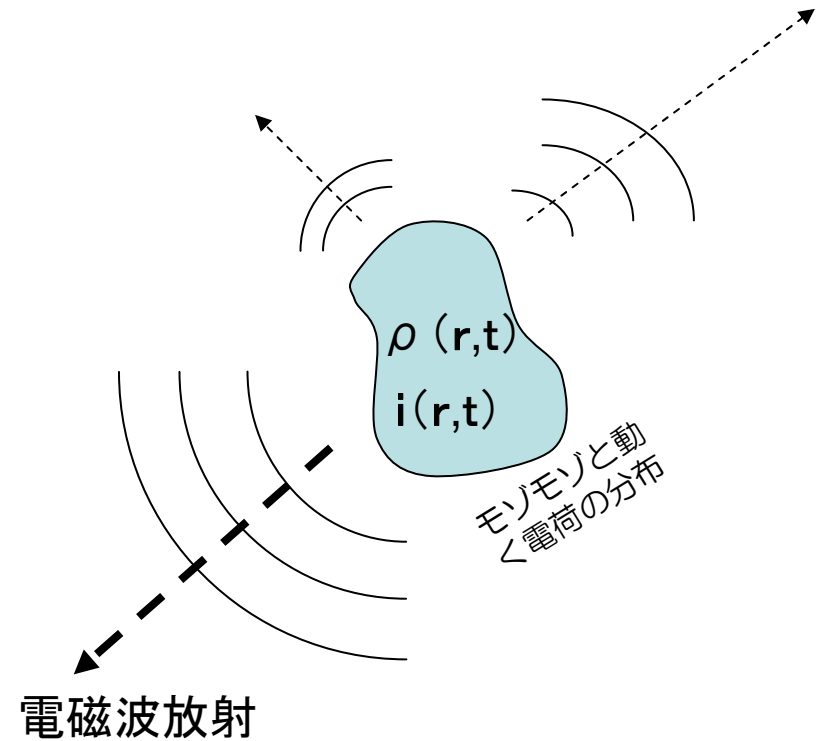
古典的な電磁波の放射

- 古典電磁気学
 - 電荷が加速度運動をすると電磁波が放射される
- 任意の時間変動を単振動で表す
 - フーリエ級数展開=任意の関数は単振動の重ねあわせで表せる。
 - 時間変動は、単振動だけを考えればよい。

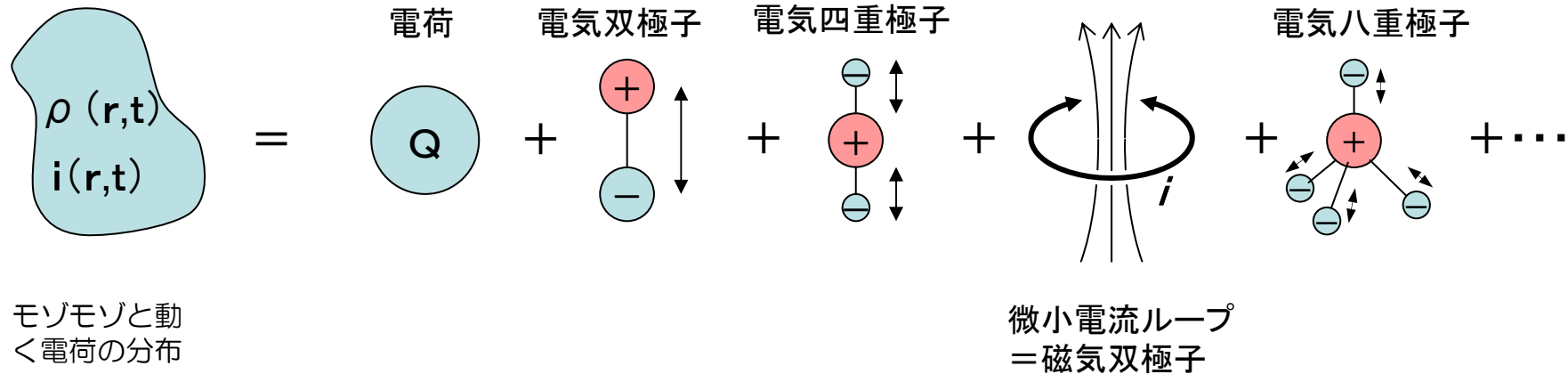
$$ae^{-i\omega t}$$

- 電荷の運動
 - 電荷分布 $\rho(\mathbf{r},t)$
 - 電流分布 $\mathbf{i}(\mathbf{r},t)$
 - 電磁波放射の強度・角度分布は ρ と \mathbf{i} によって全て決まる
 - ρ と \mathbf{i} は「連続の式」で関係

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{i} = 0$$



多重極展開



- 電荷分布の時間変動

= (電気双極子 + 電気四重極子 + 微小電流ループ + 電気八重極子 + ...) の時間変動



利点

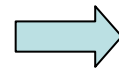
1. 各項の電磁波放射は理論的に容易に計算できる
2. 実際の放射に寄与するのは、ほとんど電気双極子だけ

電気双極子

- 電荷±qがdだけ離れたもの

- 電気双極子モーメントp

$$p = qd$$



双極子モーメントの大きさpと角周波数 ω だけで放射パワーがわかる

- ω で単振動する電気双極子

$$p(t) = p e^{-i\omega t}$$

- 単振動する双極子放射パワー

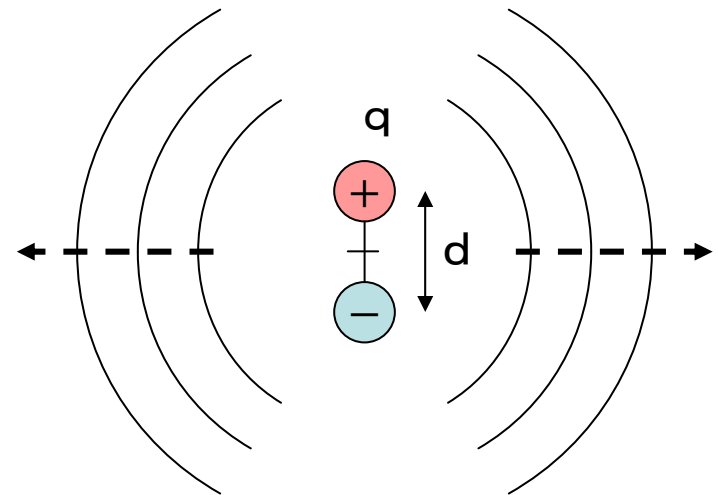
$$P = \frac{|p|^2 \omega^4}{3\pi\epsilon_0 c^3}$$

- 一般的な双極子放射パワー

$$P(\omega) = \frac{q^2}{3\pi\epsilon_0 c^3} |\dot{\mathbf{v}}(\omega)|^2$$

周波数に分布がある

$d(t) = d_0 e^{-i\omega t}$ とすれば上式に一致する



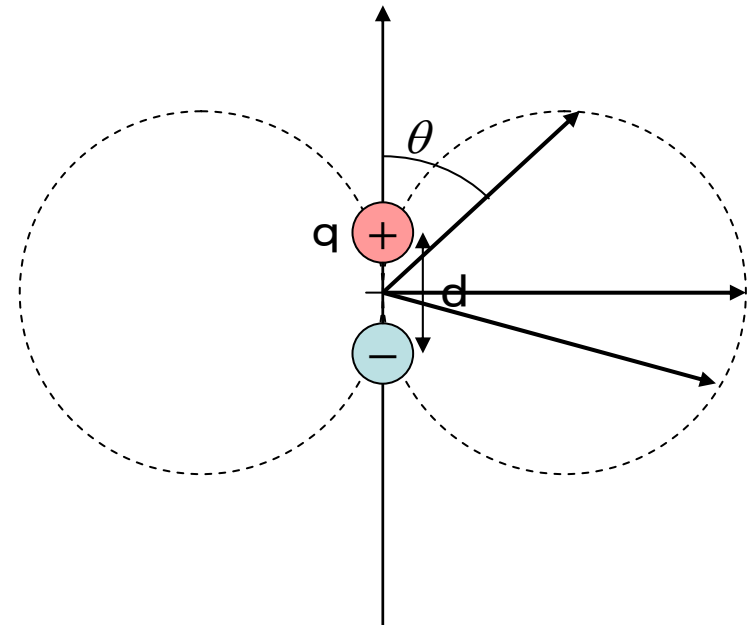
電気双極子

- 放射の角度分布
 - 単振動する双極子放射のポインティングベクトル

$$S_r = \frac{|p|^2 \omega^4}{8\pi\epsilon_0 c^3} \sin^2 \theta \frac{1}{R^2}$$

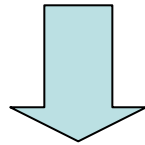
- 振動の軸に垂直方向へ強い放射
振動の軸方向は放射が出ない
- 原点から十分離れた球面上で積分すると、全放射パワーとなる

$$P = \int_{4\pi R^2} S_r dS = \frac{|p|^2 \omega^4}{3\pi\epsilon_0 c^3}$$



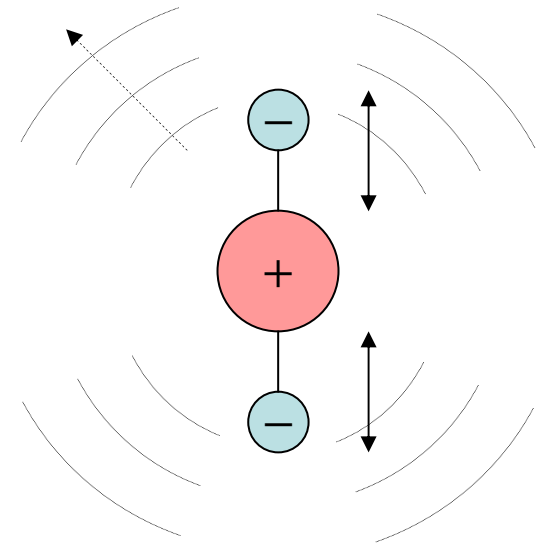
電気双極子モーメントが0の系

- 電荷分布が時間変動しても互いに打ち消しあうので、遠方で観察するとほとんど電磁場の変動が感じられない



電磁波の放射は0ではないが、
とても弱い(放射能率が低い)

例: 電気四重極子しかない系



荷電粒子の加速度運動

- 荷電粒子が加速度運動をすると電磁波を放射
 - 放射のパワーや角度分布は電気双極子でほぼ近似できる
 - 加速度運動を起こす現象のそれぞれについて双極子モーメントを調べて、放射の素過程を考察
- 制動放射
 - 加速度:クーロン力(電場)
 - プラズマ中の荷電粒子の接近・衝突
 - 自由-自由放射とも呼ばれる
- シンクロトロン放射
 - 加速度:ローレンツ力(磁場)
 - 磁場中の荷電粒子の運動
 - 粒子はしばしば相対論的な速度
 - 磁場の向きを反映した偏波
- 熱放射
 - 熱的な電子の運動
 - 物質の表面の電荷の熱振動
 - あらゆる物体は熱放射をしている

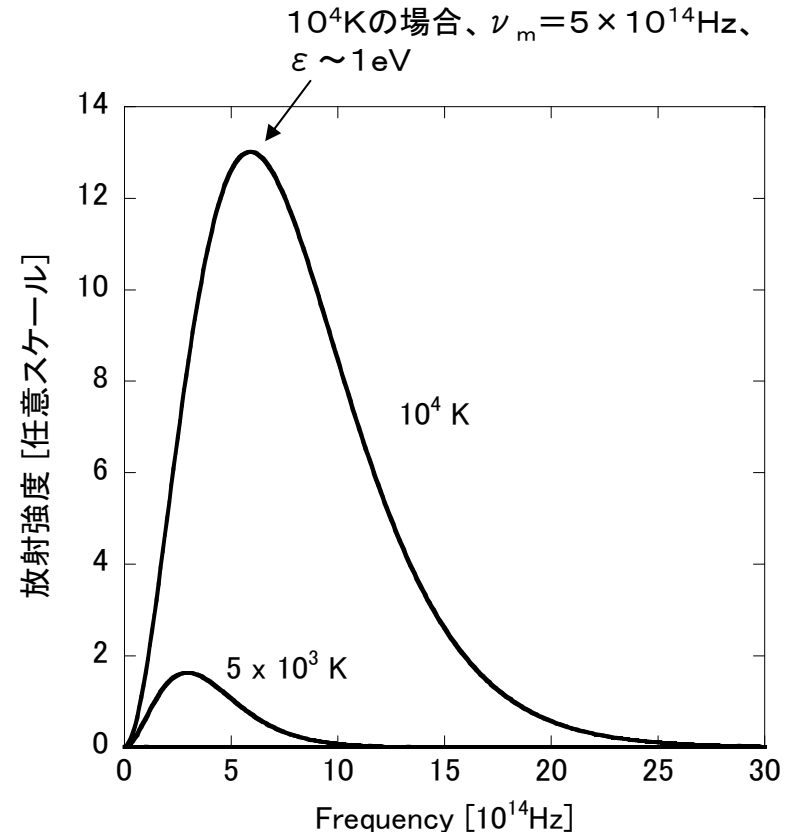
黒体放射(光学的に厚い熱的放射)

- ある空間における温度 \leftrightarrow 存在する光子のエネルギー分布
 - エネルギー分布を決める式=プランクの放射の式

$$W(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

- 温度に対応したピーク周波数・強度
 - 温度が高いとピーク周波数も高い(比例)
 - 温度が高いとピーク強度も高い(3乗倍)
 - 周波数で積分すると温度の4乗に比例(シュテファン・ボルツマンの法則)
- 特定のエネルギーの付近(ピーク周波数)の光子が多数存在する
 - ピーク周波数

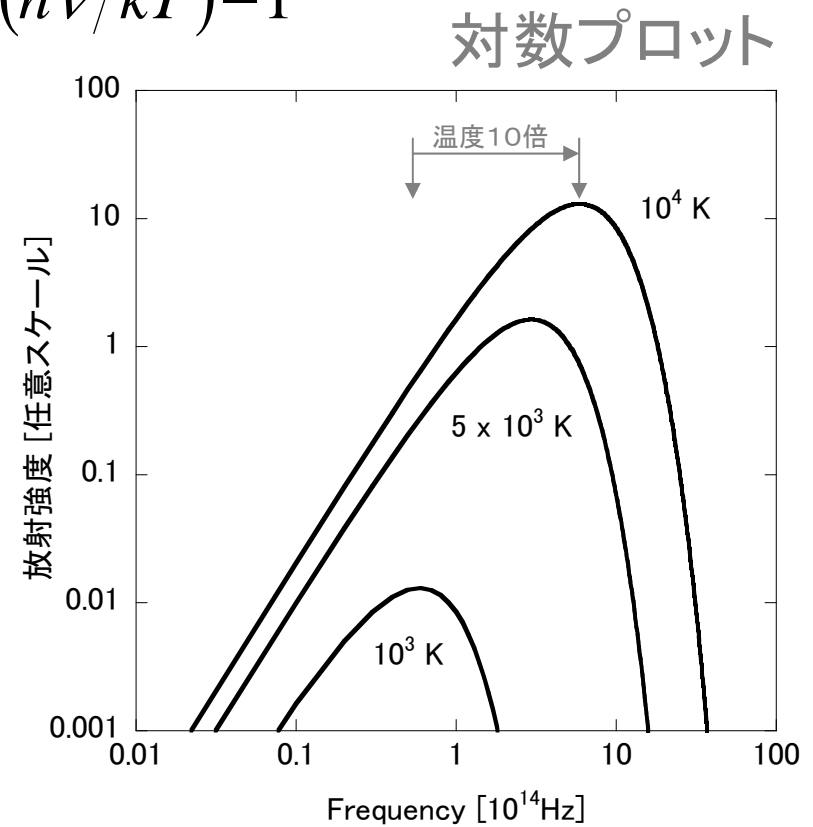
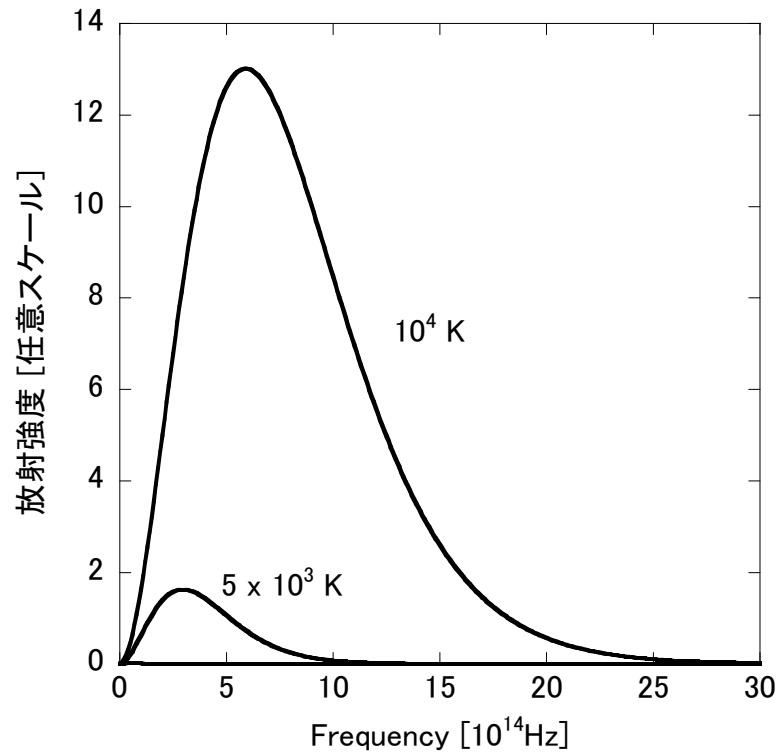
$$h\nu_m = 2.82kT$$



温度のエネルギー kT にほぼ等しいエネルギーをもつ光子が多数存在する

プランクの放射の式

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$



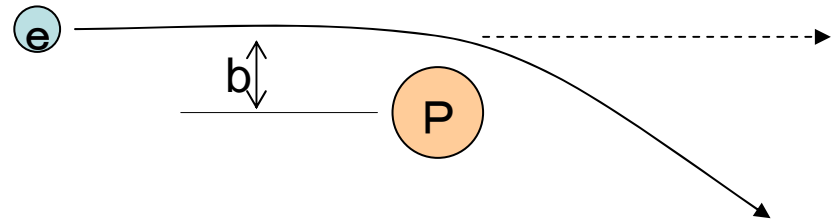
温度に関する基本的な放射

恒星の放射は黒体放射でかなり近似できる。宇宙背景放射はほぼ完璧な黒体放射

制動放射（自由-自由放射）

- 荷電粒子の衝突
 - 電離ガス=プラズマ中で、電子と原子核が衝突する場合
 - 原子核-電子間のクーロン力で電子の運動に制動がかかり、加速度運動
- 典型的なケース
 - 速度 v 、衝突係数 b で衝突
 - 散乱角は小さいので、電子軌道は曲がらないと近似
 - クーロン力が作用する時間は b/v の間のみ

結果 



- 放射スペクトル

$$P(\omega) = \frac{Z^2 e^6}{12\pi^3 \epsilon_0^3 c^3 m_e^2 v} \ln \left(\frac{8\pi\epsilon_0 m_e v^3}{Ze^2 \omega} \right)$$

- ほぼ定数
- ただし最高周波数で打ち切り

$$\omega_{\max} = m_e v^2 / 2\hbar$$

- 放射パワー

$$P = \frac{Z^2 e^6 v}{24\pi^3 \epsilon_0^3 c^3 m_e \hbar} \ln \Lambda$$

1に近い係数

熱的分布・多粒子の制動放射

- 温度 T 、数密度 N のプラズマ

- 粒子の速度分布=マックスウエルの分布

$$N(v)dv = 4\pi N \left(\frac{m_e}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2kT} \right) dv$$

- プラズマ中の粒子が制動放射をする場合の放射スペクトル (ただし低周波数側の極限)

$$P(\omega) = \frac{Z^2 e^6 N^2}{12\sqrt{3}\pi^3 \epsilon_0^3 c^3 m_e^2} \left(\frac{m_e}{kT} \right)^{\frac{1}{2}} \underbrace{g(\omega, T)}_{\substack{\text{ガウント係数} \\ \sim 1}}$$

- ほぼ定数

- 吸収係数 κ_ν

$$\kappa_\nu = \frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{\pi}{6} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{Z^2 e^6 N^2}{\epsilon_0^3 c^3 m_e^2} \left(\frac{m_e}{kT} \right)^{\frac{1}{2}} g(\omega, T) \exp\left(-\frac{h\nu}{kT} \right)$$

ほぼ定数

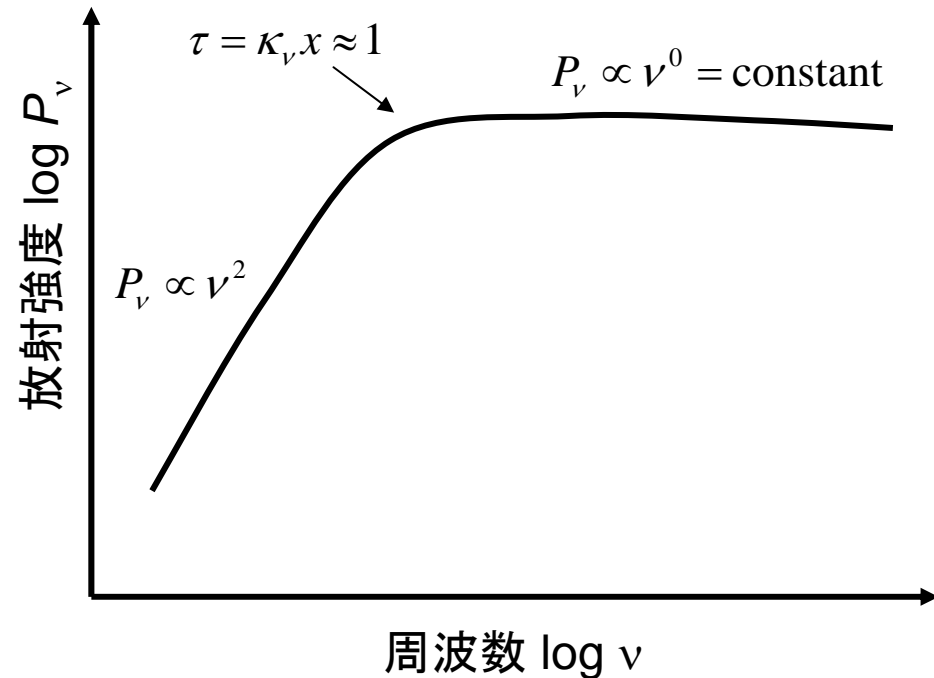
- 数密度の2乗に比例する

- 電波は一般に $h\nu \ll kT$ 。吸収係数はほぼ定数、光学的に厚くなることがある。光学的に厚い場合は、温度 T の黒体放射で近似できる

熱的分布・多粒子の制動放射

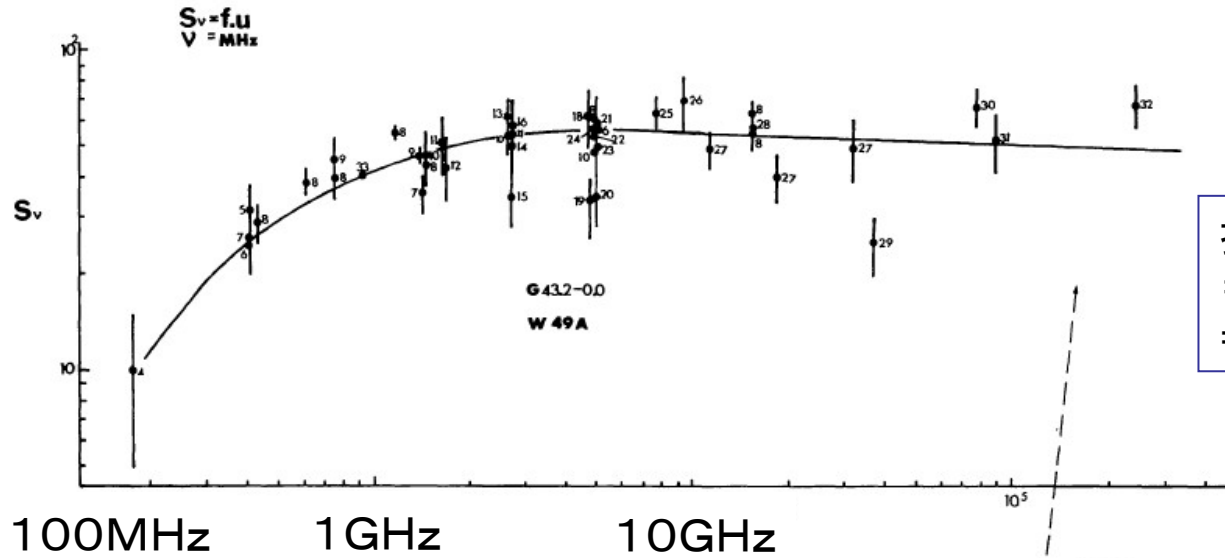
- スペクトル

- $\tau = \kappa x = 1$ となる周波数以下では、放射強度は周波数の2乗に比例
 - 黒体放射のスペクトル(レイリー・ジーンズの法則)
- それ以上では、周波数によらずほぼ一定の強度
- 特徴的な折れ曲がりのあるスペクトル
- 折れ曲がりの周波数・放射強度は、天体の電子密度を反映

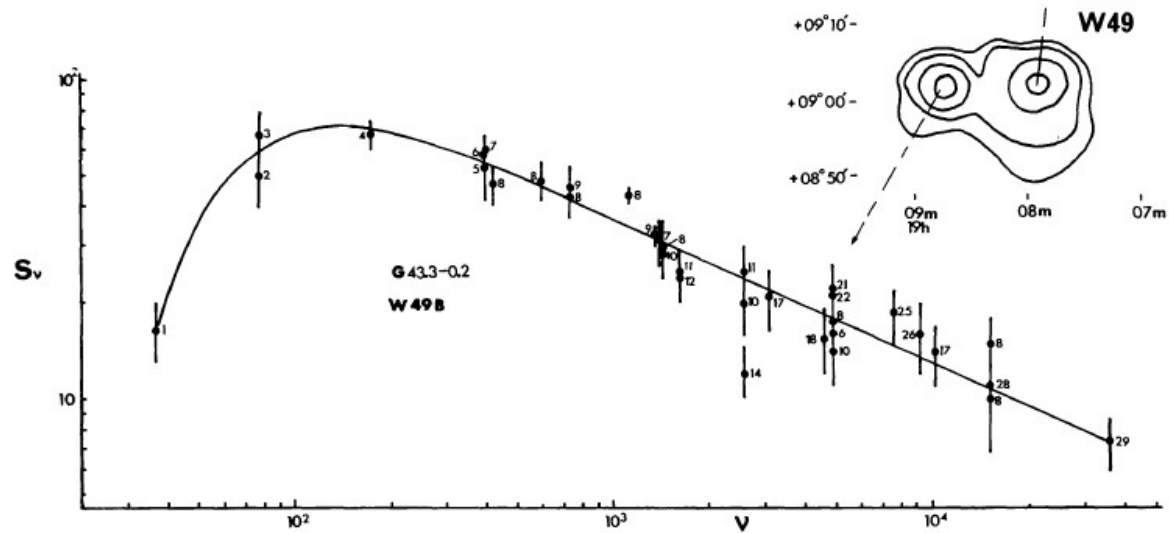


⇒ スペクトルの観測(折れ曲がり周波数)から、電子密度を推定できる

天体W49の構造とスペクトル



折れ曲がり平坦なスペクトル
= 典型的な熱的プラズマ
⇒ HII領域と考えられる



空間構造
(電波強度分布)

折れ曲がりの先で減少するスペクトル
= シンクロトロン放射
⇒ 超新星残骸と考えられる

Goudis (1977)

シンクロトロン放射

- 磁場B中の荷電粒子

- 非相対論的な場合 ($\gamma \sim 1$)

- 角速度 ω で回転

$$\omega_0 = \frac{qB}{m}$$

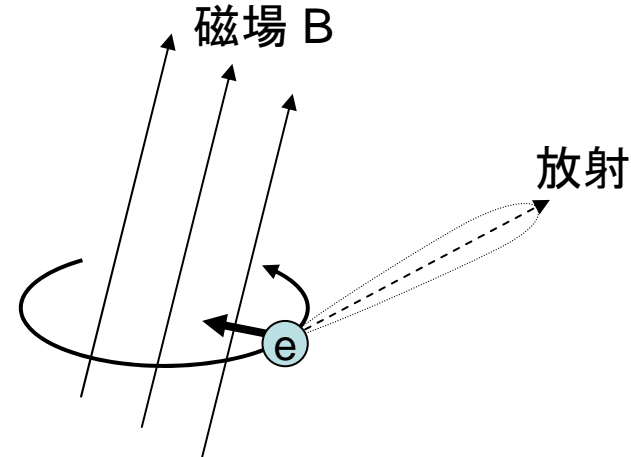
- 軌道半径 a 、速度 v によらない

- 相対論的な場合 ($\gamma > 1$)

$$\omega_0 = \frac{qB}{m} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{qB}{m} \frac{1}{\gamma}$$

- 全放射パワー

$$P = \frac{q^2 v^2 \omega_0^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \gamma^4 = \frac{q^4 v^2 B^2 \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m^2}$$

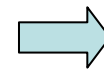


- 放射の角度分布

- 相対論的光行差により放射は粒子の進行方向に強く収束される

- 偏光

- 磁場に向きがあるため、軌道面内（磁場に垂直）方向に直線偏光する



偏光観測によって、磁場の向きを推定できる

シンクロトロン放射のスペクトル

- 放射スペクトル

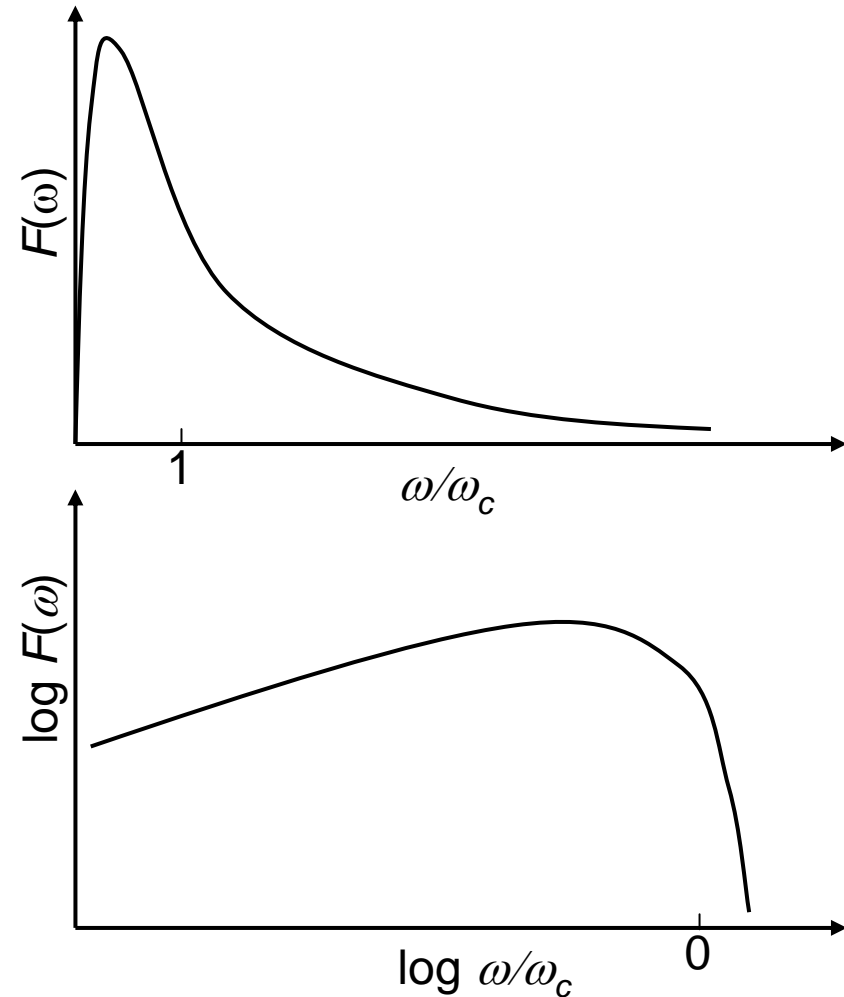
$$P(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B}{8\pi\epsilon_0 cm} F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

$$\omega_c = \frac{3eB}{4\pi m} \gamma^2 \quad \text{臨界周波数}$$

この周波数付近で放射強度はピークとなる
⇒高いエネルギーの粒子ほど、高い周波数の放射を出す

$F(x)$ 右図

$x > 1$ では急激に小さくなる



非熱的な多粒子系

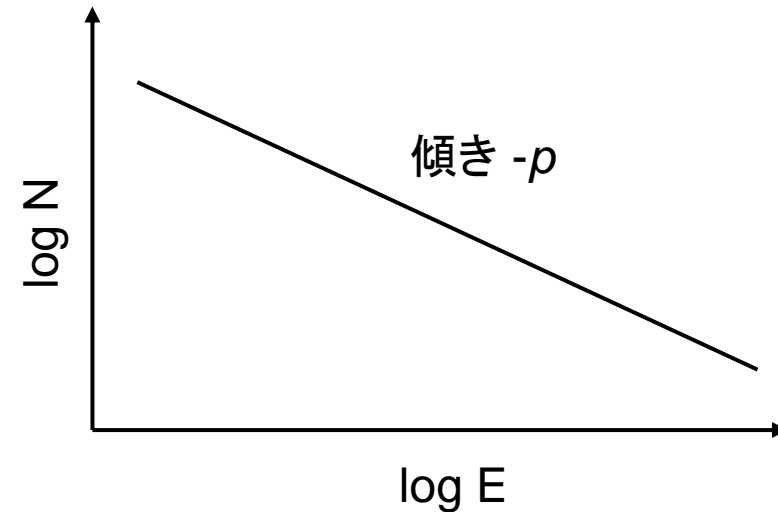
- べき関数エネルギー分布

$$N(E)dE = kE^{-p}dE$$

- 単位エネルギー幅dEに存在する粒子数
- この標記(kが複雑な次元を持つ)が気持ち悪い場合は、次の式を使ってもよい

$$N(\gamma)d\gamma = k'\gamma^{-p}d\gamma \quad k = k'(mc^2)^{p-1}$$

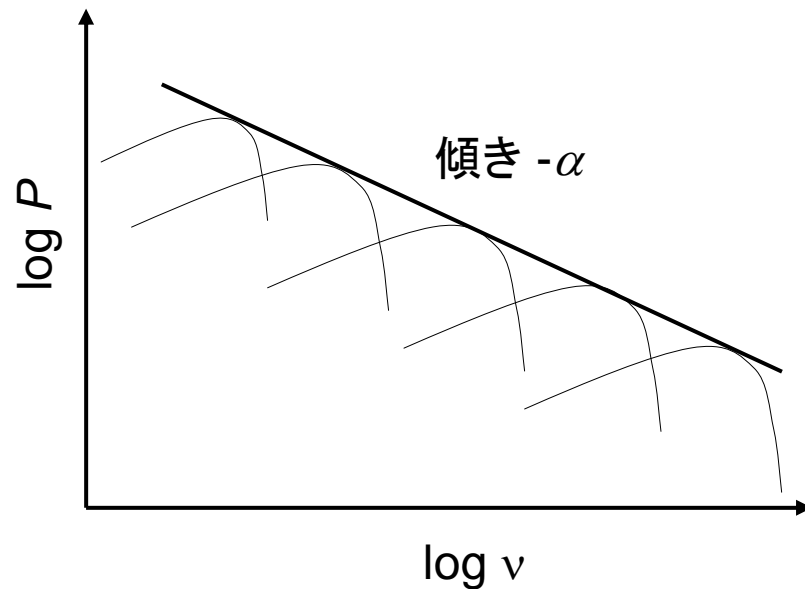
- p をエネルギー指数(エネルギー・インデックス)とよぶ
- このエネルギー分布は、一つの温度Tでは表せない
⇒非熱的



- エネルギー指数は、どれほど高エネルギーの粒子が存在するかを表す指標
- これを知ることが非熱的放射源の理解の手法の一つ

非熱的多粒子系のシンクロトロン放射

- 様々なエネルギー分布の粒子によるシンクロトロン放射の重ね合わせ



- 高エネルギー粒子が多いと、高い周波数まで放射が続き、フラットなスペクトルになる

- 体積放射率(電波強度)

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 Bk}{8\pi^2 \varepsilon_0 cm(p+1)} \int_0^\infty F(x)x^{(p-3)/2} dx$$

$$= \frac{\sqrt{3}q^3 Bk}{8\pi^2 \varepsilon_0 cm(p+1)} \left(\frac{m^3 c^4}{3qB} \omega \right)^{-(p-1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} - \frac{1}{12}\right)$$

$$J(\nu) \propto \nu^{-(p-1)/2}$$

$$= \nu^{-\alpha}$$

$$\alpha = \frac{p-1}{2}$$

エネルギー分布がべき関数の場合は、放射スペクトルもべき関数になる
放射強度の周波数依存の係数 α はスペクトル指数と呼ばれる



スペクトル指数 α を観測すれば、エネルギー指数 p がわかる

シンクロトロン自己吸収

- シンクロトロン放射をする粒子による電磁波の吸収

– 吸収係数

$$\kappa_\nu \propto \nu^{-(p+1)/2}$$

– 放射強度

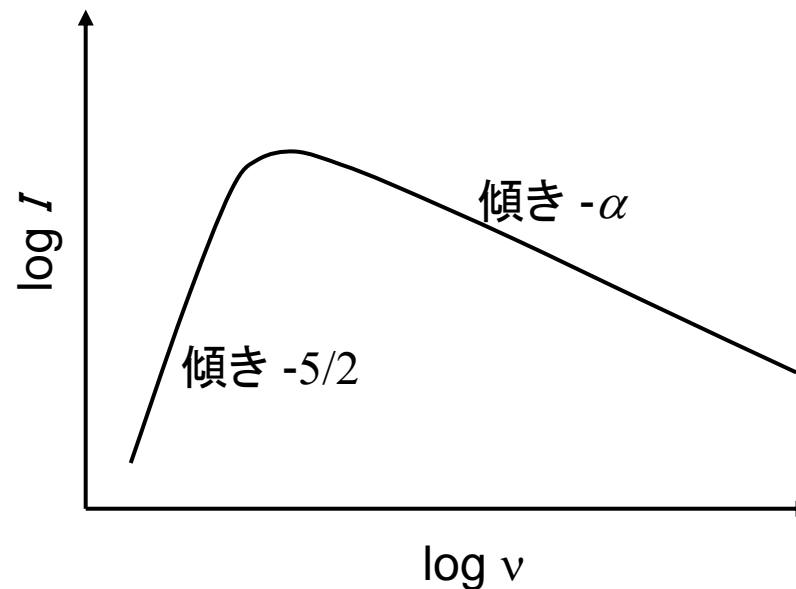
$$I_\nu = \frac{J(\nu)}{4\pi\kappa_\nu} (1 - \exp(-\kappa_\nu x))$$

$$= \frac{J(\nu)}{4\pi} x \quad \kappa_\nu x \ll 1$$

$$= \frac{J(\nu)}{4\pi\kappa_\nu} \quad \kappa_\nu x \gg 1$$

光学的に厚い場合は

$$I_\nu \propto \nu^{\frac{5}{2}} \quad \alpha = -\frac{5}{2}$$



- 低周波数側で傾きが $-5/2$ となる
- 黒体放射の $\alpha=-2$ とは異なる
 - 非熱的なエネルギー分布を反映

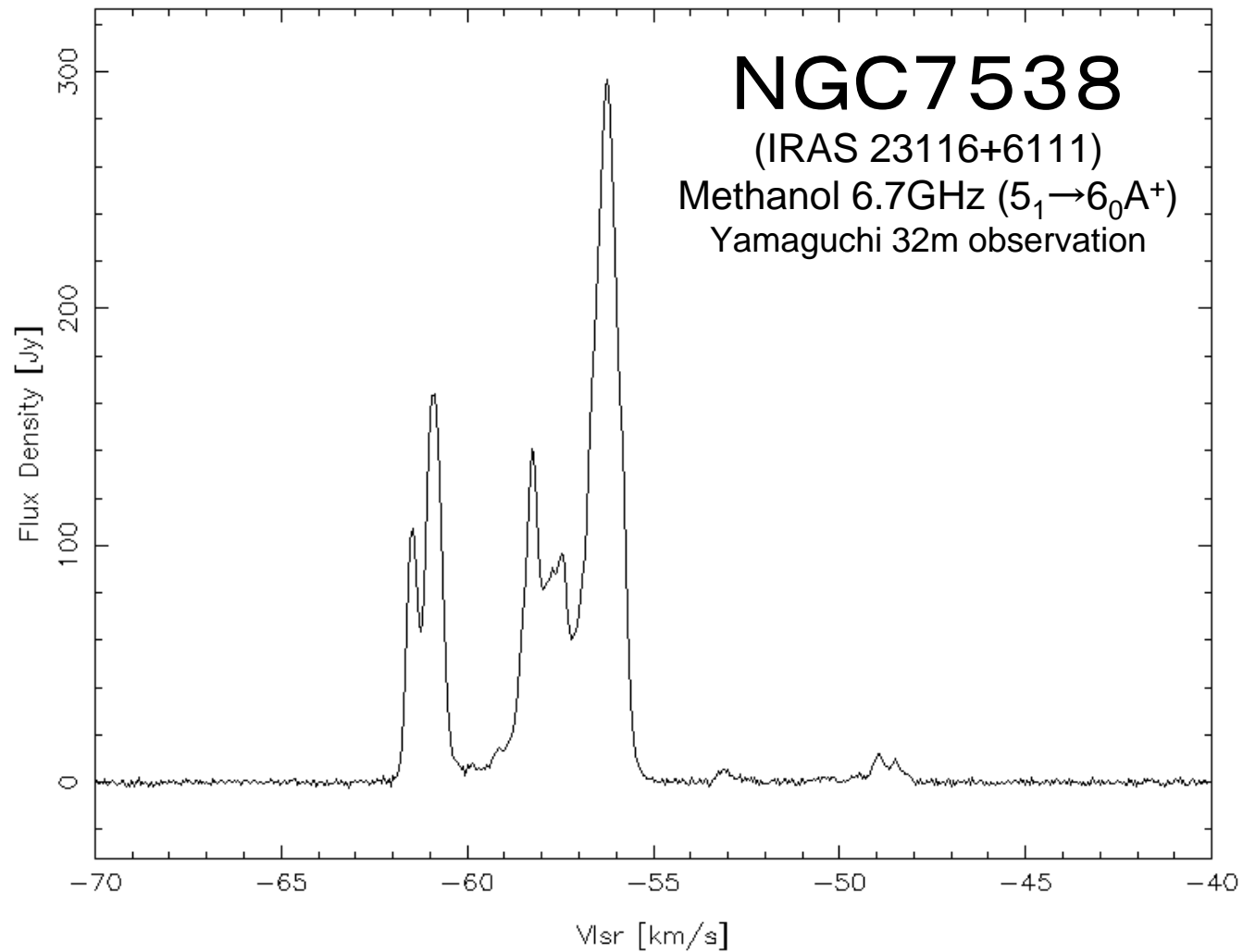
連続波放射のまとめ

- 荷電粒子が加速度運動すると電磁波が放射される
- 多数の粒子が関与する場合
 - 単一の温度で表せる粒子分布
熱的放射
 - 黒体放射
 - 熱的粒子の制動放射
 - 単一温度で表せない粒子分布
非熱的放射
 - シンクロトロン放射
- 黒体放射
 - プランクの関数であらわされる、基本的な放射
- 制動放射
 - 多くの場合に熱的分布のプラズマの放射なので、熱的な特徴
 - 低周波数側では光学的に厚く、黒体放射に一致
 - 高い周波数側ではスペクトル指数 $\alpha \sim 0$
 - 折れ曲がり周波数から密度を推定できる
 - 偏光していない
- シンクロトロン放射
 - 多くの場合に非熱的な高エネルギー粒子が放射
 - 偏光から磁場の向きを推定できる
 - スペクトル指数からエネルギー指数を知ることができる

線スペクトル

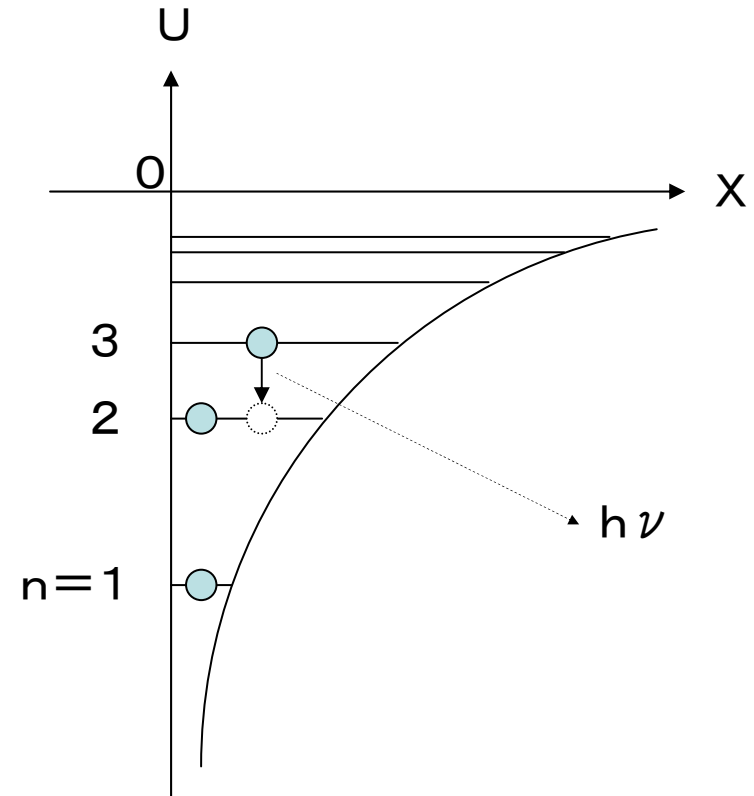
スペクトル線の例

23116+6111



量子力学とエネルギー準位

- 原子・分子の定常状態
 - 様々な励起状態が存在する
 - 原子・分子の種類に依存
 - 定常状態ではエネルギーが一定値をとる
 - エネルギー固有値(準位)
- 定常状態間で遷移
 - 光子の放出・吸収がともなう
 - エネルギー固有値の差
 - $\Delta \varepsilon = h\nu$
 - 遷移には選択側がある
 - 行きやすい・行けない遷移

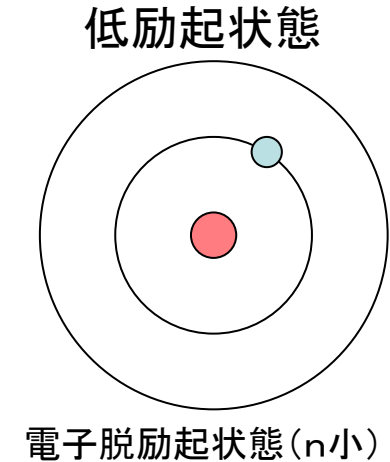
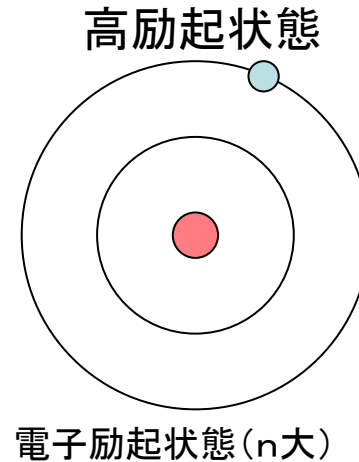


水素原子の電子のエネルギー例

様々な励起状態

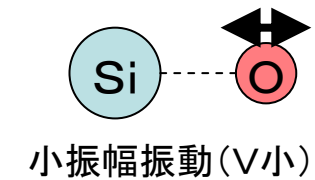
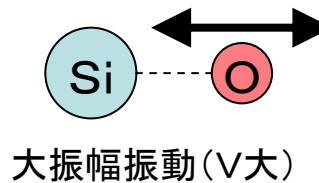
- 電子状態

- 例: 水素原子の電子の主量子数 n の変化
- 主に可視光・UV領域に放射・吸収



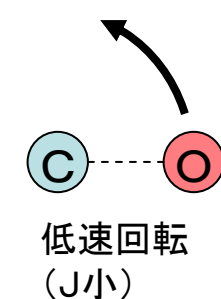
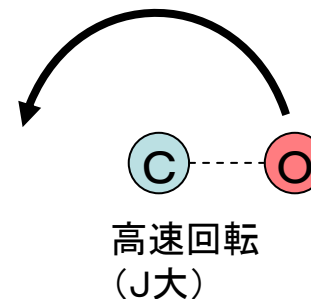
- 分子の振動状態

- 例: SiOの振動量子数 V
- 主に赤外線



- 分子の回転状態

- 例: CO原子の回転量子数 J
- 主にミリ波～マイクロ波



2原子分子COの回転準位

- 直線分子の回転エネルギー

$$E_r = hBJ(J + 1)$$

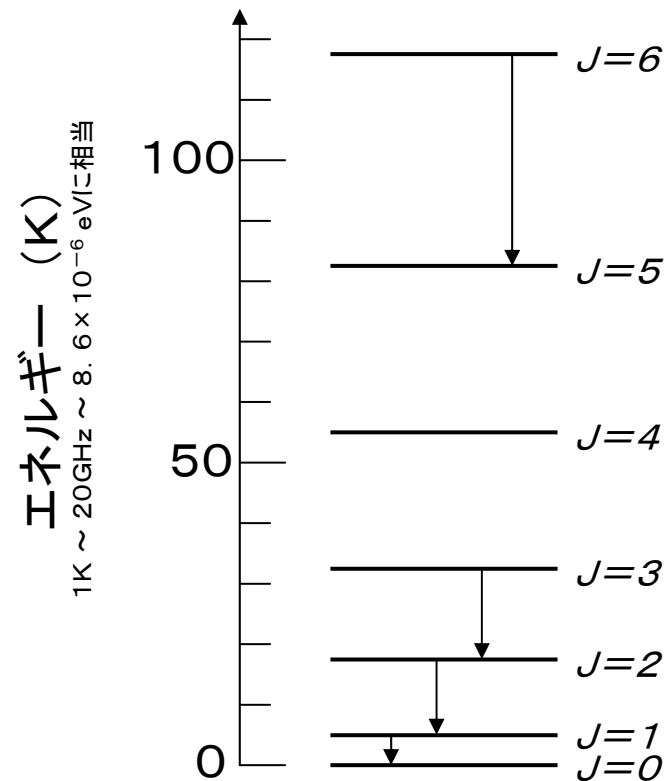
- 回轉量子数 $J=0, 1, 2, \dots$
- B = 分子に固有の回轉定数
 - 分子の慣性モーメント I と1対1の関係

$$B = \frac{h}{8\pi^2 I}$$

- CO分子

- $B=57.9\text{GHz}$
- 励起温度が数Kなどの超低温分子ガスでは、大きな回轉量子数をもつCO分子はほぼ存在せず、ほとんどが基底状態付近 ($J=0, 1$) に集中することが予想される。
- 逆に、 $J=6 \rightarrow 5$ などの遷移が観測される分子ガスは、数十K以上の励起温度であることが予想される。

→ 星間ガスの温度を推定できる



遷移: $J=1-0$ 115GHz, $J=2-1$ 230GHz...
観測量と温度を結び付けるには、
・エネルギー準位の縮退度
・遷移の起き易さ(A係数)
を量子力学に基づいて知る必要がある

2原子分子SiOの振動準位

- 2原子分子の振動エネルギー

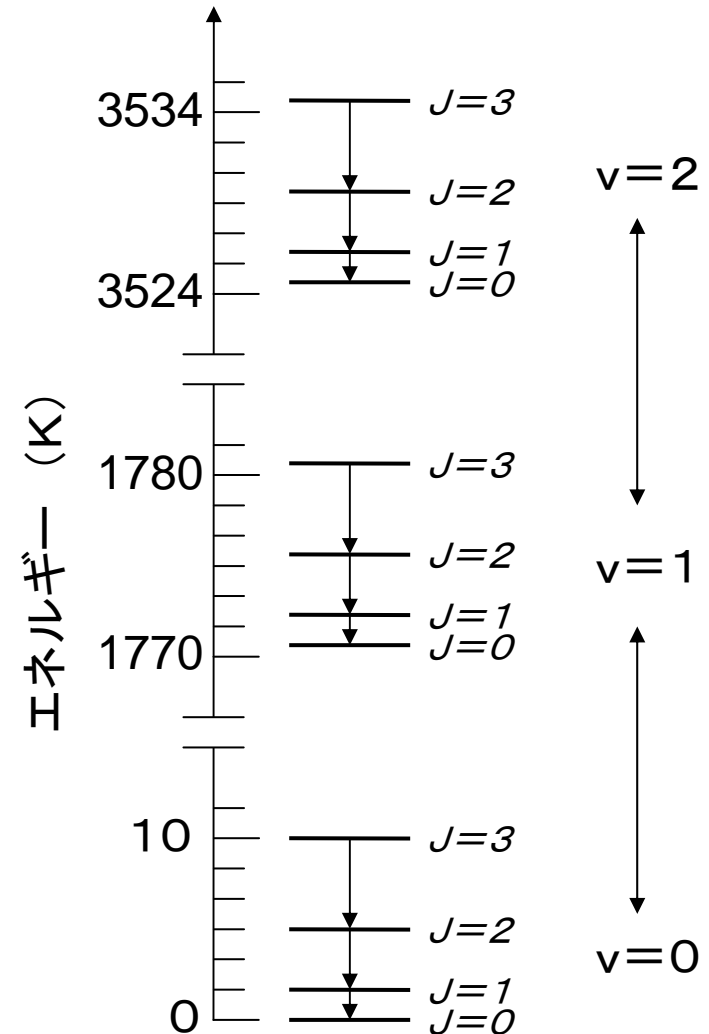
$$E_v = \frac{h}{2\pi} \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2} \left(v + \frac{1}{2} \right) = \hbar\omega \left(v + \frac{1}{2} \right)$$

- 調和振動子

- 振動量子数 $v=0, 1, 2, \dots$
- k =分子に固有の(結合)力の定数
- m =2原子の換算質量

- SiO分子

- 振動状態は回転状態よりはるかにエネルギーが大きい($\sim 1000\text{K}$)
- 振動状態のエネルギー間隔はほぼ一定
 - 調和振動子の性質
- $v=1$ の状態が観測されるのは、SiOガスの励起温度が 1700K 程度、 $v=2$ 状態が観測されるのは 3500K 程度(かなり荒い推定)
- 各振動状態において、回転状態が存在する
 - それぞれの振動状態において、それぞれの回転準位の遷移がSiOメーザとして観測されている



電磁波の放射と吸収 1

A係数、自発放射

- 高励起状態にある量子は、時間とともに低励起状態へ自発的に遷移する
 - 光子放出 = 自発放射
- アインシュタインのA係数
 - 1秒のうちに遷移が発生する確率 = A
 - 単位は「毎秒 (s^{-1})」
 - 分子・原子の種類、遷移の種類によって値が決まっている

$$A = \frac{16\pi^3 \nu^3}{3\epsilon_0 hc^3} |\mu_{UL}|^2$$

↑
遷移の双極子モーメント

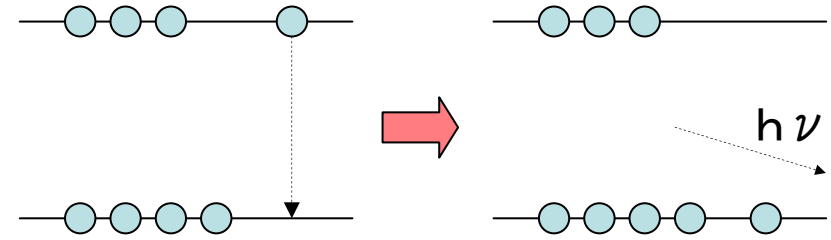
A係数の例

分子	遷移	周波数 (GHz)	A (s^{-1})
CO	J=1-0	115.3	7.4×10^{-8}
CO	J=2-1	230.5	7.1×10^{-7}
CS	J=1-0	49.0	1.8×10^{-6}
H ₂ O	J _{KK'} =6 ₁₆ -5 ₂₃	22.2	1.9×10^{-9}
SiO	J=1-0, V=1	43.1	3.0×10^{-6}
CH ₃ OH	J _K =5 ₁ -6 ₀ A ⁺	6.7	6.5×10^{-10}
H	1 ² S _{1/2} , F=1-0	1.4	2.9×10^{-15}

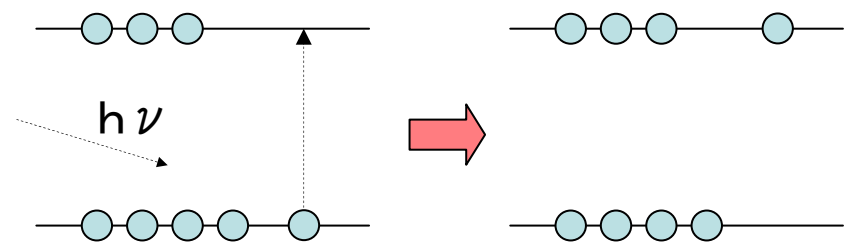
電磁波の放射と吸収 2

B係数、吸収

- 低励起状態にある量子は、周囲の光子を吸収して高励起状態へ遷移する
 - 光子吸収=吸収スペクトル
- アインシュタインのB係数
 - 周囲の光子密度 $W(\omega)$
 - 吸収量は光子のエネルギー密度に比例する
 - 1秒のうちに遷移が発生する確率= $BW(\omega)$
 - A係数とは単位が違う
 - A係数と1対1の関係があり、AがわかればBがわかる



自発放射 (A係数)



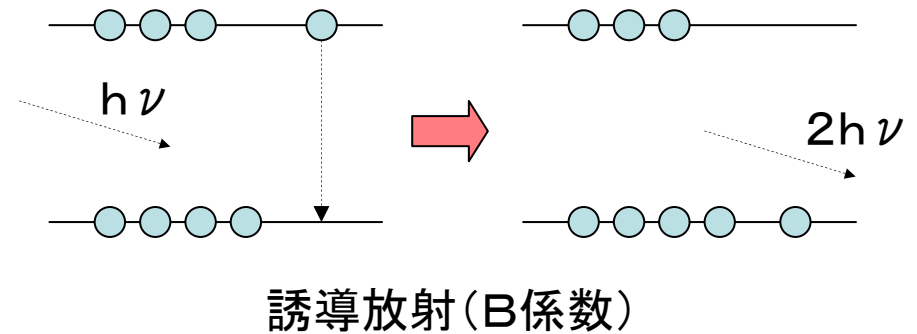
吸収 (B係数)

$$B = \frac{2\pi^2}{3\varepsilon_0 h^2} |\mu_{UL}|^2 = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} A$$

電磁波の放射と吸収 3

B係数、誘導放射

- 高励起状態にある量子は、周囲の光子に誘導されて低励起状態へ遷移する
 - 誘導放射 = 増幅
- アインシュタインのB係数
 - 吸収のB係数と同じ値
 - 1秒のうちに遷移が発生する確率 = $BW(\omega)$



※周囲の光子密度 $W(\omega)$

誘導放射量は光子のエネルギー密度に比例する

※B係数は、量子と光子の相互作用断面積を表す

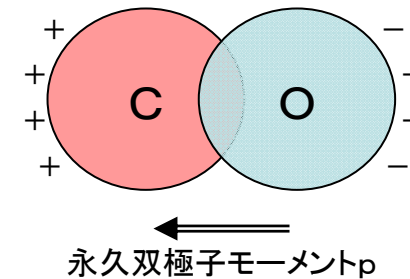
$$\sigma(\omega) = \frac{\hbar\omega}{c} B(\omega)$$

※自発放射は、真空の揺らぎによって発生する仮想光子による誘導放射

量子系を古典的に近似

- 異種2原子分子

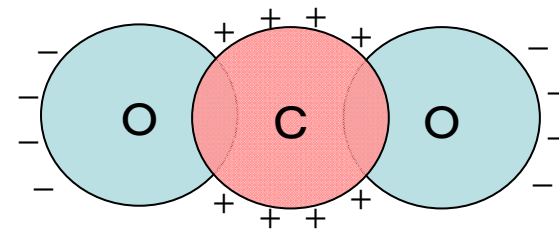
- 電気陰性度の違いにより、分子内の電子分布に偏り→双極子モーメントを持つ
- 例: CO、SiO



角周波数 ω で回転する様子を遠くから見れば、単振動する電気双極子

- 双極子モーメント=0の分子

- 同種2原子分子 例: H_2
- 直線の鏡対称分子 例: CO_2
- 球対称な分子 例: CH_4

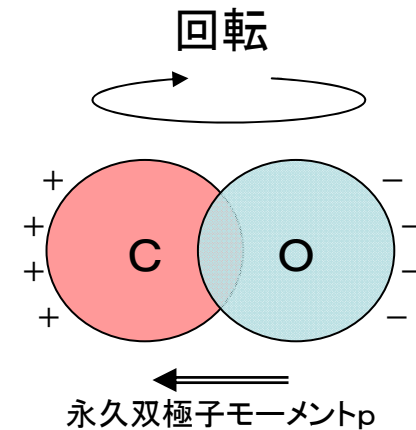


回転しても、遠方から見れば電磁場の振動はほとんど感じられない

回転する異種2原子分子の放射

- 放射パワー

$$\begin{aligned} P &= \frac{|p|^2 \omega^4}{3\pi\epsilon_0 c^3} \text{ [Js}^{-1}\text{]} \\ &= \frac{16\pi^2 |p|^2 \nu^3}{3\epsilon_0 c^3 h} \underbrace{h\nu}_{\text{光子1個}} \\ &= Ah\nu \end{aligned}$$



- ある時間 (A^{-1}) が経過するとエネルギー $h\nu$ の光子が1個放出される

➡ 量子力学的な遷移確率のA係数に一致する

双極子モーメント

古典論 vs. 量子論

- 古典的
- 双極子モーメント μ
 - 電荷の分布によって重み付けした「電荷の偏りの程度」
- 量子力学的
- 双極子モーメント μ は演算子
 - 遷移の前後の状態(波動関数)から計算

$$\mu = \int \rho(\mathbf{r})z d\mathbf{r}$$

- 上の議論では、これを $\mu = p = qd$ と置いた

$$\mu_{UL} = \int \psi_U^* e z \psi_L d\mathbf{r}$$

- 古典的な式とほぼ等価

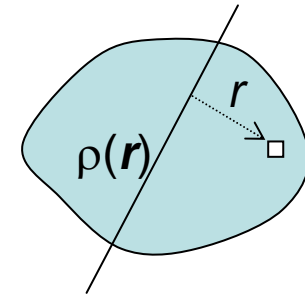
これは「わかっている」ものと考えことにする

余談：モーメント

『分布による重み付け』をした値

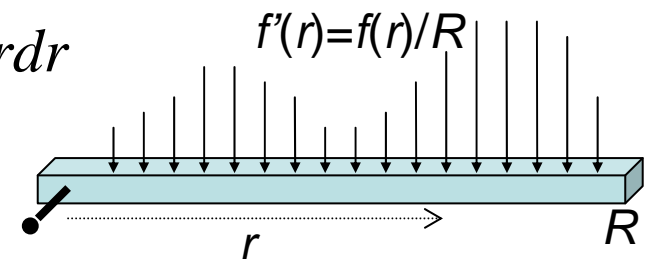
- 慣性モーメント I
 - 回転軸からの距離(空間分布)によって重み付けされた質量

$$I = \int \rho(\mathbf{r}) r^2 d\mathbf{r}$$



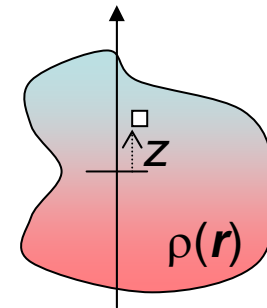
- 力のモーメント N
 - 支点からの距離(空間分布)によって重み付けされた力

$$N = \int f'(r) r dr$$



- 双極子モーメント μ
 - 電荷の偏り(空間分布)によって重み付けした電荷

$$\mu = \int \rho(\mathbf{r}) z d\mathbf{r}$$



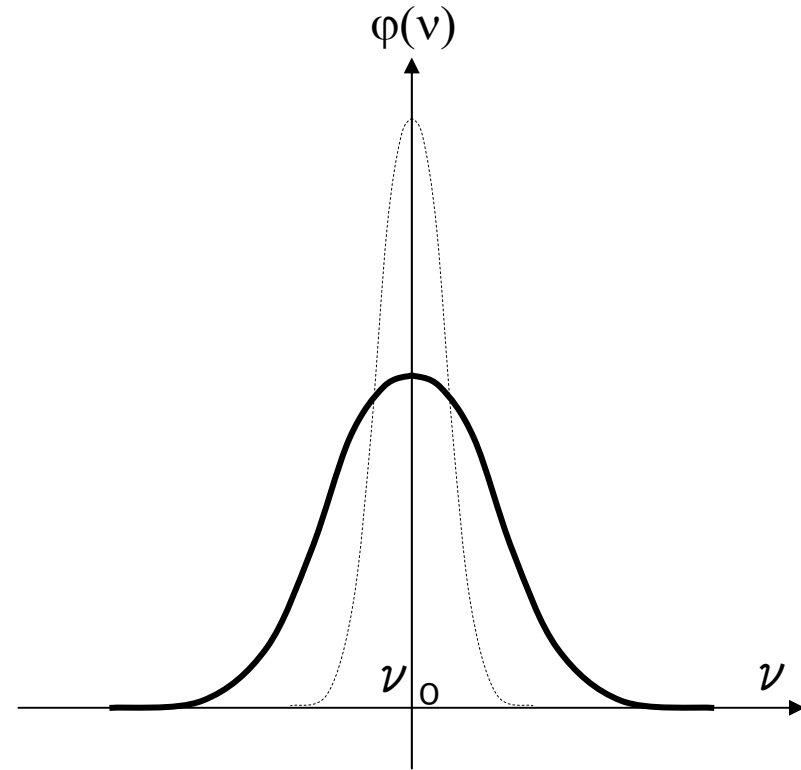
※「分布」は空間分布とは限らない。統計的な重み付けのモーメントなどもある。

プロファイル関数 $\varphi(\nu)$

- ラインの形を表す関数
 - 中心周波数 ν_0 に集中する関数形
 - 周波数方向に積分すると1

$$\int_0^{\infty} \varphi(\nu) d\nu = 1$$

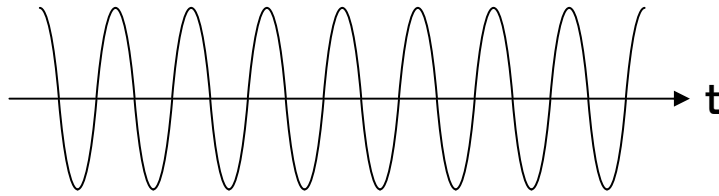
δ 関数に近い性質を持つ
しかし有限の幅を持つ



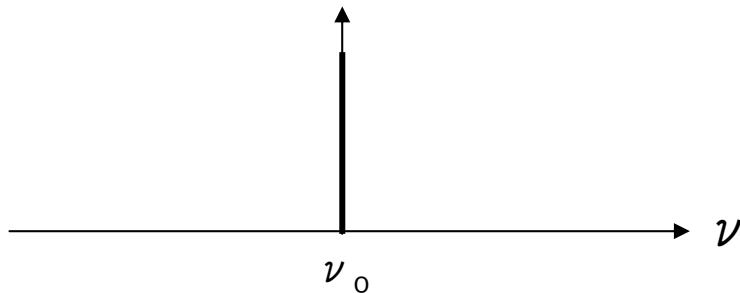
本来は、エネルギー準位は量子化、遷移のエネルギーは一定値 $\rightarrow \varphi(\nu) = \delta(\nu)$
実際は、ラインの幅を広げる原因があり、中心周波数以外でも遷移がおきる

ラインの幅と遷移の時間

- 無限に続く波 = 周波数領域では δ 関数

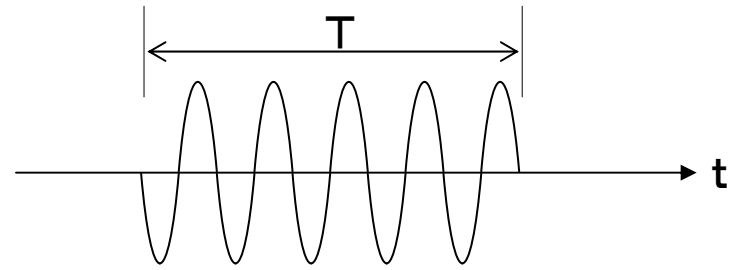


周波数 ν_0 。無限に続く波

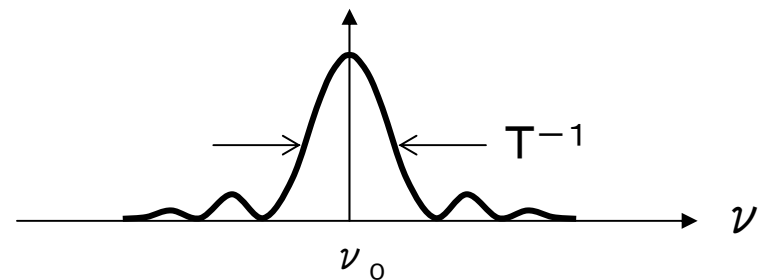


スペクトルは δ 関数

- 有限時間で終わる遷移 = 有限の線幅



周波数 ν_0 。有限時間 T の間だけ続く波



スペクトルは T^{-1} 程度の幅を持つ

遷移に要する時間 = ある準位に安定して存在する時間 $T \Leftrightarrow$ 線幅 T^{-1}

ラインの幅

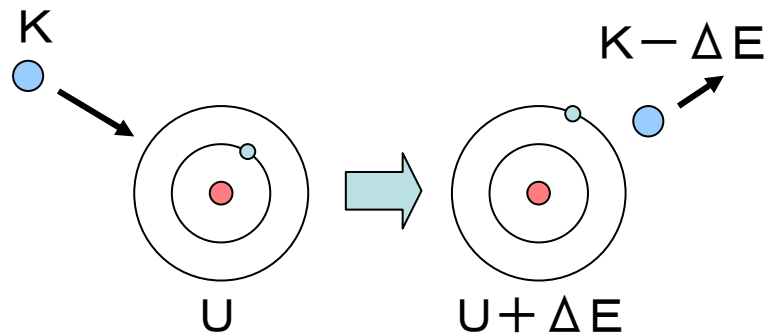
- 自然広がり
 - 遷移を起こすためには有限の時間(A^{-1})がかかる。その時間の逆数だけ周波数には幅が生じる。
 - 電波領域では自然幅はきわめて狭く、他の効果によって幅が広がる。実際には自然幅は観測されない。自然広がりが重要になるのは速い遷移、一般にエネルギーが高い遷移である。
 - 計算例: HI 21cm線の遷移に要する時間 $\sim 3 \times 10^{14}$ s \rightarrow ライン幅 $\Delta\nu \sim 3 \times 10^{-15}$ Hz
- 衝突広がり(圧力広がり)
 - 圧力が高い=粒子の衝突が頻繁に起きると、あるエネルギー準位にとどまっている時間が短くなる \rightarrow エネルギーの不確定性が大きくなる
 - 宇宙は低密度・低圧力なので圧力幅はほとんど観測されない。地球の大気中の輝線(たとえば水蒸気の22GHz線)の幅が広いのは圧力広がりである。
 - 計算例: 大気中の分子は1秒間に 10^9 回程度衝突する $\rightarrow \Delta\nu \sim 10^9$ Hz
 - このような高密度ガスは電波天文観測ではほとんど観測されない
- ドップラー広がり
 - 遷移を起こすガス雲が全体的な運動や熱的な運動をしていることにより、本来の周波数 ν_0 以外でも遷移が起きる
 - 宇宙で観測される線幅のほとんどがドップラー広がりである。
 - 計算例: $T=100$ Kの水素原子の熱運動の典型的な速度 $v \sim 1300 \text{ ms}^{-1} = 4 \times 10^{-6} c$
 $\nu = 1420 \text{ MHz} \rightarrow \Delta\nu \sim 6 \times 10^3 \text{ Hz}$

衝突による励起と脱励起

C係数

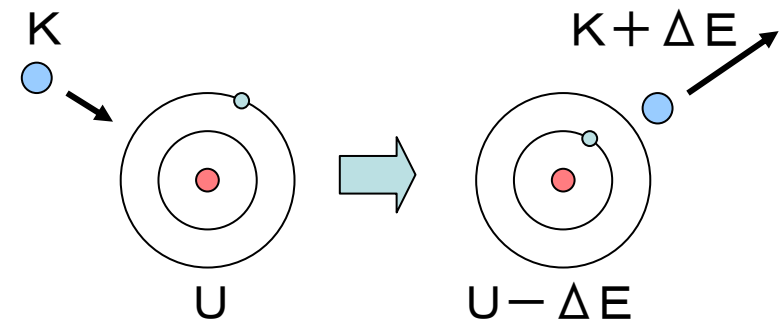
- ある量子系に別の飛来粒子が衝突

- 運動エネルギーの一部を使って量子は励起
- 飛来粒子は運動エネルギーを損失



- 励起状態での衝突



- 励起エネルギーの一部を飛来粒子の運動エネルギーに転換
- 飛来粒子は運動エネルギーを獲得



これらの励起・脱励起が起きる確率を C_{12} , C_{21} として表す

$$C_{21} \approx N \langle \sigma v \rangle \quad \sigma \text{ 衝突断面積}$$

星間分子雲の輝線放射

- 星間分子が持つ熱エネルギー
 - =分子の運動エネルギー
 - 運動温度 T_K
 - 衝突による分子の励起
 - 励起温度 T_E
 - 自発放射による分子輝線
 - 観測
- 分子輝線は分子雲の冷却に作用する
 - 分子雲は低温($\sim 20\text{K}$)なので赤外線放射は出さない。冷却には輝線放射が有効に作用する
 - 一般に運動温度よりも励起温度が低い($T_K \geq T_{ex}$)
 - 運動温度と励起温度は必ずしも一致しない

励起と脱励起


- 2つの励起機構
 - 衝突(C係数)
 - 他の粒子と衝突し、運動エネルギーの一部を励起エネルギーに変換する
 - 非弾性衝突
 - 周囲の放射の吸収(B係数)
 - 励起に必要なエネルギーの光子を吸収して励起する
- 3つの脱励起機構
 - 衝突(C係数)
 - 自発放射(A係数)
 - 周囲の放射による誘導放射(B係数)

下準位(1)と上準位(2)の粒子数が時間と共に変化しないなら、
励起と脱励起はつりあっている

$$N_1(C_{12} + B_{12}W) = N_2(A_{21} + B_{21}W + C_{21})$$

上下準位の粒子数比

$$N_1(C_{12} + B_{12}W) = N_2(A_{21} + B_{21}W + C_{21}) \quad \text{粒子数のつりあい}$$



$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{ex}}\right) \quad \text{励起温度}$$

$$= \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_b}\right) \frac{A_{21} + C_{21} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_K}\right) \left[\exp\left(-\frac{h\nu}{kT_b}\right) - 1 \right]}{A_{21} + C_{21} \left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_b}\right) \right]} \quad \text{粒子数の比}$$

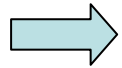
ここで

$$T_b = \frac{h\nu}{k} \frac{1}{\ln\left(\frac{8\pi h\nu^3}{c^3 W} + 1\right)} \quad \text{放射温度 (光子のエネルギー密度をあらわす)}$$

$$T_K = \frac{mv^2}{2k} \quad \text{運動温度 (粒子の運動エネルギーをあらわす)}$$

励起温度 T_{ex}

- 以下の近似で励起温度を計算
 - 星間ガスの温度 $T_K > 10$ K
 - 光子の温度 $T_b > 3$ K
 - 励起温度 $T_{ex} > 3$ K
 - 観測周波数に対応する温度 $T_0 = h\nu/k < 3$ K



$$T_{ex} = T_K \frac{T_b A_{21} + T_0 C_{21}}{T_K A_{21} + T_0 C_{21}}$$

- 衝突が無視できる(低密度)なら、励起温度は放射温度にほぼ一致
 - 連続波放射と輝線放射が同等となるので観測できない
- 衝突励起が十分強い($C_{21} > A_{21}$)なら、励起温度は運動温度にほぼ一致



輝線放射が観測される

臨界密度 (Critical Density)

- 自発放射～衝突励起となる粒子密度＝臨界密度

$$A_{21} = C_{21} \approx N \langle \sigma v \rangle$$

$$\therefore N = \frac{A_{21}}{\langle \sigma v \rangle}$$

- 粒子数密度が、A係数と衝突断面積・粒子速度で決まるこの「臨界密度」を越えると、輝線放射が観測される
- 臨界密度は分子毎に異なっている
 - A係数が小さい分子は臨界密度が低く、低密度でも観測される。臨界密度が高い分子は、高密度のガス雲でのみ観測される



様々な分子・スペクトル線を観測すれば、低密度領域／高密度領域を区別して観測できる

線スペクトルの例

分子	遷移	周波数 (GHz)	$A(s^{-1})$	$n(cm^{-3})$
CO	J=1-0	115.3	7.4×10^{-8}	7.4×10^2
CO	J=2-1	230.5	7.1×10^{-7}	7.1×10^3
CS	J=1-0	49.0	1.8×10^{-6}	1.8×10^4
H ₂ O	$J_{KK'}=6_{16}-5_{23}$	22.2	1.9×10^{-9}	maser
SiO	J=1-0, V=1	43.1	3.0×10^{-6}	maser
CH ₃ OH	$J_K=5_1-6_0A^+$	6.7	6.5×10^{-10}	maser
H	$1^2S_{1/2}$, F=1-0	1.4	2.9×10^{-15}	2.9×10^{-5}

多量に存在、臨界密度が比較的
低い。H₂に代表される星間分子ガ
スの分布を調べるのに使われる

臨界密度が比較的高いので、高
密度ガスの観測に使われる

メーザとして特別な状態(反転分
布状態)の放射が観測される

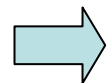
普遍的に存在する上、臨界密度
が低いので容易に観測できる

ドップラー効果

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

視線方向に速度 v で運動すると仮定
遠ざかるほうを正の速度とする

- 観測される線スペクトルは、天体と観測者の相対速度 v に起因するドップラー効果で周波数が変化している



天体の運動(視線速度)を知ることが出来る

線スペクトルのまとめ

- 様々な線スペクトル
 - HIの21cm線
 - COの回転準位遷移
 - …
- 線スペクトルの観測から得られる情報
 - 温度
 - 遷移を起こすために励起が必要
 - 必要な励起を発生させる温度が推定できる
 - 密度
 - 粒子ごとに異なる臨界密度
 - 多数の線スペクトルを観測すれば、密度の推定・様々な密度の領域を選択的に観測できる
 - 視線速度
 - ドップラー効果を用いて視線速度を推定できる