

山口32m電波望遠鏡の主ビーム能率について

藤沢健太

1. はじめに

主ビーム能率はマッピング観測を行う場合に、アンテナの素性のよさを表すパラメータであり、天体の輝度温度とアンテナ温度の関係を表すパラメータでもある。主ビーム能率は主ビーム立体角 Ω_{MB} とビーム立体角 Ω_A の比

$$\eta_{MB} = \frac{\Omega_{MB}}{\Omega_A}$$

であり、主ビーム立体角 Ω_{MB} はビームパターン P_n と次の式で関係付けられている。

$$\Omega_{MB} = \int_{MB} P_n d\Omega$$

したがってビームパターンを測定すれば、主ビーム能率を知る事ができる。3月－4月に行われたビームパターン測定の結果から、主ビーム能率について考察したので以下に報告する。

2. ビームパターン

図1 a にビームパターンを示す(4月9日に報告した資料)。この測定は1分角間隔で行われており、主ビームのピークの値を1とする規格化がなされている。この結果から、第1ヌルは明らかであり、また第2ヌルも見取える事が出来る。主ビームの形状はほぼ円形なので、以下ではヌルおよびサイドローブも円形であると仮定している。まず、第1ヌルの内側を主ビームの範囲とした。次に第1ヌルと第2ヌルの間の領域を第1サイドローブの範囲とした。図1 b には第1ヌルを赤線(半径=4.75分角)で、主ビームに該当する測定点を赤印で示した。同様に第2ヌルを青線(半径=10.25分角)で、第1サイドローブに該当する測定点を青印で示している。

主ビームの立体角は、各点の値×1平方分角を計算し、赤印の測定点のみの和をとれば得られる。しかし主ビームの形状は中心部分で極めて大きく変動するため1分角の測定間隔では誤差が大きくなる可能性がある。また測定点とビームの中心が完全には一致していない(方位角方向には13.2分角付近、仰角方向には12.5分角付近にピークがある)ため、規格化は不完全である。

これらの問題を避けるために、以下では(1)主ビームの部分だけを再現するモデル関数を求めて、モデル関数の立体角を計算する、(2)その他の範囲は単純に各点の値×1平方分角を計算して和をとる、という方法を用いる。

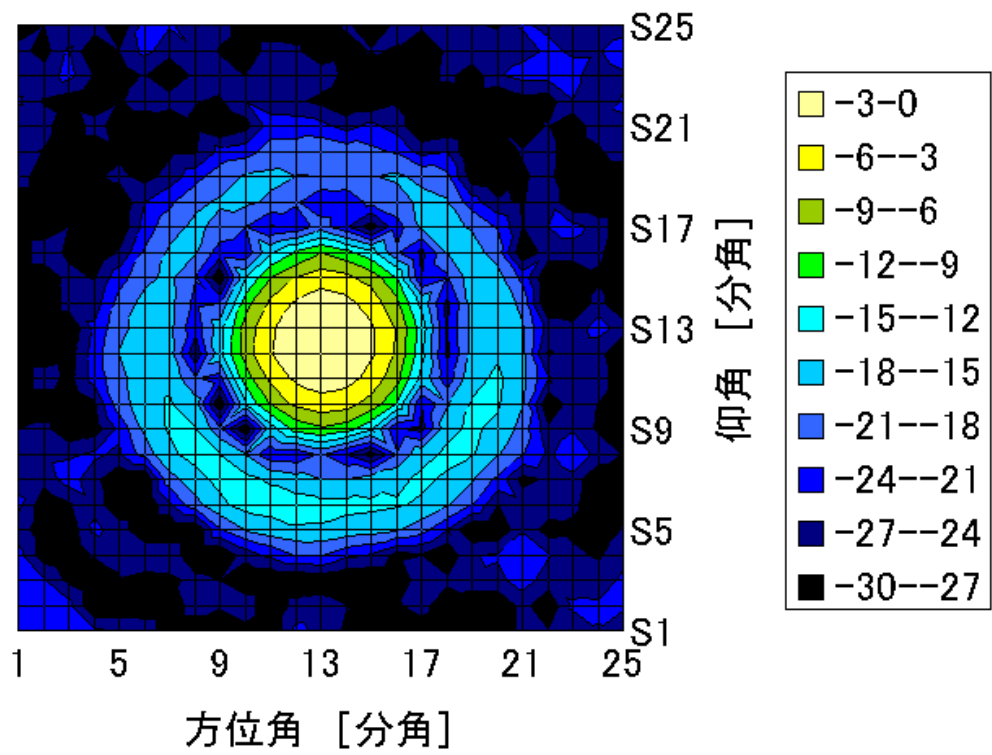


図1 a. ビームパターン

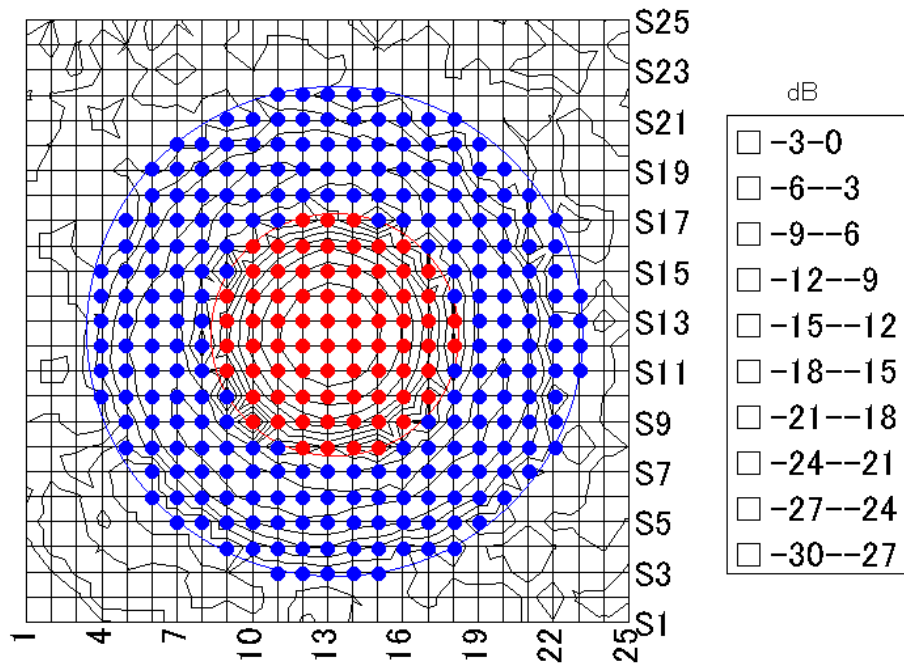


図1 b. 主ビームと第1サイドローブに該当する点

3. 主ビーム形状とモデル関数

ビームパターンを近似する際にしばしば用いられるのはガウス関数である。しかしガウス関数は引数が0から増大するに連れて単調減少するため、ヌル点を表現できない。一方、円形開口を一樣照射した場合のビームパターンはベッセル関数で表される事が知られている。ベッセル関数は解析関数であるが、計算が多少困難である。以下ではモデル関数として、(1)ガウス関数、(2) sinc^2 関数、の2つについて考察する。

(1) ガウス関数

主ビームを近似するガウス関数は次の式で表す事ができる：

$$P_G(x, y) = A \cdot 2^{-\left(\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{\theta^2}\right)} \quad (1)$$

ここでは計算をにするために、 $e = 2.71828\dots$ の代わりに2を用いて表した。ここでAは規格化係数の補正值、 θ は半値半幅 (= FWHM / 2)、 x_1 、 y_1 はビーム中心のオフセット角である。

(2) sinc^2 関数

方形開口を一樣照射した場合のビームパターンは sinc^2 関数で表される。ここでは以下の式を用いた。

$$P_S(x, y) = A \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\theta_0}{\theta} \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}\right)}{\left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^2 \left((x-x_1)^2 + (y-y_1)^2\right)} \quad (2)$$

ここで $\theta_0 = 1.39156\dots$ は sinc^2 関数 = $1 / 2$ となる角度である。他のパラメータはガウス関数の場合と同一である。

図1 b の主ビームに該当する測定点に対して式 (1) および式 (2) を当てはめた。最小2乗法により得られた結果を表1に示す。

表1. モデル関数の当てはめ結果

parameters	A	θ	x_1 (E 1 オフセット)	y_1 (A z オフセット)
(1) ガウス関数	1.074	1'.94	12'.46	13.15
(2) sinc^2 関数	1.020	2'.08	12'.46	13'.15

当てはめの結果、オフセット角 x_1 、 y_1 は2つの関数で一致した結果が得られた。しかし規格化係数Aとビーム幅 θ は5%以上異なった結果となった。これはヌルの近傍では測定値が0に極めて近くなっている測定結果にガウス関数を当てはめたため、ビーム幅が小さいほうへ、また中央での値が高いほうへ引き寄せられたと解釈できる。過去のビーム幅の測定ではFWHM=4.1分角 ($\theta = 2.05$ 分角) という結果が得られており、ガウス関数よりも sinc^2 関数がより正確なモデル関数となっていると考えられる。上記の当てはめ結果から計算される sinc^2 関数の第1ヌルは4.70分角となる。これは測定結果4.75分角と1%の範囲で一致している。したがって、主ビームのモデル関数は sinc^2 関数によって

$$P_{MB}(r) = \frac{\sin^2\left(\frac{\theta_0}{2.08}r\right)}{\left(\frac{\theta_0}{2.08}\right)^2 r^2} \quad (3)$$

とする。 r はビーム中心からの角距離 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ であり、単位は分角である。

4. ビーム立体角

4-1. 主ビーム立体角 Ω_{MB}

主ビーム立体角 Ω_{MB} はモデル関数 (3) を第 1 ヌルまで積分することで得られる。積分の結果、

$$\Omega_{MB} = 1.448 \times 10^{-6} \text{ [str]}$$

を得る。なお、図 1 b の赤印について単純に和を計算し、主ビームの規格化補正值 $A = 1.020$ で補正すると、

$$\Omega'_{MB} = 1.463 \times 10^{-6} \text{ [str]}$$

となり、1%の誤差でほぼ一致している事がわかる。一方、半値半幅 $\theta = 2.08$ 分角に基づいてガウス関数で主ビームを近似すると、

$$\Omega''_{MB} = 1.659 \times 10^{-6} \text{ [str]}$$

となり、15%の誤差がある事がわかる。

4-2. 第1サイドローブの立体角 Ω_{SL1}

第1サイドローブの立体角は図 1 b の青印について単純に和を計算することで

$$\Omega'_{SL1} = 2.497 \times 10^{-7} \text{ [str]}$$

を得る。しかし主ビームの規格化補正值が $A = 1.020$ であり、図 1 b の測定値はこの補正值で割って補正をする必要がある。補正の結果

$$\Omega_{SL1} = 2.448 \times 10^{-7} \text{ [str]}$$

を得る。参考として、第1サイドローブより外側の測定点すべてについて立体角を計算すると

$$\Omega_{OUT} = 5.677 \times 10^{-8} \text{ [str]}$$

となり、第1サイドローブの23%である事がわかる。

4-3. ビーム立体角 Ω_A

全立体角方向についてビームパターンを積分した値がビーム立体角 $\Omega_A = \int_{4\pi} P_n d\Omega$ である。抵抗損失の無いアンテナの場合、ビーム立体角と開口能率には次の関係がある：

$$\eta_A A_p \Omega_A = \lambda^2$$

ここで η_A は開口能率、 A_p は物理的開口面積、 λ は波長である。アンテナ開口面と開口能率定義

点の間に抵抗損失 η_{Ohm} がある場合、

$$\eta_A A_p \Omega_A = \lambda^2 \eta_{Ohm}$$

となる。山口 32 m の場合、開口能率定義点での T_{sys0} すなわち大気以外のシステム雑音温度は約 35 K であり、このうち 20 K が受信機に由来するものであると考えられる。したがって抵抗損失による雑音温度上昇分は 15 K であり、これは環境温度 300 K に対して約 5% に相当する。これから抵抗損失 $\eta_{Ohm} = 95\%$ を得る。

ビームパターンを測定した仰角の範囲は大部分が 35 – 57 度であり、この範囲内では開口能率はほぼ一定の $\eta_A = 71\%$ である。これらをまとめて、

$$\Omega_A = 2.12 \times 10^{-6} \text{ [str]}$$

を得る。

5. ビーム能率

主ビーム能率 η_{MB} は

$$\eta_{MB} = \frac{\Omega_{MB}}{\Omega_A} = 0.682$$

となる。開口能率と抵抗損失の測定精度を考慮すると、山口 32 m の 8.38 GHz における主ビーム能率は 68% であると結論される。これは単純な一様照射パターンから予想される主ビーム能率 (約 90%) よりかなり低い。これは副鏡に対する照射パターンが大きなスピルオーバを持っていることによる可能性が考えられる。

第 1 サイドローブまで含めた立体角 $\Omega_{MB+SL1} = 1.693 \times 10^{-6} \text{ [str]}$ のビーム能率は

$$\eta_{MB+SL1} = \frac{\Omega_{MB+SL1}}{\Omega_A} = 0.797$$

すなわち 80% となる。

6. 月の観測

主ビームよりも立体角が大きな天体である月を観測してアンテナ温度を調べた。観測は 5 月 5 日～6 月 13 日の間に 5 回行われている。キャリブレーションが不完全であるため正確な値でない可能性があるが、測定されたアンテナ温度は 180 K – 198 K に分布している。Baars(1973)によれば月の輝度温度は満ち欠けの位相に依存するが、ほぼ 225 K であるとされている。これを抵抗損失 $\eta_{Ohm} = 95\%$ 、第 1 サイドローブ (第 1 サイドローブの範囲は月より小さい) まで含めたビーム能率 $\eta_{MB+SL1} = 80\%$ の電波望遠鏡で観測すると、アンテナ温度は

$$T_A = T_B \eta_{Ohm} \eta_{MB+SL1} = 171 \text{ [K]}$$

となる。これは測定された値 (平均は 190 K) に対して 10% 小さい値となっている。第 2 サイドローブやその外側のビームパターンがアンテナ温度に寄与している部分 (Ω_{OUT}) を考慮してもビーム能率を 3% 程度増加させる程度であり、10% の差は説明できない。ここで得られた月の輝度温度はノイズソースによる注入雑音温度が基準となっている。しかしノイズソースおよびクロスガイドカプラの結合度に 10% という大きな誤差があるとは考えられない。

山口 32 m が通信用に使用されていた時期に行われたビームパターンの測定 (国際通信の研究

No. 104、1980)によれば、オフセット角が0.5度程度の範囲ではヌル点でもゲインは0になっていない。したがって8GHzのビームパターンも測定した範囲(25分角)内ではゲインが0になることはないと考えられる。しかし解析では測定点内でほぼ0になる点が存在するものとしてデータ処理が行われている。もしビームパターンに一様に広がった成分があるとしたら、それは今回の測定では検出できていないことになる。

仮に、月の大きさ(半径15分角)にわたって一様に広がった成分($\Omega_{diffuse}$)が存在すると仮定すると、その高さが主ビームのピークに対して-25dB(0.3%)の場合にビーム立体角は $\Omega_{diffuse} = 1.881 \times 10^{-7}$ [str]となる。したがって合計のビーム立体角は 1.88×10^{-6} [str]、これによって得られるアンテナ温度は190Kとなり、観測された月の輝度温度を説明できる。

参考文献

[1] Baars J.W.M., IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-21, no. 4, pp.461-474, July 1973