

干涉計サマースクール2005 教科書

国立天文台 編

Contents

1	電波天文学の基礎	9
1.1	はじめに	10
1.2	電磁波の基礎	10
1.2.1	電磁波の方程式	10
1.2.2	波面・位相と周波数	11
1.3	電波天文学の観測量	12
1.3.1	輝度	12
1.3.2	電波望遠鏡の指向性	13
1.3.3	フラックス密度	13
1.3.4	パワーフラックス密度	14
1.3.5	輝度温度	14
1.3.6	パワーの温度換算	14
1.3.7	アンテナ温度	15
1.4	電波の受信方法	16
1.4.1	「波」としての受信	16
1.4.2	「光子」としての検出	18
1.5	電波観測から得られる情報	18
1.5.1	輝度は何を反映するか	18
1.5.2	スペクトルがもたらす情報	19
2	単一鏡による観測	25
2.1	はじめに	26
2.1.1	干渉計観測	26
2.1.2	単一鏡観測	26
2.2	電波マップの取得	26
2.3	基本的な較正	27
2.3.1	電波ビーム	28
2.3.2	アンテナゲイン	28
2.3.3	大気放射・吸収の補正	29
2.3.4	Antenna Efficiency とアンテナ温度	31
2.3.5	鏡面誤差と鏡面調整	34
2.3.6	強度較正	34
2.3.7	指向性	34
2.4	単一鏡と干渉計の観測感度の比較	36
2.4.1	干渉計との違い	36
2.4.2	観測感度での比較	36

2.5	最近のミリ波サブミリ波の単一鏡	38
3	干渉計の原理	41
3.1	はじめに...この講義の到達目標	42
3.2	座標系	42
3.2.1	天球面上の座標系	42
3.2.2	地球固定座標系	43
3.2.3	地球固定座標系と天球の座標系との関係	43
3.2.4	基線ベクトル	44
3.3	フリッジとビジビリティ	45
3.3.1	一次元の輝度分布・単色波・点源の観測	45
3.3.2	天体のスペクトルと干渉計で得られるクロスパワースペクトル	49
3.3.3	天体の位置とクロスパワースペクトルの位相	50
3.3.4	空間周波数	50
3.3.5	フリッジの重ね合わせの原理	51
3.3.6	コヒーレンス	54
3.4	フリッジ振幅とビジビリティとフラックス密度	56
3.4.1	雑音の影響	56
3.4.2	アンテナ温度とシステム雑音温度	57
3.4.3	正規化相互相関関数とビジビリティ	57
3.5	ビジビリティと輝度分布との関係	58
3.5.1	Van Cittert-Zernike の定理	58
3.6	干渉計の像合成	59
3.6.1	重み付け	62
3.6.2	Deconvolution	67
3.7	まとめ...干渉計の画質を決めるもの	69
3.7.1	分解能	69
3.7.2	視野	70
3.7.3	検出限界	71
3.7.4	ダイナミックレンジ	72
4	干渉計の装置	75
4.1	はじめに — 電波望遠鏡、電波干渉計の基本構成	76
4.2	アンテナによる集光	76
4.2.1	アンテナの基本性能	76
4.2.2	アンテナの性能を劣化させる要因	80
4.2.3	アンテナの光学系	81
4.2.4	アンテナ幾何学	86
4.3	受信システム	87
4.3.1	受信機	87
4.3.2	アンテナと受信機を結ぶビーム伝送系	90
4.4	干渉計システムと位相追尾、遅延補正	102
4.4.1	van Cittert-Zernike の定理と実際の観測局	103
4.4.2	地上観測に伴う補正：位相回転	103
4.4.3	地上観測に伴う補正：幾何学的遅延（光路差）補正	104
4.4.4	位相回転の方法	105
4.5	参照信号系と位相制御	105
4.5.1	位相安定度とコヒーレンス	105

4.5.2	位相安定度の指標	106
4.5.3	アラン分散とコヒーレンス	109
4.5.4	参照信号系とラウンドトリップ	110
4.5.5	180 度位相スイッチング	111
4.5.6	90 度位相スイッチング	112
4.5.7	Walsh 関数	112
4.5.8	180 度位相スイッチングと 90 度位相スイッチング	113
4.6	電波分光、分光相関処理とデジタル信号処理	113
4.6.1	はじめに	113
4.6.2	電波分光の必要性	113
4.6.3	電波分光の方法	116
4.6.4	デジタル信号処理	116
4.6.5	分光器の実際	119
4.7	記録装置	125
4.7.1	記録装置の必要性・不要性	125
4.7.2	記録装置に要求される性能	126
4.7.3	記録装置の実際	128
5	大気による干渉計観測への影響	131
5.1	大気による干渉計観測への影響	132
5.2	吸収	132
5.2.1	大気による吸収量の測定	132
5.2.2	システム雑音温度	135
5.2.3	チョッパーホイール法によるアンテナ温度較正	136
5.3	屈折	138
5.4	対流層における水蒸気による位相揺らぎ	140
5.5	位相揺らぎと構造関数	141
5.6	位相揺らぎの影響	143
5.6.1	コヒーレンスロス	143
5.6.2	シーイング	143
5.6.3	anomalous refraction	144
5.7	位相揺らぎ測定の実際	145
5.8	電離層プラズマによる分散性遅延	146
6	世界で活躍する干渉計	149
6.1	干渉計の種類	150
6.2	ミリ波干渉計、サブミリ波干渉計	150
6.2.1	NMA, RAIMBOW	150
6.2.2	OVRO, BIMA, CARMA	151
6.2.3	IRAM PdBI	152
6.2.4	SMA	152
6.2.5	ALMA	153
6.3	センチ波干渉計	155
6.3.1	野辺山電波ヘリオグラフ	155
6.3.2	VLA, EVLA	155
6.3.3	ATCA	156
6.3.4	GMRT	156
6.3.5	WSRT	156

6.3.6	SKA	157
6.4	VLBI	158
6.4.1	VERA	158
6.4.2	VLBA, HSA	159
6.4.3	EVN	160
6.4.4	MERLIN, e-MERLIN	161
6.4.5	global millimeter VLBI	161
6.4.6	LBA	162
6.4.7	KVN	162
6.4.8	VSOP, VSOP-2	163
6.5	干渉計の応用	164
6.5.1	SELENE/RISE	164
7	干渉計データの解析	167
7.1	振幅と位相の較正	168
7.1.1	天体の輝度分布から相関器出力への観測方程式	168
7.1.2	フラックス密度とアンテナ温度の関係	169
7.1.3	振幅のアプリオリ較正	170
7.1.4	有効開口面積の測定	170
7.1.5	システム雑音温度の測定	171
7.1.6	大気吸収の補正	172
7.1.7	量子化損失など	174
7.1.8	較正天体を用いた相対較正	176
7.1.9	ミリ波サブミリ波観測におけるフラックス密度の絶対較正	178
7.1.10	位相誤差の原因	180
7.1.11	較正天体を用いた位相誤差の較正	184
7.1.12	Self Calibration	187
7.2	マップからサイエンスへ	191
7.2.1	輝度の測定	191
7.2.2	成分分解と位置の測定	193
7.2.3	スペクトル線観測	195
7.2.4	多周波観測	197
7.2.5	モニター観測	199
8	干渉計によるサイエンス	201
8.1	電波望遠鏡による観測の歴史	202
8.2	干渉計が得意・不得意な観測	202
8.3	太陽系内天体	206
8.4	星形成、惑星系形成	208
8.5	さまざまな進化段階の星・その他銀河系内天体	214
8.6	銀河	217
8.7	AGN、遠方銀河	222
9	プロポーザルの書き方と観測計画立案	227
9.1	はじめに	228
9.2	プロポーザルの形式・提出方法	228
9.3	カバーシート	229
9.4	科学的意義	229

9.5	技術的検討—観測計画立案	231
9.5.1	観測天体	231
9.5.2	観測周波数帯	232
9.5.3	周波数分解能と帯域幅	232
9.5.4	空間分解能、アンテナ配列	232
9.5.5	視野	233
9.5.6	フリッジ検出感度	234
9.5.7	イメージング感度	235
9.5.8	観測のオーバーヘッド：較正観測、システムチェックの観測	235
9.5.9	観測時間	237
9.5.10	観測回数と間隔	238
9.5.11	相関処理に関して	238
9.6	最後に	238
A	干渉計物理数学	253
A.1	スペクトルと信号解析	254
A.1.1	フーリエ変換	254
A.1.2	周波数変換	255
A.1.3	自己相関関数	257
A.1.4	Wiener-Khintchine の公式	257
A.1.5	相互相関関数とクロスパワースペクトル	258
A.1.6	たたみこみ (convolution)	258
A.1.7	窓関数とスペクトル分解関数	260
A.1.8	サンプリング定理	261
A.1.9	解析的信号	264
B	位相補償	269
B.1	位相補償とは？	270
B.2	位相補償の有効性	270
B.3	位相補償の具体的方法	271
B.3.1	セルフキャリブレーション	271
B.3.2	高速スイッチング (ファストスイッチング)	271
B.3.3	ペアアンテナ、クラスターアンテナ	273
B.3.4	2 ビームアンテナ	273
B.3.5	水蒸気ラジオメータ (WVR)	275
C	宇宙偏波天文学	279
C.1	人はなぜ偏波観測をするのか？	280
C.2	偏波観測の手法	280
C.2.1	偏波とストークスパラメータ	280
C.2.2	ストークスパラメータと干渉計出力	282
C.2.3	理想的両円偏波受信フィードの場合	284
C.2.4	理想的両直線偏波受信フィードの場合	284
C.3	現実的な干渉計での問題点	285
C.3.1	Orientation Model と D-term 近似	285
C.3.2	現実的両円偏波受信フィードの場合	286
C.3.3	現実的両直線偏波受信フィードの場合	287
C.4	偏波特性の較正戦略	288

C.4.1	円偏波受信の場合	289
C.4.2	直線偏波受信の場合	290
C.5	今後の偏波観測法の展望と所見 - まとめの代わりに -	291
D	参考文献	299
E	物理定数	301

Chapter 1

電波天文学の基礎

亀野誠二

1.1 はじめに

電波天文学は、天体から到来する電磁波のうち波長 0.1 mm 以上（周波数 3 THz 以下）の電波を受信し、天体現象を調べる学問である。電波は天体が発する情報を私たちに伝える役割を果たしており、これを媒体として天体現象を調べるためには、電波の媒体としての性質を知っておく必要がある。つまり、

- 私たちは、到来する電波の何を測定するのか
- 測定量は、天体の性質とどのような関係があるのか
- 電波が天体から私たちに届く途中に外界からどのような影響を受けるのか

ということを理解しておく必要があるだろう。

1.2 電磁波の基礎

電波は電磁波のうちで最も波長が長く、波としての性質が強い（粒子としての性質が弱い）。従って、周波数や波長といった基本的な概念を理解しておく必要がある。また、電磁波は横波なので振動面について二つの自由度があり、偏波という性質も持つ。この章では、電磁波の基本的な性質である位相について述べ、その時間微分である（角）周波数と空間微分である波数について説明する。また、振動面を記述する偏波についても触れる。

1.2.1 電磁波の方程式

真空中の平面波の電磁波は Maxwell の方程式にある条件を加えて得られる。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J} + \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.4)$$

\mathbf{E} は電場、 \mathbf{B} は磁場、 ρ は電荷密度、 ϵ は誘電率、 μ は透磁率、 \mathbf{J} は電流である。電荷がなく ($\rho = 0$)、電流が電場に比例する（オームの法則 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ 、 σ は電気伝導度）条件では、

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.5)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.6)$$

が得られる。この二階微分方程式において、時間の一階微分項はどーせ時間とともに減衰する項だから、遠方から到達する波を考える時には捨てる。さらに、進行方向を z 軸にとり（つまり $\partial/\partial x = 0$, $\partial/\partial y = 0$ ）、電場を (x, y) 面での複素（ x 軸を実軸、 y 軸を虚軸にする。 $E_z = 0$ ）とすると、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = 0 \quad (1.7)$$

が得られる。 $p = z - t/\sqrt{\mu\epsilon}$, $q = z + t/\sqrt{\mu\epsilon}$ と変数を置き換えると

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial p \partial q} = 0 \quad (1.8)$$

この一般解は $\mathbf{E} = \mathbf{F}(p) + \mathbf{G}(q) = F(z - t/\sqrt{\mu\epsilon}) + G(z + t/\sqrt{\mu\epsilon})$ と、微分可能な任意の関数 F, G で書き表され、引数が一定値をとる $z = \pm t/\sqrt{\mu\epsilon}$ は電場が一定の面、すなわち波面である。以下、 $c = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ とおくと、 $z = \pm ct$ が波面となる。 c は波面が伝搬する速度、すなわち光速である。以降では $z = ct$ で進行する波 \mathbf{F} だけを考える。

\mathbf{F} のとりうる関数系を考えてみよう。任意の定数 k について

$$\mathbf{F}_k(p) = \mathbf{f}_k e^{ikp} = \mathbf{f}_k e^{ik(z-ct)} \quad (1.9)$$

と置いてみると、

$$\frac{\partial^2 \mathbf{F}_k}{\partial t^2} = -k^2 c^2 \mathbf{F}_k, \quad \frac{\partial^2 \mathbf{F}_k}{\partial z^2} = -k^2 \mathbf{F}_k$$

だから、 $\mathbf{F}_k(p) = \mathbf{f}_k e^{ikp}$ は確かに式 (1.8) の解である。係数 \mathbf{f}_k は複素数である。任意の k についてこれらが成り立つから、 $\sum_k [\mathbf{f}_k e^{ik(z-ct)}]$ もまた解である。連続量としての k に対してはより一般化して

$$\mathbf{F}(p) = \int_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(k) e^{ikp} dk \quad (1.10)$$

と表せる関数 $\mathbf{F}(p)$ は全て式 (1.8) の解である。 $\mathbf{f}(k)$ は $\mathbf{F}(p)$ のフーリエ変換 (後述) であることから、フーリエ変換可能な任意の関数で電磁波を表現できることがわかる。

1.2.2 波面・位相と周波数

関数 $\mathbf{f}_k e^{ik(z-ct)}$ は、 $\arg(\mathbf{f}_k) + k(z-ct)$ を引数とした単振動を表している。この引数 $\arg(\mathbf{f}_k) + k(z-ct)$ のことを位相 (phase) という。 $t = 0$ と固定すると、電場は $z = 2n\pi/k$ の位置で一定である (n は整数)。このような性質から、 k を波数 (wave number) という。 $z = 0$ と固定すると、電場は $t = 2n\pi/(kc)$ の時刻において一定である。 $T = 2\pi/(kc)$ を周期 (period) という。周期 T の逆数 $\nu = kc/(2\pi)$ は周波数、それに 2π をかけた $\omega = kc$ を角周波数という。

波数 k , 角周波数 ω , 周波数 ν は実数であり、正負両方の値をとりうる。角周波数の絶対値が ω であるような電磁波について、位置を固定して電場の時間変化をみると、

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{f}_1 \exp(i\omega t) + \mathbf{f}_2 \exp(-i\omega t) \quad (1.11)$$

$$= |\mathbf{f}_1| \exp(i(\omega t + \phi_1)) + |\mathbf{f}_2| \exp(i(-\omega t + \phi_2)) \quad (1.12)$$

と表して一般性を失わない。ただし $\phi_1 = \arg \mathbf{f}_1, \phi_2 = \arg \mathbf{f}_2$ である。この式において、 $|\mathbf{f}_1|, |\mathbf{f}_2|$ を振幅、 $\omega t + \phi_1, -\omega t + \phi_2$ が位相である。角周波数は位相の時間微分 $\omega = \partial\phi/\partial t$ であり、周波数 ν はそれを 2π で割ったものだということがわかる。元々周波数は単位時間に波が振動する回数として定義されることが多く $\nu \geq 0$ と考えられがちだが、位相の時間微分として定義することによって正負両方の値をとりうるように拡張できる。

特殊なケースとして、 $\mathbf{f}_1 = \mathbf{f}_2 = \frac{1}{2} E_0$ の場合は $\mathbf{E}(t) = E_0 \cos \omega t$ 、 $\mathbf{f}_1 = -\mathbf{f}_2 = \frac{1}{2i} E_0$ の場合は $\mathbf{E}(t) = E_0 \sin \omega t$ などと実数関数になる。空間を伝搬する電磁波に対しては、振動が x 軸だけにおこる直線偏波に相当する。また、ケーブルを伝達する電気信号についても電圧が実数になる。実数関数の場合、周波数は正と負が対称であり、そのスペクトルは偶関数である (フーリエ変換の項で詳述)。

別な特殊ケースとして $\mathbf{f}_2 = 0$ の場合、

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{f}_1 \exp(i\omega t) \quad (1.13)$$

$$= |\mathbf{f}_1| [\cos(\omega t + \phi_1) + i \sin(\omega t + \phi_1)] \quad (1.14)$$

と書き表せ、 y 軸の振動が x 軸のそれに対して 90° 遅れる。このような電磁波を円偏波と呼び、このケースでは右旋円偏波である。同様に $\mathbf{f}_1 = 0$ の場合は y 軸の振動が x 軸に対して 90° 進むので、左旋円偏波となる。右旋円偏波の場合は周波数は正、左旋は負の領域にそれぞれ偏る (というように定義できる)。

直線偏波は、振幅が同じ右旋・左旋偏波の重ね合わせとして表現できる。また円偏波は、直交する二つの直線偏波の位相を 90° ずらして重ね合わせることで表現できる。

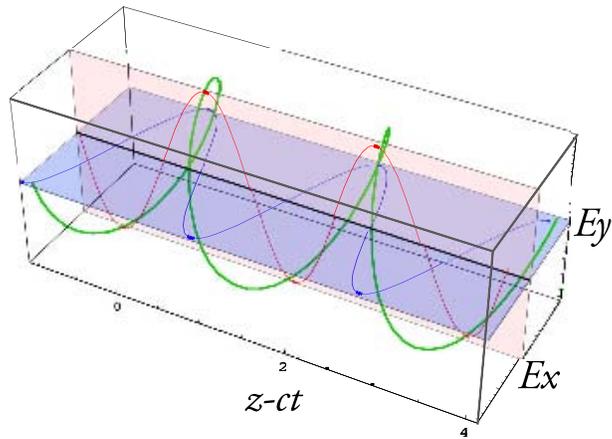


Figure 1.1: 右旋円偏波の電磁波（緑色の線）。 y 軸の振動（赤）が x 軸の振動（青）に比べて位相が 90° 遅れている。

1.3 電波天文学の観測量

1.3.1 輝度

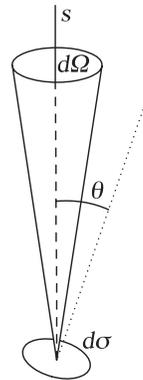


Figure 1.2: 輝度の定義

輝度は、単位立体角方向から到来して単位面積を単位時間内に通過する単位周波数当たりの電磁波エネルギーフラックスとして定義され、単位は $\text{J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ である。 J s^{-1} は W (watt) なので、 $\text{W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ とも書ける。記号として I_ν を使うことが多い。添字の ν は「単位周波数当たり」を強調した表現である。

Figure 1.2 に示すように、方向ベクトル s を中心とする微小立体角 $d\Omega$ から到来する輝度 I_ν の電波が、 θ だけ傾いた面素 $d\sigma$ を通過する電力 dW は、微小周波数帯域 $d\nu$ 当たり

$$dW = I_\nu(s) \cos \theta d\Omega d\sigma d\nu \quad (1.15)$$

と表される。

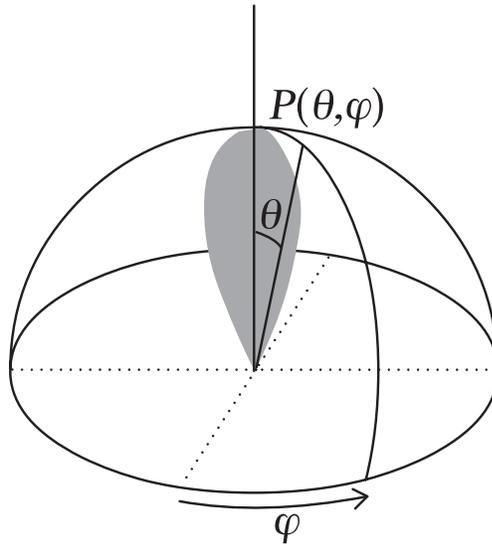


Figure 1.3: アンテナ電力パターン

1.3.2 電波望遠鏡の指向性

アンテナは向けた方向からだけの電波放射を受信するのではなく、あらゆる方向から入射する電波も受けてしまう。アンテナが向いている方向を原点として、 (θ, ϕ) だけ離れた方向から到来する電波を受信する電力を $P(\theta, \phi)$ という関数で書き記し、アンテナの電力パターンと呼ぶ。

アンテナ電力パターンは電波源の強度や受信機の特性などに依存するので、それらに依存しないアンテナ固有の指向特性として、電力パターンの最大値で正規化した関数 $P_n(\theta, \phi)$ を、正規化電力パターンという。

$$P_n(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{P_{\max}} \quad (1.16)$$

という関係式である。

1.3.3 フラックス密度

フラックス密度は、輝度のある立体角内で積分した量として定義され、単位面積を単位時間内に通過する単位周波数当たりの電磁波エネルギーフラックスに相当する。単位は $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ で、記号として S_ν を用いる。

$$S_\nu = \int_{\Omega} I_\nu(s) d\Omega \quad (1.17)$$

例えば、電波望遠鏡のビームが積分する立体角の範囲となる。

正規化電力パターン $P_n(\theta, \phi)$ のアンテナで、輝度 $I(\theta, \phi)$ の電波源を観測した時のフラックス密度は、 $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ なので、

$$S_\nu = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=-\pi}^{\pi} I_\nu(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (1.18)$$

となる。積分は全立体角に亙るが、 $P \ll 1$ あるいは $I \ll 1$ となる領域の積分は手抜きしてもいいだろう。

一般に、天体の輝度分布が電波望遠鏡のビームより広がっている場合、フラックス密度はビームサイズによって異なる。天体が s_0 方向にある点源のときは、 $I_\nu(s) = S_0\delta(s - s_0)$ と書け、フラックス密度は電波望遠鏡のビームサイズによらず S_0 である。

フラックス密度の単位 $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ は、電波天文の観測対象には大きすぎるので、宇宙電波の発見者の名前にちなんだ Jy (ジャンスキー) $= 10^{-26} \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ という単位を用いることが多い。

1.3.4 パワーフラックス密度

パワーフラックス密度は、フラックス密度を受信する周波数帯域に亙って積分した量

$$S = \int_{\nu} S_\nu d\nu \quad (1.19)$$

として定義され、単位は W m^{-2} である。

パワーフラックス密度は、Poynting ベクトル $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ の時間平均と等しい。

1.3.5 輝度温度

輝度 I_ν を温度換算して表現する輝度温度が、電波天文ではよく使われる。

温度 T の黒体から放射される輝度は、Planck の式

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (1.20)$$

で与えられる。ここで、 $h = 6.626176 \times 10^{-34} \text{J s}$ は Planck 定数、 $c = 299792458 \text{m s}^{-1}$ は真空中の光速、 $k_B = 1.380662 \times 10^{-23} \text{J K}^{-1}$ は Boltzmann 定数である。輝度 I_ν を式 (1.20) に代入して得られる T が、輝度温度 T_B である。

輝度 I_ν は $\frac{h\nu}{k_B T} = 2.82144$ で $\frac{\partial I}{\partial \nu} = 0$ と極大をとるので、黒体放射のピーク周波数 ν_{\max} は

$$\nu_{\max} = 5.8789 \times 10^{10} \text{Hz } T \text{ (K)} \quad (1.21)$$

と、黒体の温度に比例する。これを Wien の変移則という。例えば COBE の観測結果によると宇宙背景放射は 2.728 K の黒体であり、そのスペクトルのピーク周波数は 160.4 GHz に相当する。

観測周波数が $\nu \ll k_B T/h$ のとき、式 (1.20) は

$$I_\nu = \frac{2k_B T \nu^2}{c^2} \quad (1.22)$$

と近似できる。この近似を Rayleigh-Jeans 近似と呼ぶ。このとき、

$$T_B = \frac{c^2}{2k_B \nu^2} I_\nu = \frac{\lambda^2}{2k_B} I_\nu \quad (1.23)$$

と、輝度温度が輝度に比例する。ここで、 λ は波長である。

輝度温度は、放射が熱的放射の場合には実際の電波源の温度を反映する。非熱的電波源の場合には、実際の温度とは大きく異なる。

1.3.6 パワーの温度換算

電波天文においては、受信した電力を温度換算して表現する手法がよく使われる。Figure 1.4 のように、温度 T の熱浴に浸した終端抵抗 R から受信機に入力される単位周波数当たりの受信電力 W_ν は、 $h\nu \ll k_B T$ の Rayleigh-Jeans 近似が成り立つ場合に、

$$W_\nu = k_B T \quad (1.24)$$

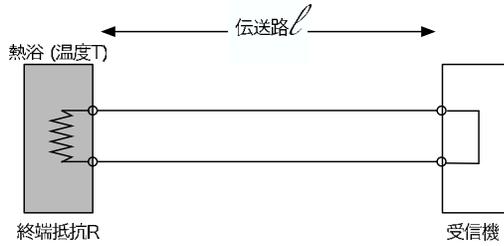


Figure 1.4: Nyquist の定理

という式で表される。これを、Nyquist の定理という。

証明

終端抵抗 R と長さ l の導線で結ばれた受信機との間に熱平衡状態を成り立たせた後に、終端抵抗および受信機を切り離すと、完全反射がおきて定在波が生じる。定在波の振動モードは $\nu_n = nv/2l$ で表される。ここで、 v は波の伝搬速度。従って、単位周波数あたりに存在する定在波のモード数は、 $\partial n/\partial \nu = 2l/v$ 。

また、熱平衡状態にある系の 1 自由度あたりに分配される運動エネルギーの平均値は $k_B T/2$ (Boltzman 則) なので、単位周波数あたりに分配される運動エネルギーは $k_B T l/v$ 。

このエネルギーが導線を縦断するのに要する時間は $\Delta t = l/v$ なので、終端抵抗 R から受信機へ伝えられる単位時間・単位周波数当たりのエネルギー (即ち単位周波数当たりのパワー) W_ν は、

$$W_\nu = \frac{k_B T l}{v} \cdot \frac{1}{\Delta t} = k_B T \quad (1.25)$$

(証明終)

なお、 $h\nu \gtrsim k_B T$ の状況では Boltzman 則はエネルギー等分配でないので、

$$W_\nu = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (1.26)$$

となる。

1.3.7 アンテナ温度

Nyquist の定理を用いると単位周波数当たりのパワーを温度換算できることを 1.3.6 章で示した。この手法を用いて、アンテナで受信した電力を温度換算することができる。これを、アンテナ温度と呼ぶ。

有効開口面積 A_e のアンテナでフラックス密度 S_ν の電波源を受信したとき、単位周波数当たりの受信電力 W_ν は $W_\nu = \frac{1}{2} S_\nu A_e$ である。ここで、係数 $\frac{1}{2}$ が付くのは、2 偏波あるうちの 1 偏波だけを受信する場合¹を考えているためである。これを式 (1.24) を勘案して温度換算したアンテナ温度 T_A は、

$$T_A = \frac{S_\nu A_e}{2k_B} \quad (1.27)$$

と定義される。

¹無偏波の電波源の場合、直交する 2 偏波にパワーが等分配されているので、どちらか片方の偏波だけを受信するとパワーが半分になるので $1/2$ を付ける式で良い。しかし、天体が偏波している場合はこの定義では不十分であり、偏波毎にパワーを考える必要がある。また、ポロメーターなどの光子検出をする場合は両偏波を併せた検出なので、 $1/2$ は不要になる。

1.4 電波の受信方法

電波天文学で用いる観測装置を電波望遠鏡と呼ぶ。電波望遠鏡は、天体から到来する電磁波のうち、電波の波長域を測定する装置である。

電波望遠鏡で観測する方法にはさまざまな分類があるが、ここでは電磁波の情報をどのように捉え天体の情報を得るか、という原理に即して考えてみる。

1.4.1 「波」としての受信

電磁波の中で技術的に波として受信可能なのは電波の周波数帯だけである。空間を伝搬してきた電波をアンテナで集め、給電部で導波管モードに変換し、さらに電気信号へと変換する。天体から到来する電波は非常に弱いので、扱いやすい信号レベルにまで線型増幅する。また、高周波の電波は扱いが難しいので、必要に応じて周波数変換を行い、扱いやすい低い周波数にする。このように、波として受信し、波の性質を保ったまま周波数変換を行うことを、ヘテロダイン受信 (heterodyne system) という。

電力計 (パワーの計測)

受信した信号を検波器によって電力に変換し、測定する。入力した周波数 ν の電気信号の振幅が $E(\nu)$ であったとき、信号は $E(t) = E(\nu) \cos(2\pi\nu t + \phi(\nu))$ と書ける。ここで $\phi(\nu)$ は位相である。この信号を、ダイオードなどの非線型特性を持つ素子に入力する。出力電流 I は入力電圧の二乗に比例するような特性を持つので、出力電圧 $V_{\text{out}}(t) \propto E^2(\nu) \frac{1 + \cos(4\pi\nu t + \phi(\nu))}{2}$ となる。この出力電圧を適切な時定数 $\tau \gg 1/\nu$ だけ積分すれば、 \cos の項は消失し、 $V_{\text{out}} \propto E^2(\nu)$ となるので、入力信号のパワーが検波器の出力となる。入力信号が有限の帯域幅を持つ場合には、検波器の出力電圧は $V_{\text{out}} \propto \int_{\nu} E^2(\nu) d\nu$ となる。

一般には受信した信号は増幅器で増幅された後に検波器で検出される。増幅器へ入力されるパワーを P_{in} 、増幅器の利得 (gain) を G とする。線型増幅器は必ず雑音 N を付加するので、増幅器の出力は $P_{\text{out}} = G(P_{\text{in}} + N)$ と書ける。ここで N にも G を書けるのは、入力等価雑音として定義するためである。

分光器

受信信号の周波数毎の電力分布をパワースペクトルといい、パワースペクトルを測定する操作を分光という。分光を行う装置が分光器である。パワースペクトルは電波源のさまざまな情報を与えてくれるので、分光は重要な観測手法である。例えば、分子や原子のエネルギー準位が遷移する時に放出される電磁波は、そのエネルギー差に相当する周波数にパワーが集中する (これを線スペクトルという) ので、分光観測で周波数を測定することで放射や吸収する物質の組成やエネルギー分布 (温度) を知ることができる。また、ドップラー効果による周波数のずれを計測することで、放射源や吸収物質の視線速度を知ることができる。その他、ゼーマン効果、シュタルク効果、重力赤方偏移など、得られる (かも知れない) 情報は多岐にわたる。

受信した電気信号 $V(t)$ をフーリエ変換することで、スペクトル $\hat{V}(\nu)$ が得られる。

$$\hat{V}(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V(t) \exp(-2\pi i \nu t) dt \quad (1.28)$$

という関係である。 $P(\nu) = \hat{V}(\nu) \hat{V}^*(\nu)$ はパワースペクトルで、周波数の関数として単位周波数当たりの受信電力を示したものであり、通常、これが分光器の出力である。

デジタル分光器の場合、入力信号をサンプリングしてデジタル化した後に、計算機にて式 (1.28) のフーリエ変換を実行する。自己相関関数

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V(t) V(t + \tau) dt \quad (1.29)$$

を計算した後に $C(\tau)$ をフーリエ変換してパワースペクトルを得る、という計算手法も広く利用されている。

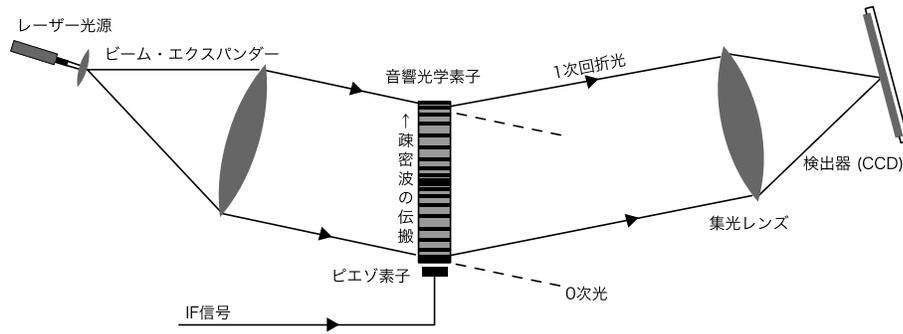


Figure 1.5: AOS (音響光学型分光器) の原理。受信機からの IF 信号をピエゾ素子の圧電効果によって音波に変換し、音響光学素子の中を伝搬させることで、屈折率のパターンが形成される。ここにレーザー光を入射すると、疎密パターンに応じてレーザー光が回折する。1 次回折光の方向分布は、疎密パターンのフーリエ変換になるので、パワースペクトルが得られる。

AOS (Acoust-Optical Spectrometer : 音響光学型分光器) はアナログの分光器である。その原理を図 1.5 に示す。受信信号をピエゾ素子によって超音波に変換し、 TeO_2 などの結晶を伝搬する疎密波にする。ここにレーザー光を入射すると、疎密パターンに応じてレーザー光が回折する。回折光の角度分布が疎密パターンのフーリエ変換になるので、パワースペクトルが得られる、という原理である。

式 (1.29) のフーリエ変換であるが、実際には $T \rightarrow \infty$ は実現できないので、有限時間 T の範囲内で打ち切ったフーリエ変換しか実行できない。このとき、分光分解能は $\Delta\nu \sim 1/T$ で与えられる (詳しくは「数学」の章の convolution 定理を参照)。

電磁波を「波」として受信できる電波天文学では、分光を比較的容易に行うことができる。デジタル分光器の場合、サンプリング間隔 ΔT とフーリエ変換のサンプル数 N との積が大きいほど分光分解能が高く、 $\Delta\nu \sim 1/N\Delta T$ となる。 ΔT は、受信帯域幅を B とすると、 $\Delta T = 1/2B$ という関係式で与えられる (「数学」の章のサンプリング定理を参照)。従って、分光分解能は $\Delta\nu \sim 2B/N$ となる。ここで、分光分解能は観測周波数に依存しないことに注意されたい。ヘテロダイン受信によって周波数変換が可能な電波観測では、比分光分解能 $\nu/\Delta\nu$ は極めて精細に行うことが可能なのだ。例えば、 $N \sim 10^4$ 程度は比較的容易に得られるので、 $\nu = 100 \text{ GHz}$ の受信信号のうち 100 MHz の帯域を受信して分光した場合は $\Delta\nu \sim 20 \text{ kHz}$ となるので、 $\nu/\Delta\nu \sim 5 \times 10^6$ となる。速度分解能にすれば 30 m s^{-1} という精度が、比較的簡単に得られるのだ。ヘテロダイン受信が不可能な可視光や X 線では、このような高分散分光は難しい。

干渉計観測

干渉計も電波の「波」としての性質を利用した観測方法である。その原理は本書の核となるテーマであり次章に譲るが、ここでは干渉計が何を測定しているのかだけを述べる。

干渉計で得られる測定量は、二つのアンテナで受信した信号の相互相関関数 $C(\tau)$ であり、次式で表される。

$$C_{1,2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_1(t)V_2(t+\tau)dt \quad (1.30)$$

ここで、添字の 1, 2 はアンテナ番号に対応する。式 (1.30) は式 (1.29) の自己相関関数を二つの別々の信号に拡張したものである。

$C_{1,2}(\tau)$ を $\tau \rightarrow \nu$ にフーリエ変換して得られる $S_{1,2}(\nu)$ をクロスパワースペクトルといい、次式で定義される。

$$S_{1,2}(\nu) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} C_{1,2}(\tau)e^{-2\pi i\nu\tau} d\tau \quad (1.31)$$

干渉計において、フーリエ変換で分光することはごく普通に行われるので、このクロスパワースペクトルも干渉計の測定量と言ってよいだろう。

観測した時点において天体方向から見た基線ベクトルを波長単位で表したものを空間周波数といい、相互相関関数やクロスパワースペクトルは、天体の輝度分布の空間周波数におけるフーリエ成分である。様々な空間周波数におけるフーリエ成分を取得して合成することで輝度分布を再現できる。これが干渉計による像合成の原理であるが、それは次章以降で詳述する内容だから、ここではまだ理解できなくても構わない。

1.4.2 「光子」としての検出

電磁波は波動であると同時に粒子としての性質を併せ持つ。電磁波を粒子として認識する場合には「光子」とよび、そのエネルギーは $E = h\nu$ と周波数に比例する。電波望遠鏡に入射した光子の数をカウントすることで、単位時間あたりに単位面積を通過する電磁波のパワーを測定できる。

電波は電磁波の中でも周波数が低いので、光子のエネルギーは小さい。例えば、周波数 100 GHz (波長 3 mm) の電波の場合、光子のエネルギーは 6.6×10^{-23} J, あるいは 4.2×10^{-4} eV である。このようにエネルギーの小さい光子を検出するには、光化学反応や電離やバンドギャップ遷移などでは困難なので、ボロメーター (bolometer: 熱量計) を用いる。光子の入射によって受光部の温度がわずかに上昇するのを、素子の電気抵抗値の変化として捉える。

光子として検出することの利点は、受信帯域幅がヘテロダイン受信に比べて広くできることと、線型増幅器内で発生する量子雑音の影響を受けないことにある。その代わりに光子の個数のゆらぎに起因するショット雑音の影響があるが、ヘテロダイン受信に比べて高感度の検出方法である。

短所は、波としての性質を検出時に失うので、位相の情報を得ることができないことだ。このため、干渉計の素子として光子検出器を使うことはできない (干渉させた後に、検出器として用いることは可能である)。また、分光が困難である。

1.5 電波観測から得られる情報

1.5.1 輝度は何を反映するか

放射輸送

放射輸送 (radiative transfer) のおさらいをしておく。視線方向に沿った微小距離 dz を進む間に輝度が増加する量を dI_ν とおく。吸収係数を κ_ν , 放射係数を ϵ_ν とすると、

$$dI_\nu = \epsilon_\nu dz - \kappa_\nu I_\nu dz \quad (1.32)$$

である。光学的厚み τ_ν を $d\tau_\nu = \kappa_\nu dz$ として導入し、源泉関数 (source function) $S_\nu \equiv \epsilon_\nu / \kappa_\nu$ と定義すれば、式 (1.32) は

$$dI_\nu = (S_\nu - I_\nu) d\tau_\nu \quad (1.33)$$

と表すことができる。ここで、源泉関数 S_ν はフラックス密度 S_ν とは異なる物理量であることに注意が必要である。

源泉関数が放射 I_ν に依存しない場合、式 (1.33) の解は

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0) \exp(-\tau_\nu) + \exp(-\tau_\nu) \int_0^{\tau_\nu} S_\nu \exp(-\tau'_\nu) d\tau'_\nu \quad (1.34)$$

であり、源泉関数が場所によらず一定だとすると

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0) \exp(-\tau_\nu) + S_\nu(1 - \exp(-\tau_\nu)) \quad (1.35)$$

となる。ここで、 $I_\nu(0)$ は $\tau_\nu = 0$ における輝度、すなわち背景放射である。電波の波長帯では宇宙背景放射（赤方偏移が約 1000）において光学的に厚く、その輝度は絶対温度 2.718 K の黒体放射で表される。全天のほとんどの方向は、宇宙背景放射に至るまで光学的に薄い。

光学的に厚い ($\tau_\nu \gg 1$) 場合、観測される輝度 I_ν は $I_\nu \sim S_\nu$ となる。つまり、この時には観測される輝度は源泉関数そのものである。

背景放射に付加される $S_\nu(1 - \exp(-\tau_\nu))$ の項は、光学的に薄い ($\tau_\nu \ll 1$) 場合、 $S_\nu\tau_\nu$ で近似される。この場合、観測される輝度 I_ν は源泉関数と光学的厚みの積である。

熱的放射の場合、源泉関数はその温度における黒体放射（式 1.20）に等しい（Kirchhoff の法則）。従って、光学的に厚ければ輝度から温度を推定できる（だから「輝度温度」という概念がある）。光学的に厚い熱的放射の場合、観測された輝度はその天体の温度そのものである。天体の広がり電波望遠鏡のビーム立体角以上のとき、アンテナ温度は輝度温度と同じなので、電波望遠鏡は温度計として使うことができる。

光学的に薄い場合は、天体の温度と光学的厚みの積が輝度温度として観測される。光学的厚みは、放射の過程と、視線方向に沿った物質の量に依存する。自然放射の場合、一つの分子・原子・イオンなどの粒子が光子と相互作用する cross section σ と、視線に沿ったその粒子の総量 $\int n dL$ （これを柱密度という）の積で、光学的厚みが与えられる。ここで、 n は放射に関与する粒子の密度である。熱的制動放射のように粒子の二体衝突による放射過程の場合は、光学的厚みは $\int n^2 dL$ に比例する。

1.5.2 スペクトルがもたらす情報

スペクトルは周波数ごとの放射パワーの分布である。放射・吸収・伝搬の過程はスペクトルに反映されるので、スペクトルを調べることで明らかになる現象は多い。スペクトルは天体の情報の宝庫である。

スペクトルには、特定の周波数の付近に出現する線スペクトルと、広い周波数領域に亙ってパワーが分布する連続スペクトルに分類される。線スペクトルのうち、特定の周波数付近にパワーが集中するものを輝線といい、特定の周波数付近だけパワーが減少するものを吸収線という。

線スペクトル

分子・原子・イオンなどのミクロな粒子においては、個々の粒子の持つエネルギー値は連続的には存在できず、量子化された準位を持つ。例えば、水素原子の電子は $E_n = -Rc/n^2$ というエネルギー準位を持つ。ここで n は主量子数という自然数であり、 c は光速、 R は Rydberg 定数 ($R = 1.097 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$ である。エネルギー準位が遷移するとき、そのエネルギー差に相当する光子が放射される。主量子数 $n_1 \rightarrow n_2$ の遷移で、エネルギー差は $\Delta E = Rc/(n_2^2 - n_1^2)$ なので、

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{Rc}{h(n_2^2 - n_1^2)} \quad (1.36)$$

の周波数を持つ光子が放出される。ここで、 h は Planck 定数である。

エネルギー準位の遷移は主量子数だけではなく、磁気量子数、方位量子数、スピンなどがある。また、多原子分子・イオンでは、原子間距離の振動エネルギー準位や、分子の回転エネルギー準位などもある。

これらのうち、分子の回転準位の遷移はエネルギー差が電波の領域に相当するので、観測されやすい。剛体で直線とみなせる分子（例えば CO）の回転エネルギーは

$$E_J = \frac{h^2}{8\pi^2 I_i} J(J+1) \quad (1.37)$$

で与えられる。ここで I_i は分子の回転軸回りの慣性モーメント、 J は回転量子数である。双極子放射では $\Delta J = \pm 1$ の遷移だけが許されるので、 $J \rightarrow J-1$ の遷移（放射）による周波数は

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{h}{4\pi^2 I_i} J \quad (1.38)$$

となり、周波数と J が比例することがわかる。例えば一酸化炭素分子 (CO) では $I_i = 1.45 \times 10^{-46} \text{ kg m}^{-2}$ で、 $J = 1 \rightarrow 0$ の遷移は 115 GHz の放射を起こす。

主量子数の遷移は、基底状態 ($n = 1$) 付近では紫外線・可視光の波長域であるが、 n が数十のオーダーになると電波の波長域に相当する。原子核と電子のスピンが平行な場合と反平行な場合とのエネルギー差 (超微細構造) も、電波の波長域に相当する。

一方で、振動準位は $v = 1$ でのエネルギーが $\sim 10^{13} \text{ Hz}$ 程度の周波数 (赤外線) に相当するので、振動準位の遷移によるスペクトル線は電波では観測されない。ただし、回転準位遷移のエネルギー差が振動準位によって微妙に異なり、回転準位遷移の周波数が振動準位によって分かれるので、スペクトル観測から振動準位を知ることができる。

スペクトル線の周波数は計算や実験室での分光で精密に調べておけるので、天体が放射・吸収するスペクトル線の周波数と、実験室における周波数との違い (周波数が低くなる時は赤方偏移、高くなる時は青方偏移) を、スペクトル観測で調べることができる。周波数が偏移することの原因としては、天体の視線方向に沿った運動による Doppler 効果、宇宙膨張、重力場、Zeeman 効果、Stark 効果などがあるが、特に Doppler 効果は普遍的なので、スペクトルの横軸を周波数でなく速度で表すことが多い。

スペクトル線の強度は、物質と放射との相互作用の強さ、物質の量、励起状態などに依存する。温度 T の局所熱平衡状態 (LTE: Local Thermal Equilibrium) にある場合、エネルギー準位 J の状態にある分子の個数比は Boltzman 則

$$N_J \propto g_J \exp\left(-\frac{E_J}{k_B T}\right) \quad (1.39)$$

に従う。ここで、 g_J は縮態度 (そのエネルギー準位における独立な状態数) である。光学的に薄い場合、光学的厚みは N_J に比例するので、輝線の強度比を複数の遷移間で比較して温度を求めることができる。

メーザー放射

衝突などで高いエネルギー準位に励起された粒子が低いエネルギー準位へカスケード的に降りてゆく際に、選択律のためにエネルギー準位の分配が Boltzman 則から外れて、高い準位にある粒子数が低い準位にあるそれより多くなる反転分布 (population inversion) が生じることがある。反転分布をしているガスでは、誘導放射が連鎖反的に生じて輝度が増幅されることがある。このような放射をメーザー (maser : Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation)² という。メーザーは非熱的な放射である。

メーザー放射では、入射された種光子と誘導放射で生じた光子とで位相が揃う (方向がある) ので、その方向に沿って輝度が増幅される。非飽和の状態では、光学的厚み τ に対して

$$I(\tau_\nu) = I_0 \exp(\tau_\nu) \quad (1.40)$$

と指数関数的に増幅される。増幅される方向が視線に近い場合は、 $T_B > 10^{10} \text{ K}$ という非常に高い輝度が観測されることもある。一方、その方向から外れると輝度は低い。このように、メーザーは指向性を持っている (beaming) 放射である。

このため、観測されたメーザー放射の輝度から、放射しているガスの物理状態を知ることは難しい。しかし、メーザーには以下のような特長があり、重要な観測対象である。

- 光学的厚みに対して指数関数的に増幅されるので、 τ_ν の拡がり (周波数幅、すなわち速度幅) よりも輝線の幅はずっと狭くなる。つまり、ガスの視線速度の測定精度が高い。
- 輝度がとても高いので、VLBI でも観測可能。このため、ミリ秒角を切る位置の決定精度が得られ、数ヶ月程度で天球面上の運動 (固有運動や年周視差) が測定でき、運動学や位置天文学の対象になる。

²可視・赤外の波長域でおこる場合にはレーザー (Laser) と呼ばれる

連続スペクトル

プラズマが発生する熱制動放射 (Thermal Bremsstrahlung radiation) やシンクロトロン放射 (Synchrotron radiation) では、荷電粒子 (主に電子) が衝突や磁場との相互作用で加速運動することで、電磁波が発生する。個々の電子による放射は様々な周波数成分を含んでおり、また、速度がまちまちな電子が多数含まれる系なので、とてもスペクトルが広範な周波数範囲に広がる。このようなスペクトルを連続スペクトルという。

電波望遠鏡で受信できる帯域は、連続スペクトルの拡がりに比べるととても狭く、連続スペクトルの全体を把握するのは難しい。せいぜいスペクトルの傾きやスペクトルのピーク、頑張ればスペクトルの折れ曲がり測定できる程度であろう。

熱制動放射

光学的に厚い領域では黒体放射のスペクトル (式 1.20) を示す。光学的厚みはエミッション・メジャー (Emission Measure) $EM = \int n_e^2 dL$ に比例し、また、周波数にも依存する以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{8e^6 n_e^2 L}{3\sqrt{2\pi} (k_B T_e)^{3/2} m_e^{3/2} c \nu^2} \log \left[\frac{0.2128 (k_B T_e)^{3/2}}{e^2 m_e^{1/2} \nu} \right] \\ &= 3.01 \times 10^{16} \left(\frac{n_e}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^2 \left(\frac{L}{1 \text{ pc}} \right) \left(\frac{T_e}{1 \text{ K}} \right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{\nu}{1 \text{ GHz}} \right)^{-2} \left[17.7 + \ln \left(\frac{T_e^{\frac{3}{2}}}{\nu} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\simeq 0.46 \left(\frac{n_e}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^2 \left(\frac{L}{1 \text{ pc}} \right) \left(\frac{T_e}{1 \text{ K}} \right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{\nu}{1 \text{ GHz}} \right)^{-2.1}. \quad (1.42)$$

これを放射輸送方程式 (1.35) に代入し、背景放射 $I_\nu(0)$ を無視し、Rayleigh–Jeans 近似 (式 1.22) が成り立つ周波数領域とすると、

$$I_\nu(\tau_\nu) = \frac{2k_B T \nu^2}{c^2} (1 - \exp(-\tau_\nu)) \quad (1.43)$$

となるので、

- $\tau_\nu \ll 1$ となる周波数 (高周波数側) では $I_\nu(\tau_\nu) \propto \nu^{-0.1}$
- $\tau_\nu \gg 1$ となる周波数 (低周波数側) では $I_\nu(\tau_\nu) \propto \nu^2$

というスペクトル形状が得られる。スペクトルの折れ曲がりには $\tau_\nu \sim 1$ となる周波数で起こり、その周波数 ν_m はおよそ $T^{-3/4} \sqrt{EM}$ に比例する。

このように、熱制動放射の連続スペクトルからは、低周波側の輝度温度から温度が、折れ曲がり周波数からはエミッション・メジャーが推定できる。

シンクロトロン放射

シンクロトロン放射の場合、ローレンツ因子 γ の電子一つから放射されるスペクトルは、 $x = \nu/\nu_c$, $\nu_c = (3\gamma^2 e B \sin \zeta)/(4\pi m_e c)$ という変数を用いて

$$P(\omega) \propto x \int_x^\infty K_{\frac{5}{3}}(\xi) d\xi. \quad (1.44)$$

で表される。ここで、 K は変形 Bessel 関数である。式 (1.44) のグラフを Figure 1.6 左に示す。

シンクロトロン放射を起こすような相対論的なエネルギーを持つ電子は、フェルミ加速などの過程で高エネルギーを得たために、非熱的な power-law のエネルギー分布

$$N(E) dE \propto E^{-p} dE, \quad (1.45)$$

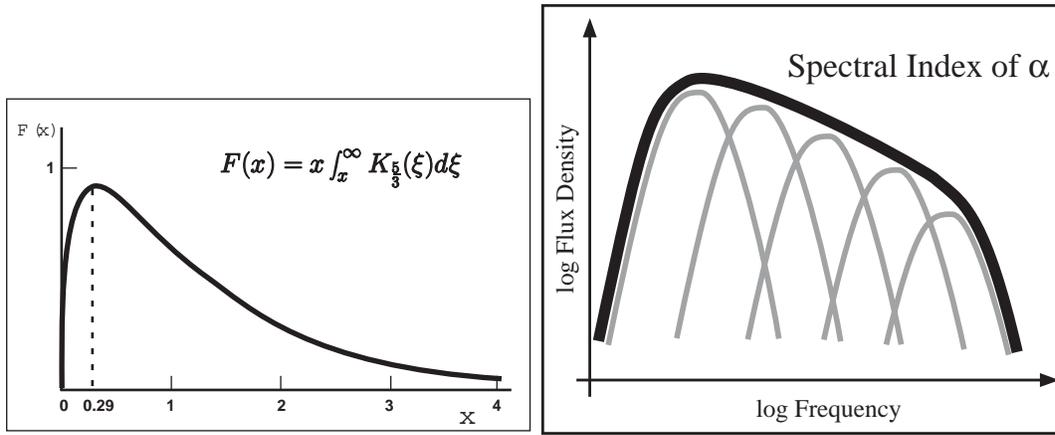


Figure 1.6: (左) 単一の電子が放射するシンクロトロン放射のスペクトル。(右) Power-law のエネルギー分布を持つ電子系からのシンクロトロン放射スペクトル

を示すことが多い。 $E = \gamma m_e c^2$ なので、ローレンツ因子 γ の分布も

$$N(\gamma)d\gamma \propto \gamma^{-p}d\gamma, \quad (1.46)$$

と power-law になる。このような電子系が示すスペクトルの総和は、

$$\begin{aligned} P_{\text{total}}(\nu) &\propto \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} P(\nu)\gamma^{-p}d\gamma \\ &= \nu^{\frac{1-p}{2}} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} F(x)x^{\frac{3+p}{2}}dx. \end{aligned} \quad (1.47)$$

となる。従って、 $x_{\min} \gg x \gg x_{\max}$ を満たす周波数領域では、 $P_{\text{total}}(\nu) \propto \nu^{\frac{1-p}{2}}$ とやはり power-law のスペクトルを示す。

対数スケールでスペクトルを表した時の傾き α

$$\alpha = \frac{d \log P}{d \log \nu} \quad (1.48)$$

をスペクトル指数という。シンクロトロン放射が光学的に薄いときのスペクトル指数 α_0 とエネルギー分布の冪 $-p$ には、

$$\alpha_0 = (1 - p)/2 \quad (1.49)$$

という関係があるので、スペクトル指数を測定することでプラズマのエネルギー分布が分かり、加速やエネルギー損失が起きていることの判定に用いることができる。

シンクロトロン放射では光学的厚みは周波数に依存し、放射スペクトル I_ν は

$$I_\nu = I_0 \nu^{\frac{5}{2}} \left[1 - e^{-\tau_s \nu^{\alpha_0 - \frac{5}{2}}} \right] \quad (1.50)$$

で与えられる。ここで、係数 τ_s は

$$\tau_s = \frac{\sqrt{3}e^3 n_0 2^{p/2}}{8\pi m_e} \Gamma\left(\frac{3p+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+22}{12}\right) \left(\frac{3e}{2\pi m_e^3 c^5}\right)^{1/2-\alpha_0} (B \sin \zeta)^{3/2-\alpha_0} \quad (1.51)$$

で与えられる。 B は磁場強度、 ζ は電子の磁場に対するピッチ角である。スペクトルのピークが現われる周波数 ν_m は、 $\tau \sim 1$ のときであり、磁場と電子のエネルギーが等分配のとき、

$$\nu_m \sim 8B^{1/5} I_{\nu_m}^{2/5} (1+z)^{1/5} \quad (1.52)$$

となる。輝度の代わりに輝度温度 T_B を用いると、

$$\nu_m = 2.2 \times 10^{-20} \text{GHz} \left(\frac{T_B}{\text{K}} \right)^2 \left(\frac{B}{1\text{G}} \right) (1+z)^{-1} \quad (1.53)$$

となる。このように、輝度温度とスペクトルのピーク周波数を測定することで、磁場強度を見積もることができる。

Chapter 2

単一鏡による観測

川辺良平

2.1 はじめに

ここでは、主に干渉計による観測との比較という観点で単一鏡による観測について述べる。まず、本題に入る前に、単一鏡による観測と干渉計観測について、それぞれの Strength, Weakness をまとめておこう。

2.1.1 干渉計観測

Strength

- 高い空間分解能の実現、イメージの取得可能。
- 大気放射（の変動）は、相関しないので、その影響を受けにくい。
- サイドローブなどからの信号の混入（Confusion Signal）は、位相回転などで除去可能。
- 較正観測の精度が高い。
- 視野内では、ノイズは比較的均一であり、ダイナミックレンジの高い電波画像を取得することが可能。
- 長時間積分により高感度観測が可能で、原始銀河などの微弱天体の観測に向いている。

Weakness

- 空間的に広がった成分のフーリエ成分はサンプルできない（ただし、補う方式が開発されている）。
- データ処理が複雑（ただし、習得すれば OK。また、将来はイメージングパイプラインが開発され、自動的に画像化が可能になる）
- 絶対強度較正や全強度の測定が困難（ただし、最近では、単一鏡データを干渉計データに足し込んで画像化する手法が確立している。）

2.1.2 単一鏡観測

Strength

- 空間的に広い領域の観測が可能である。
- 絶対強度較正や全強度の測定が可能。

Weakness

- 空間的な分解能に限界がある（ビームサイズは、およそ $1.2\lambda/D$ 。ここで D はアンテナ口径、 λ は観測波長）。
- 大気放射の効果を大きく受ける（特に連続波観測）。
- 大望遠鏡の場合には、観測中の Antenna Gain の変動が大きく、高精度の較正観測が困難
- ダイナミックレンジの高い電波画像を取得することが困難
- 強い電波源の近傍にある微弱天体の観測は困難

2.2 電波マップの取得

単一鏡の焦点におかれた受信機（シングルチャネルの受信機を想定）では、通常空の 1 点のみ観測することができる（後述するが、マルチビーム受信機やボロメータアレイなどがあり、複数の観測点のデータを取得することが可能となる）。これから学ぶように、干渉計では、観測視野の中で電波マップを取得できることに對して、単一鏡では、観測のビームサイズの大きさを超える広がりを持つ天体を観測する場合には、望遠鏡の向きを変えて観測してゆく必要がある。それらのデータを用いて、2 次元の電波強度のマップを取得する必要がある。

干渉計の場合には、ある天体のマップは、観測視野内で様々な空間周波数成分を取得しそれをフーリエ変換することによって電波画像を取得している。この場合には、ある時間かけて得られた干渉データは、マッ

マップ上のあらゆる点での強度を導き出すのに使用される。そのため、マップ上の各点で同じ観測データを用いた強度データが得られる（観測データの「同時性」）。これに対して、単一鏡の場合は、観測点を変えながら観測し電波マップを作る（「非同時性」）。よって、観測点は異なった時間（すなわち異なった大気条件で）のデータが用いられたため、マップ上でのノイズは非一様であり、大気の変動の効果やアンテナゲインの変動、アンテナ指向性の変動などの影響を大きく受けることになる。この結果、ミリ波やサブミリ波では特にダイナミックレンジの高いマップを得ることが困難である。このような影響を改善するために、多くの点を同時に観測可能なマルチビーム受信機やボロメータアレイなどが開発されており、また観測手法としては、アンテナを高速に駆動して広い領域のイメージを得る OTF(On The Fly) 法や、大気変動成分を取り除くサブレフチョッピング法などが開発されている。マルチビーム受信機の場合には、受信機（ビーム）間のゲインのばらつきなどが、イメージの質を劣化させる。また、マルチビーム受信機の場合でも、観測できる場所に制限があり、望遠鏡を向ける場所を変えて、ビーム間を埋めるようサンプルしたりして観測する必要がある。

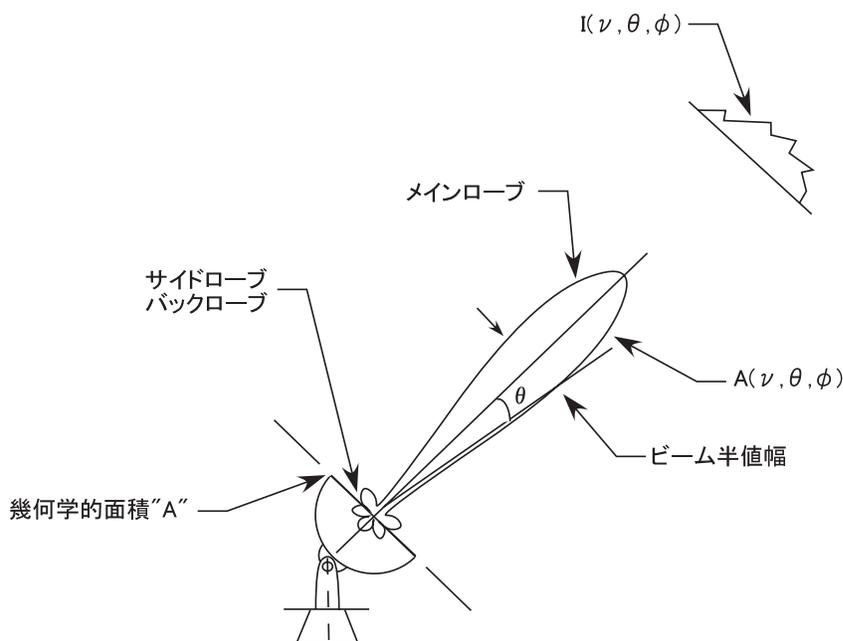


Figure 2.1: 電波望遠鏡とビーム。単一鏡の場合には、アンテナの方向を変えて観測し、電波源の強度分布を調べる必要がある。出力として取り出すのは、電波源とアンテナビームの掛け算を全立体角で積分した量である（詳しくは、文中参照）

2.3 基本的な較正

電波望遠鏡に要求される一般的な性能として、以下のようなものがあげられる。

- ビーム形状が軸対称（丸いこと）で、サイドローブレベルが低いこと
- 能率（ゲイン）が高いこと
- 指向性が高いこと
- アンテナ雑音が高いこと
- 交差偏波が小さいこと（偏波観測にとって重要）

単一鏡での観測において、天体の電波強度を知り、また電波で高精度のマップを取得する上で、望遠鏡に関する上記量についての較正が重要であり、また大気等の影響の較正を行う必要がある。これらの較正の精度

が観測の精度を決定する要因となる。以下で、それらの較正について見てゆこう。

2.3.1 電波ビーム

電波望遠鏡の主ビーム (Primary Beam or Main Lobe) の FWHM (Full Width to Half Power), θ_B 、を通常望遠鏡のビームサイズ、空間分解能と呼んでいる。干渉計観測の場合の FOV (Field of View、観測視野) は、このサイズをいう。 θ_B は、主鏡面 (開口面) 上の照度分布 (電界分布のことであり、電界強度 (パワー) の分布ではないことに注意) の違いにより変わる (以下の式参照)。

$$\theta_B = \begin{cases} 1.02\lambda/D & ; \text{uniform illumination} \\ (1.1 - 1.3)\lambda/D & ; \text{Gaussian illumination taper with an edge power level} = 10 - 15\text{dB} \end{cases} \quad (2.1)$$

一般的には、エッジのパワーレベルを非常に押さえた照度分布の場合 (under illumination と呼ばれ、エッジパワーレベル < -13 dB の場合) には、ビームサイズは、1.02 より太ってしまうが、サイドローブレベルが非常に低くなる (Chapter 5 参照)。宇宙背景放射を観測する単一鏡のアンテナ (たとえば WMAP) は、このような設計がなされている。また、この場合には、開口能率もしくは有効開口面積 (後述) は、低くなってしまふ。

アンテナ主ビームの立体角 Ω_{MB} (パワーパターンを主ビーム領域で積分した量) は、以下の式で求めることができる。

$$\Omega_{MB} = 1.133 \theta_B^2 \quad (2.2)$$

もしくは、ピークの 10% レベルのビーム幅 $\theta_{0.1\text{power}}$ を用いると、

$$\Omega_{MB} = 0.3422 \theta_{0.1\text{power}}^2 \quad (2.3)$$

となる。

アンテナビームの全立体角 Ω_A (パワーパターンを全方向で積分した量) は、サイドローブの立体角 Ω_{SB} を Ω_{MB} に加えることにより得られる。

$$\Omega_A = \Omega_{MB} + \Omega_{SB} \quad (2.4)$$

Ω_{MB} と Ω_A の比 Ω_{MB}/Ω_A は、主ビーム能率と呼ばれ、アンテナ温度から主ビーム輝度温度に変換する時に用いられる。

2.3.2 アンテナゲイン

アンテナのゲイン — すなわち無指向性のアンテナのビーム立体角 (4π) との比 — は、全立体角 Ω_A を用いると、以下の式で得られる。

$$G = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}
P(\theta, \phi) &: \text{Beam Pattern} \\
P_n(\theta, \phi) &= \frac{P(\theta, \phi)}{P_{\max}} \\
\Omega_A &= \oint P_n(\theta, \phi) d\Omega \\
\Omega_{MB} &= \oint_{\text{main}} P_n(\theta, \phi) d\Omega \\
\eta_{mb} &= \frac{\Omega_{MB}}{\Omega_A} : \text{Main Beam Efficiency} \\
G &= \frac{4\pi}{\Omega_A} : \text{Antenna Gain}
\end{aligned}$$

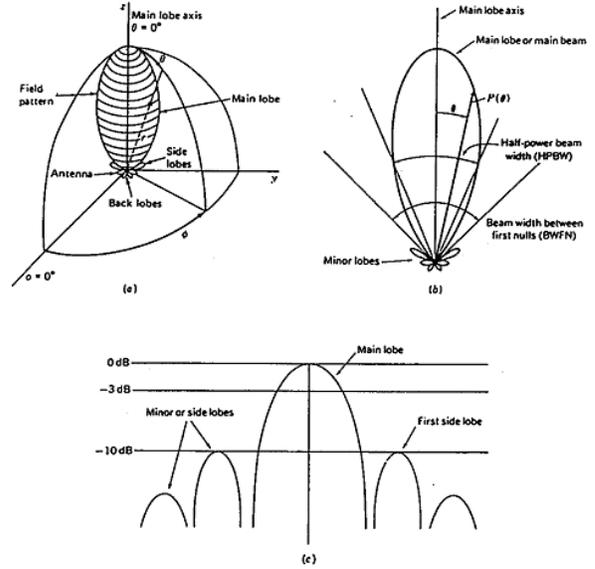


Figure 2.2: アンテナビームとアンテナゲイン

また、開口能率は、以下のように表すことができる（実際には、主鏡面でのオーミックロスなどによる効果もあるので注意）。

$$\eta_A = \frac{\lambda^2}{\Omega_A A_{\text{phy}}} = \frac{\lambda^2 G}{4\pi A_{\text{phy}}} \quad (2.6)$$

ここで、 A_{phy} は物理的開口面積である。これから、照度分布が under illumination になったものは、ビームパターンは非常にきれいなものが得られるが、ビームサイズが大きくなり、同時にアンテナゲインと開口能率の低下となることがわかる。アンテナゲイン（もしくはビームパターン）は、開口面上の照度分布を用いて計算することができる。しかし、実際のゲインなどは、開口面上の鏡面誤差の影響を考慮する必要がある。鏡面誤差によるゲインの低下を見積もる式は、Chapter 4 の観測システムの所で述べられる。 Ω_{MB} を持つ望遠鏡で観測される天体の輝度温度 T (measured) は、天体の立体角を $\Omega (\ll \Omega_{MB})$ 、天体の実際の表面温度 T とすると、大気による吸収効果がない場合には、

$$T(\text{measured}) = \frac{\Omega}{\Omega_{MB}} T + \frac{(\Omega_{MB} - \Omega)}{\Omega_{MB}} T(\text{CMB}) \quad (2.7)$$

となる (CMB; Cosmic Microwave Background、宇宙背景放射。 $T(\text{CMB})$ はその温度)。 Ω_{MB} 、さらに Ω とともに $T(\text{measured})$ から、天体の温度を求めることが可能である。 WMAP (Figure 2.4 参照) などは、このような方法で、木星の温度を非常に精度良く (1-2%) 導出している (Page et al. 2003)。ただし、 $T(\text{measured})$ の高精度の較正が必要となる。これは、複数の標準光源 (黒体) を受信できるシステムを導入することやまた精度良く測定された標準天体の観測により可能である。

2.3.3 大気放射・吸収の補正

前述したように、単一鏡に観測においては、大気放射成分を精度良く較正する必要がある。通常電波源の強さは、大気放射の変動成分より極めて小さい。であるので大気成分の差し引きを行って初めて電波源の信号が検出できる。大気成分を差し引く方法としては、サブレフ (副鏡) チョッピングによる方法や、ビーム光学系のミラーのチョッピング等によるビームのシフトなどによる大気成分を差し引く方法がある。この方法では、大気が変動するタイムスケールより早く観測点とその近くのオフ点 (電波源がないところ) をス

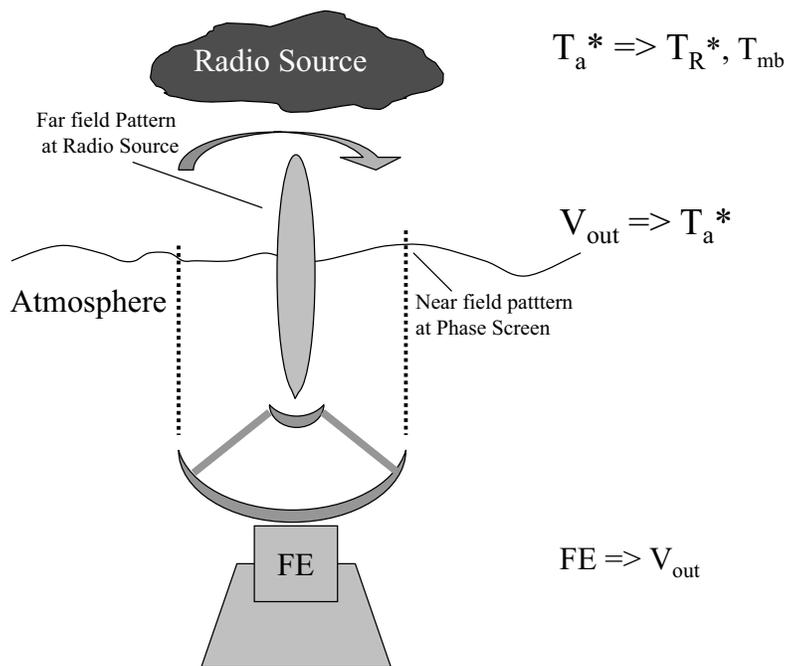


Figure 2.3: 受信機からの出力は、大気吸収の効果、ビームと電波源との結合率の効果などを補正して、 T_R^* へ変換する必要がある。通常の単一鏡のミリ波観測では、大気効果の補正の精度は 5 - 10%程度、電波源との結合率の補正は 10%程度である。

イッチング観測し、オフ点のスカイレベルを観測点から差し引くという方法がとられる。オフ点と観測点は、ほとんど同じ大気を通して観測される¹ ので、その大気の変動するより早いタイムスケールで差し引きが出来れば、大気の影響を取り除くことが可能となる。ミリ波サブミリ波では、数 Hz から 10 Hz 程度で、Chopping が行われている。

大気による吸収の効果は、干渉計でも問題となるが、単一鏡の場合には、強度校正の精度を左右する主な要因となる。大気がある条件では、2.3.2 章で検討した観測される輝度温度は以下のように表すことができる。

$$T(\text{measured}) = \exp(-\tau) \left\{ \frac{\Omega}{\Omega_{\text{MB}}} T + \frac{(\Omega_{\text{MB}} - \Omega)}{\Omega_{\text{MB}}} T(\text{CMB}) \right\} + T_{\text{sky}}(1 - \exp(-\tau)) \quad (2.8)$$

この式からわかるように、天体の輝度温度 T を求めるためには、大気放射成分 ($T_{\text{sky}}(1 - \exp(-\tau))$)、 T_{sky} は大気の物理温度) の差し引きと、大気の Opacity (τ) の補正を行う必要がある。さらには、 Ω_{MB} を求めることも必要である。 Ω_{MB} は、日射や風負荷のもとでは大きく変化する。また、風負荷等による指向精度の劣化で、ビームの真ん中から天体がずれて強度が大きく変動することもあり、地上での単一鏡による観測では校正が非常に重要になっている。大気吸収の補正に関しては、詳細は、Chapter 5 を参照のこと。

スペクトル観測の場合には、大気の放射成分の差し引きは、連続波ほど困難ではない。というのも、スペクトル線の観測では、ラインフリーのラインの両側をゼロレベルとして利用できるからである。ただし、この場合にも、強度校正が必要である。

2.3.4 Antenna Efficiency とアンテナ温度

アンテナ能率とアンテナ温度を少し詳しく見てゆこう。

アンテナ能率には、以下の種類があり、それぞれについて用いられ方が異なる。以下では、それらについてまとめよう。これまでは、主鏡面でのオーミックロスを考えなかったが、それも考慮した定式化をしよう。これまで、Gain は、 $4\pi/\Omega_A$ と定義されたが、再定義は、以下のようになる

$$G = \eta_r \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (2.9)$$

ここで、 η_r は Radiation Efficiency である。通常は、非常に 1 に近い。 Ω_A は全立体角でのビームの積分である。以下に様々な能率 (Efficiency) をまとめよう。

- 開口能率 η_A

$$\eta_A = \frac{\lambda^2}{\Omega_A A_{\text{phy}}} \quad (2.10)$$

- 主ビーム能率 η_{mb}

主ビームのみをガウシアンでフィットし (それを P_{ng} として) 積分したものを、ビーム全体で積分したもので割ったもので、以下のように表すことができる。サイドローレベルが高いとこの能率は低くなる。

$$\eta_{\text{mb}} \equiv \frac{\iint_{4\pi} P_{ng}(l, m) d\Omega}{\iint_{4\pi} P_n(l, m) d\Omega} \quad (2.11)$$

¹口径 D の望遠鏡の場合、大気変動の原因となる「Phase Screen」と呼ばれる場所では、望遠鏡から見て Near Field であるので、直径 D の円の開口がそのまま Phase Screen を突き抜ける。高度が 1km のところに Phase Screen があるとすると、5 分角離れたオフ点を観測するときでも、Phase Screen を突き抜ける開口は、2m ほどしかずれない (Figure 2.3 参照)。

- Forward Spillover Efficiency η_{fss}

主鏡開口の回折パターン部分に対するビームの積分と前面 (2π) でのビームの積分の比で表される。たとえば、主鏡を径由せずに副反射鏡を除く前面方向 (およそ 2π の立体角) から受信機 (FE) のフィードに結合する成分 (副反射からあふれた成分であるので、そのような成分をスピルオーバーという) があると、この能率を減少させる。副反射鏡と受信機フィードの間の光学系によるスピルオーバーがある場合でもこの能率の低下の要因となる。これらは、「アンテナ雑音」を増加させることになる。アンテナ雑音への寄与は、後ほど説明するが、スピルオーバーの成分が結合する成分、たとえば大気とかアンテナ受信機室内部の温度 (大気の場合には、 $T_{\text{sky}}(1 - \exp(-\tau))$) とそのスピルオーバーの成分の割合で決まる。

$$\eta_{\text{fss}} \equiv \frac{\iint_{\Omega_d} P_n(l, m) d\Omega}{\iint_{2\pi} P_n(l, m) d\Omega} \quad (2.12)$$

- Rear Spillover, blockage, scattering, and ohmic efficiency $\eta_l = \eta_r \eta_{\text{rss}}$

$\eta_r, \eta_{\text{rss}}$ は以下を参照。アンテナ雑音温度 (受信機、主ビームから入る大気放射成分を除いた、アンテナに起因する雑音成分で、入力等価で評価した雑音温度成分) は、おおよそ、以下のように η_l と η_{fss} を用いて表すことができる。

$$(1 - \eta_l)T(\text{ambient}) + (1 - \eta_{\text{fss}})T(\text{sky brightness}) \quad (2.13)$$

実際には、仰角 (EL) に依存し、計算式も複雑となる。

- Radiation Efficiency η_r

$$\eta_r \equiv \frac{G}{4\pi} \iint_{4\pi} P_n(l, m) d\Omega \quad (2.14)$$

- Rearward scattering & spillover efficiency η_{rss}

前方 (2π) でのビームの積分を Ω_A で割ったもの。後方にレスポンスする成分が大きいと、前方へのレスポンスが現象し、結果としてこの能率は減少する。たとえば、地面からの輻射が、主鏡を通さず、副反射鏡で反射されてフィードに結合してしまうような場合には、この能率の低下となる。このよう後方へのスピルオーバー成分も「アンテナ雑音」を増加させる要因となる。

$$\eta_{\text{rss}} \equiv \frac{\iint_{2\pi} P_n(l, m) d\Omega}{\iint_{4\pi} P_n(l, m) d\Omega} \quad (2.15)$$

- “Source Couple to Main Beam Efficiency” η_{cmb}

主ビームと電波源の結合率を表す効率であり、電波源方向での $P \cdot B$ の積分を Ω_{MB} (P はビームパターン、 B は電波源強度分布) の比として以下のように定義される。

$$\eta_{\text{cmb}} \equiv \frac{\iint_{\Omega_s} P_n(l' - l, m' - m) B_n(l', m') dl' dm'}{\iint_{4\pi} P_{ng}(l, m) d\Omega} \quad (2.16)$$

- “Source Couple to Beam Efficiency” η_c

電波源方向で $P \cdot B$ の積分 / Ω_A であり、ビームと電波源の結合率を表す

$$\eta_c \equiv \eta_{\text{cmb}} \eta_{\text{mb}} \quad (2.17)$$

$$\equiv \frac{\iint_{\Omega_s} P_n(l' - l, m' - m) B_n(l', m') dl' dm'}{\iint_{4\pi} P_n(l, m) d\Omega} \quad (2.18)$$

ここで Ω_d, \dots 等は以下のように定義された量である。

Ω_s	: 電波源を見込む立体角
Ω_d	: 回折限界時の主ビームの立体角
l, m	: 天球面上での方向余弦 (l は東向き, m は北向き)
Ω	: 天球面での立体角。 $d\Omega = dl dm$
P_n	: 規格化されたアンテナ放射 (パワー) パターン
P_{ng}	: 規格化されたガウシアンアンテナ放射パターン (主ビームの放射パターンをガウシアンでフィットしたもの。主ビームそのものを使うときもある)
B_n	: 規格化された電波源強度分布
A	: 測定される方向での Airmass (即ち、 $\sec z$; z は天頂角)
τ_0	: 天頂方向での大気の opacity
G	: アンテナゲイン (主ビームのセンターでの最大値)

次に、アンテナ温度についてまとめよう。

- 電波源の放射温度 T_r
- 観測されるアンテナ温度 T_a

$$T_a \equiv \frac{GT_r}{4\pi} \exp(-A\tau_0) \iint_{\Omega_s} P_n(l' - l, m' - m) B_n(l', m') dl' dm' \quad (2.19)$$

- 大気吸収の効果を補正したアンテナ温度 T'_a

$$T'_a = T_a \exp(-\tau \sec z) \quad (2.20)$$

- 大気吸収、輻射ロス、後方散乱スピルオーバーを補正したアンテナ温度 T_a^*
(Observed source antenna temperature corrected for atmospheric attenuation, radiative loss, and rearward scattering and spillover)

$$T_a^* = \frac{T'_a}{\eta_r \eta_{rss}} \quad (2.21)$$

- アンテナ放射温度 T_R^*
 T_a^* をさらに前方散乱スピルオーバー能率で補正したアンテナ温度 (Observed source antenna temperature corrected for atmospheric attenuation, radiative loss, and rearward & forward scattering and spillover)

$$T_R^* = \frac{T_a^*}{\eta_{fss}} \quad (2.22)$$

- 宇宙背景放射の様なあらゆる背景放射を取り除いた電波源放射温度 ΔT_R^* (Source Radiation Temperature excluding any background emission (like CMB))

$$\Delta T_R^* = T_r - T_{bg} = \frac{T_R^*}{\eta_c} \quad (2.23)$$

- 主ビーム輝度温度 (Source Brightness Temperature as measured by main beam)

$$T_{mb} = \frac{\Delta T_R^*}{\eta_{cmb}} \quad (2.24)$$

干渉計で得られる T_{mb} のマップ等と比較する場合は、この輝度温度 T_{mb} を用いる必要がある。 T'_a と T_R^* 、

T'_a と T_{mb} の関係、同様に、 T'_a と T_{mb} との関係は、以下の式で与えられる。

$$T'_a = \eta_r \eta_{r_{ss}} \eta_{f_{ss}} \eta_c \Delta T_R \quad (2.25)$$

$$= \eta_l \eta_{f_{ss}} T_R^* \quad (2.26)$$

$$= \eta_l T_A^* \quad (2.27)$$

$$= \eta_{mb} T_{mb} \quad (2.28)$$

2.3.5 鏡面誤差と鏡面調整

鏡面のでこぼこは、各種の能率の低下の原因となる（詳しくは、Chapter 4 参照）。主鏡面が複数のパネルで構成され、パネルの調整機構がついている場合には、鏡面の測定を行うことにより、より良い鏡面へと修正してゆくことが可能である。通常、電波ホログラフィー法を用いて鏡面のでこぼこを測定する。電波ホログラフィー法には、以下のようないくつかの種類がある。5 – 10 ミクロンの精度で鏡面を測定することが可能である（大きさの分解能は、約 20 – 30 cm 程度）。

- 人口信号源を用いた電波ホログラフィー
- 天体信号を用いた振幅ホログラフィー

また、最近では、フォトメトグラフィー法も用いられている。

2.3.6 強度較正

単一鏡でのライン観測の場合、ミリ波サブミリ波の場合チョッパーホイール法で強度較正が行われる（Chapter 5 参照）。この場合、SSB 受信機の場合には、強度の較正は、ある程度の精度で可能であるが、DSB 受信機（下側帯 LSB と上側帯 USB を同時に受信する「両側帯」受信機）では、通常誤差が大きくなる（LSB, USB で受信機の感度が異なったり大気の透過率等が異なるため）。この場合には、標準の天体スペクトル線で観測して強度を較正する必要がある。

2.3.7 指向性

Pointing の方法 Global Pointing については、全天の Pointing Sources を観測することにより Calibration する。Pointing Mode の通常のパラメータは、7 個程度であり（Az 軸の倒れ角、その方向、Az 軸と El 軸の非直交度など）、複数の受信機を搭載している場合には、受信機間の Squint（軸からのずれ）も較正しておく必要がある。Pointing Model の構築には、電波望遠鏡に設置した小型の光学望遠鏡が用いられることもある（特に、指向性が厳しくなるミリ波サブミリ波領域で主流となっている）。実際の観測の時には、Global Pointing である程度の精度で望遠鏡を天体に向けることが可能であるが、通常は局所的に指向性を向上させるための較正が必要である。これは、観測天体の近傍（離角で 10 度以内）にある Pointing 天体を、頻繁（30 分–1 時間間隔）に観測することで行う。精度の良い観測を行うためには、主ビーム幅 (FWHM) の最低でも $1/10(\text{rms})$ 、できる限り $1/20(\text{rms})$ の精度が必要である。

Pointing Jitter 単一鏡観測においても、大気の位相揺らぎの影響を受ける。大気の変化する位相傾斜により、望遠鏡ビームがふらつく。このことを、Anomalous Refraction（異常屈折）もしくは、大気による Pointing Jitter という。ビームのシフトのタイムスケールは、望遠鏡開口を Phase Screen が通り過ぎる時間、 D/v_{PS} 、程度である（ $D = 45 \text{ m}$, $v_{PS} = 10 \text{ m s}^{-1}$ とすると数秒）。ビームのシフト量は、Phase Screen の大気構造関数（Structure Function）によってきまる（Phase Screen、構造関数等の詳細については、Chapter 5 を参照）。

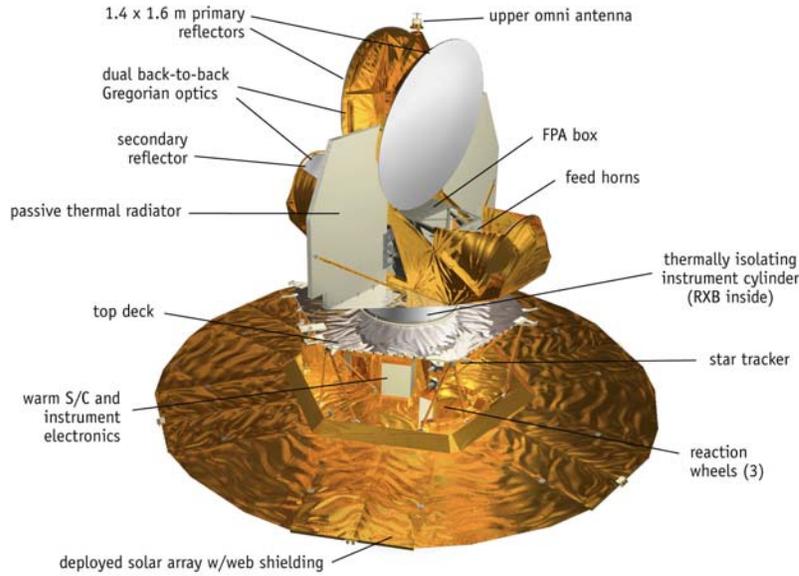


Figure 2.4: 宇宙背景放射の揺らぎを観測するために打ち上げられた WMAP 衛星の模式図。アンテナの主ビーム立体角 Ω_{MB} は、打ち上げ後の木星等の観測で推定されている。また、木星を観測した時の輝度温度の絶対強度較正は、搭載された温度標準や、宇宙背景放射のダイポール成分を用いて行われた (Figure 7.11, Figure 8.5 参照)。宇宙背景放射の微弱な揺らぎ成分を調べるためには、大気の影響を受けない宇宙空間での高精度な観測が必須である。

ビーム幅 (FWHM) を単位にすると、大気による Pointing Jitter は、以下ようになる。

$$\text{RMS(Beams)} = \frac{\sqrt{2 \text{SSF}(d) \sec z}}{\lambda} \quad (2.29)$$

SSF(d) は、口径 d のアンテナを考えた場合の、 d スケールでの大気構造関数の値である。南米チリのアルマのサイト (標高 5000m) で、12m & 7m アンテナについて 850 GHz で見積もられた Pointing Jitter (ビーム幅単位) は、以下ようになる (国立天文台 B. Vila-Vilaro 氏提供)。

Elevation(deg)		90	50	30
Median Weather	12m	0.11	0.13	0.15
	7m	0.08	0.09	0.11
25% Best Weather	12m	0.05	0.07	0.07
	7m	0.04	0.05	0.06

Table 2.1: ALMA のサイトでの平均的な大気条件と、良好な条件 (25%値) で、850 GHz で見積もられた Pointing Jitter (ビーム幅単位)

大口径のアンテナは、ある程度ビーム内の位相傾斜が均されるためシフト量も均される。ただし、ビームシフトは小さくなくても、開口面内の位相揺らぎは、鏡面精度の劣化と同じ効果 (ただし、折り返しが無いので遅延量の 1/2 が鏡面精度による能率劣化と同じ効果となる)。この位相成分は時間変化するので、ビーム形状 (サイドローブや広角パターン) が変動する。

2.4 単一鏡と干渉計の観測感度の比較

2.4.1 干渉計との違い

干渉計との違いを考えるために、以下のような単純なモデルを考えてみよう。

単一鏡出力 主鏡面は、全体で n 枚のパネル（開口面積 S ）からなる。全体の集効面積は、 nS で与えられる。理想の場合を考えて、開口能率は 1 とする。

干渉計 開口面積が S の素子アンテナが n 台組み合わせられた干渉計を考えよう。ここでも開口能率は 1 とする。全集光面積は、上記の場合と同じ nS となる。

単一鏡では、集光された信号を受信機を通して 2 乗検波されて受信パワーに変換される。今、各パネルで受ける電圧信号を V_i とし、それを 2 乗するとパワーになると考えよう。全パネルで受けた信号の 2 乗検波出力は、以下のようにかける。

$$\begin{aligned} V^2 &= \left(\sum V_i \right)^2 = \sum V_i^2 + 2 \sum V_i V_j \\ &= \sum (\text{自己相関}) + 2 \sum (\text{相互相関}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

一方、干渉計での出力は、 n 素子のアンテナからなる干渉計では、 $n(n-1)/2$ の種類の相互相関が得られる。

$$V_1 V_2, V_1 V_3, \dots, V_2 V_3, V_2 V_4, \dots, V_{n-1} V_n \quad (2.31)$$

干渉計の場合には、自己相関分を検出できないので、その分が感度ロスとなる（今、干渉計と、単一鏡で、相互相関分はともに同じパワーだけ受信すると考えてよい）。ここで、単一鏡で相互相関の $V_i V_j$ を受信する時の S/N と、干渉計で、 $V_i V_j$ を受信する時の S/N が一致すると考えよう（単一鏡の受信機、および干渉計の受信機の T_{sys} がすべて一致すれば、この仮定が成り立つ）。そうすると、単一鏡観測での S/N は、

$$S/N \propto \sqrt{n^2} \quad (2.32)$$

一方、干渉計の場合には、以下のようなる。

$$S/N \propto \sqrt{n^2 - n} \quad (2.33)$$

その比を取ると、

$$\frac{\text{単一鏡}}{\text{干渉計}} = (1 - 1/n)^{-1/2} \quad (2.34)$$

となり、素子数が多くなれば、 S/N の比は 1 に近づき、同じ観測感度を持つことになることに注意しよう。すなわち、素子数が多いと、干渉計で自己相関が取得できないことによる感度ロスの効果は無視できるレベルになる。

2.4.2 観測感度での比較

単一鏡の観測感度は、以下の式で与えられる（点源に対する 1 シグマレベルの最低検出電波強度）。

$$S_\nu(\text{rms}) = \frac{2kT_{\text{sys}}}{\eta A_{\text{phy}} \sqrt{\Delta B \tau}} \quad (2.35)$$

ここで T_{sys} は SSB 換算のシステム雑音温度、 η は開口能率、 A_{phy} は物理的な開口面積、 ΔB は観測帯域幅、 τ は on-source 観測時間とする。

実際には、大気の効果を取り除くために、Off 点の観測も On 点と同じ観測時間だけ行うとすると、Off 点観測での雑音も加わるため、 $\sqrt{2}$ がかかる。そのような単一鏡特有の観測法に基づく観測感度の低下ファクターを α とすると、

$$S_{\nu}(\text{rms}) = \frac{2\alpha k T_{\text{sys}}}{\eta A_{\text{phy}} \sqrt{\Delta B \tau}} \quad (2.36)$$

n 素子の干渉計の場合には、同様に点源に対しては、

$$S_{\nu}(\text{rms}) = \frac{\sqrt{2} k T_{\text{sys}}}{\eta A_{\text{phy}}^* \sqrt{\frac{n(n-1)}{2} \Delta B \tau}} \quad (2.37)$$

A_{phy}^* は素子アンテナの物理開口面積。 $A_{\text{phy}}^* = \frac{1}{n} A_{\text{phy}}$ とおくと、

$$S_{\nu}(\text{rms}) = \frac{\sqrt{2} k T_{\text{sys}}}{\eta A_{\text{phy}} \sqrt{\frac{1-1/n}{2} \Delta B \tau}} \quad (2.38)$$

感度の比は以下の通りになる (式 2.34 の逆数に相当する量であることに注意)

$$\frac{S_{\nu}(\text{単一鏡})}{S_{\nu}(\text{干渉計})} = \alpha \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \quad (2.39)$$

T_{sys} や、 η の違いも考慮すると、

$$\frac{S_{\nu}(\text{単一鏡})}{S_{\nu}(\text{干渉計})} = \alpha \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \frac{\eta(\text{干渉計}) T_{\text{sys}}(\text{単一鏡})}{\eta(\text{単一鏡}) T_{\text{sys}}(\text{干渉計})} \quad (2.40)$$

となる。

[Note] 干渉計と単一鏡の感度

干渉計 (2 素子を仮定) と単一鏡 (干渉計の 1 素子と同じ口径を仮定) の感度を比較すると、単一鏡の方が、少なくとも $\sqrt{2}$ 倍だけ感度が悪いことに気づく ($\alpha = 1$ で考える)。これは、式 (2.34) と (2.39) から明らかである。式 (2.30) を見ると、展開された後の項では、自己相関と比べて、相互相関の場合には、2 倍がかかって足されていることと関連している。この式 (2.30) は単純に数式であるが、感度という観点から見ると、相互相関の項の方が、自己相関に比べて S/N が $\sqrt{2}$ 倍だけ良いのでその 2 乗の重み (すなわち、factor 2) が掛け合わされて足しこまれていると考えてよい。

別の見方をすると、以下のことと関連している。すなわち、複素 visibility は、エルミート性を持つので、 $V(-u, -v)$ は、複素共役と等しい (すなわち、 $V(-u, -v) = V^*(u, v)$) であるので、 $u-v$ 平面上では 1 つの visibility を観測しても、点対称の位置にも visibility がサンプルされる。すなわち、1 観測で 2 点のサンプル点が埋まる。しかし、トータルパワーの観測をしても $u-v$ 平面では、1 つサンプル点が増えるだけである。

これらのことを正しく理解するためには、自己相関の場合と相互相関の場合のノイズの評価を、4 元モーメント等を用いて正しく計算する必要がある (3.4.1 章参照)

2.5 最近のミリ波サブミリ波の単一鏡

サブミリ波の観測は、大気や観測条件の影響を大きく受ける。そのため、観測サイトの選定だけでなく、アンテナや観測法には様々な工夫がなされている (Figure 2.5–2.7 参照)。



Figure 2.5: 富士山頂に設置された富士山サブミリ波望遠鏡 (口径 1.2m)。サブミリ波では、非常に高い鏡面精度や指向精度が要求される。日射や風雪の影響を除くため、ドーム内にアンテナが設置されている。



Figure 2.6: 南極に設置された、口径 1.7m のサブミリ波アンテナ。高ゲインを得るためにオフセットパラボラとなっている。

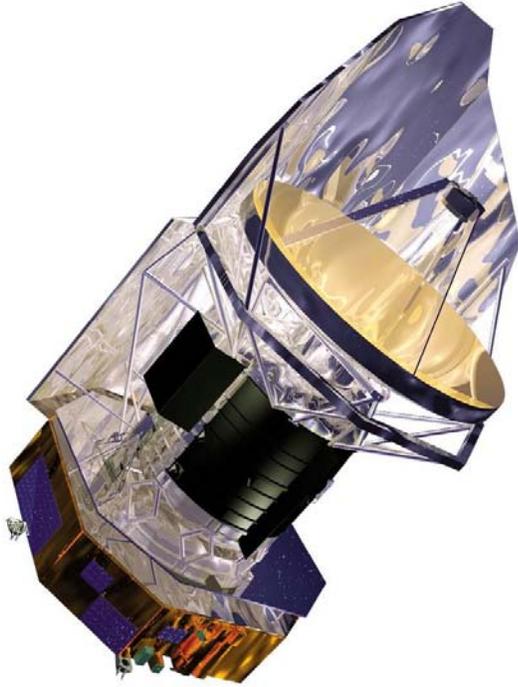


Figure 2.7: サブミリ波スペース望遠鏡 Herschel。口径 2.3m のカセグレンアンテナで、 f/D 比の大きなアンテナとなっている。

References

- [1] Page, L. et al. 2003, ApJS, 148, 39

Chapter 3

干渉計の原理

亀野誠二

3.1 はじめに...この講義の到達目標

この講義では干渉計の原理を概観し、「なぜ電波干渉計で電波写真が撮影できるのか」を理解してもらうことを目標に置く。簡単に言えば、図 3.1 で表している内容が把握できればよい。

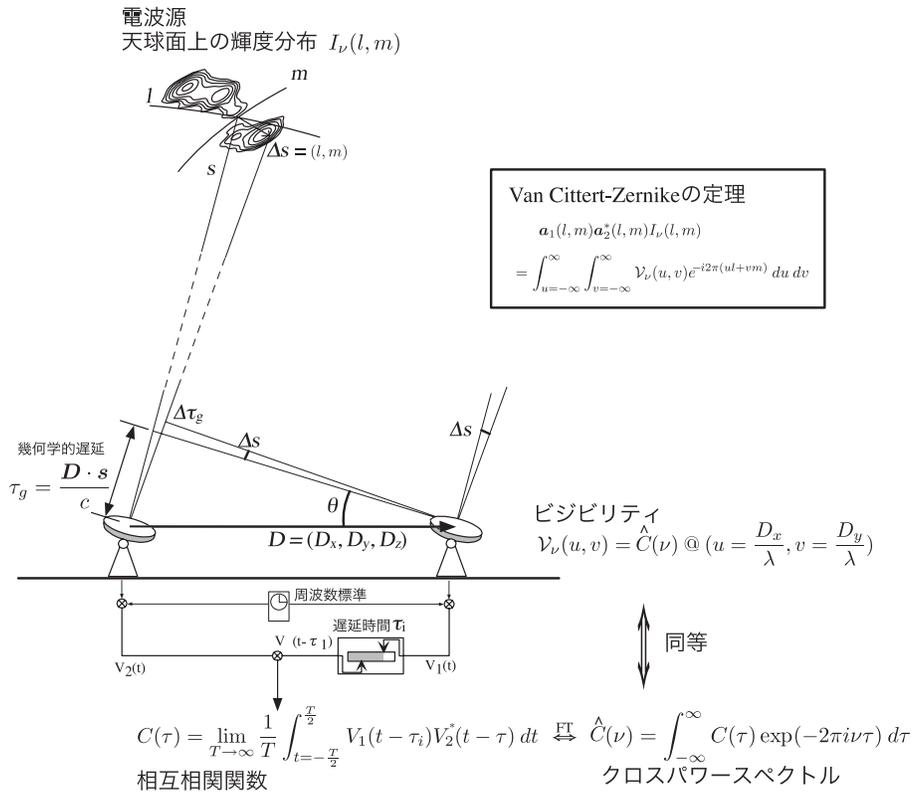


Figure 3.1: 干渉計の原理図。天球面上に電波源があり、その輝度分布を $I_\nu(l, m)$ とおく。 (l, m) は位相追尾中心 s からの相対的な離角で、 $\Delta s = (l, m)$ とおく。干渉計の2素子のアンテナが作る基線ベクトルを $D = (D_x, D_y, D_z)$ とおく。受信した信号の電圧 $V(t)$ は、アンテナ2ではアンテナ1に対して幾何学的遅延 τ_g だけ遅れる。これを、位相追尾中心に対して τ_i で追尾する。相関器では二つの信号間の相互相関関数 $C(\tau)$ を計算して出力する。これをフーリエ変換 ($\tau \leftrightarrow \nu$) したものが、周波数 ν の関数としてのクロスパワースペクトル $\hat{C}(\nu)$ であり、この $\hat{C}(\nu)$ を出力とする相関器もある。 $\hat{C}(\nu)$ を、空間周波数 (u, v) 成分の関数として表したものがビジビリティ $\mathcal{V}_\nu(u, v)$ である。 $\mathcal{V}_\nu(u, v)$ は、輝度分布 $I_\nu(l, m)$ と $(u, v) \leftrightarrow (l, m)$ の二次元フーリエ変換の関係にある (van Cittert-Zernike の定理)。

3.2 座標系

3.2.1 天球面上の座標系

天球面上で、目標とする電波源の中心付近方向を指す単位ベクトルを s とし、ここを位相追尾中心として天球面に接する平面内で東西方向 l と南北方向 m の座標系を規定する。 l と m は、位相追尾中心からの相対的な赤経・赤緯の方向余弦 $l = \cos(\Delta\alpha \cos \delta)$, $m = \cos(\Delta\delta)$ である。 s 方向の成分を n とおけば、 (l, m, n) が直角座標系を成す。天球面上の任意の点は、 $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ を満たす。

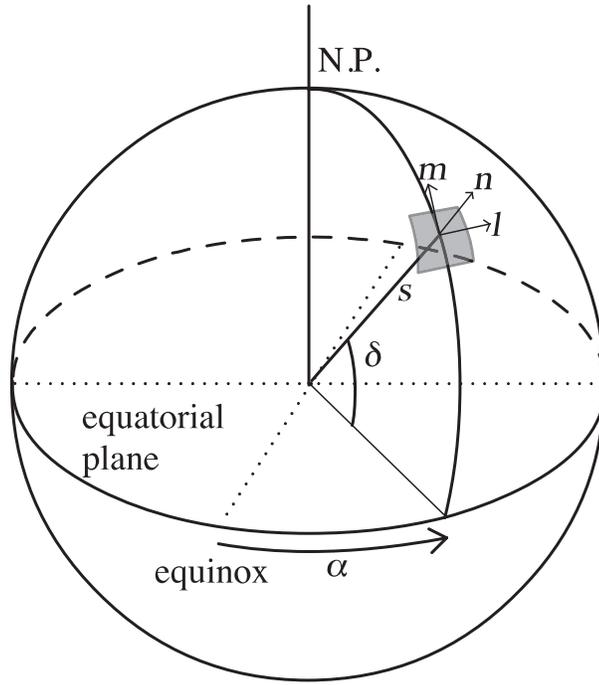


Figure 3.2: 天球面上の座標系。N.P. は天の北極, equatorial plane は天の赤道, equinox は春分点である。天体の方向ベクトル s の赤経を α , 赤緯を δ である。天球面上 s における接平面内に東方向と北方向の局所的な軸 l および m を定義する。これらと直交する軸 n は s に平行な軸である。

3.2.2 地球固定座標系

地上に設置されたアンテナの位置は、地球に固定した座標系で記述すると座標値が一定なので便利である。 Z 軸を北極に取り、 X 軸を経度¹ $\lambda_l = 0$, 緯度 $\phi_l = 0$ の方向, Y 軸を $\lambda_l = \frac{\pi}{2}$, $\phi_l = 0$ に取る。

アンテナの位置ベクトルを P とおく。地球中心からアンテナ位置までの距離を $R_P = |P|$ とすると、 (X, Y, Z) 座標系で $(P_X, P_Y, P_Z) = R_P(\cos \lambda_l \cos \phi_l, \sin \lambda_l \cos \phi_l, \sin \phi_l)$ となる。

3.2.3 地球固定座標系と天球の座標系との関係

自転する地球に固定する座標系は慣性系ではなく、天球の座標系との関係は時間変化する。天体の方向ベクトル (l, m, n) に平行な地球中心を原点とする座標系を (x, y, z) として、二つの座標系間の変換を考えてみよう。 (X, Y, Z) と (x, y, z) との間は、2つの回転行列で表される。 $z \rightarrow X, x \rightarrow Y, y \rightarrow Z$ と対応するので (z, x, y) と順番を入れ替える。 (z, x, y) 座標系から (X, Y, Z) への変換は、 Z 軸回りに $\theta = \text{GST} + \lambda - \alpha$ の回転をした後に、 Y 軸回りに $-\delta$ の回転を施せばよい。ここで、GST はグリニッジ恒星時 (Greenwich Sidereal Time) である。

アンテナの位置ベクトル P を (x, y, z) 座標系で記述した (P_x, P_y, P_z) との関係は、

$$\begin{pmatrix} P_z \\ P_x \\ P_y \end{pmatrix} = R_Y(-\delta)R_Z(\theta) \begin{pmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{pmatrix}$$

¹ここでは右手系を採用するので、経度は東経にする。ところが VLBI 業界では西経を使った左手系で局位置を表記するという悪しき習慣があるので要注意。これは、東経にすると米国付近の Y 座標が負の値になるのを嫌ったからに違いない。

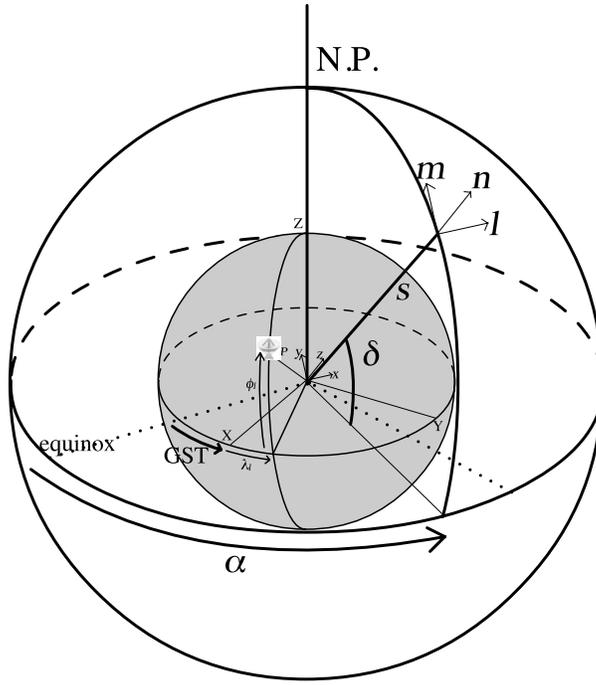


Figure 3.3: 地球上の座標系と天球の座標系。地球上の座標系 (X, Y, Z) を、地球中心を原点として Z 軸を天の北極方向にとる。 X 軸は経度 0 の方向、 Y 軸は東経 90° にとる。アンテナ位置の経度を λ_l 、緯度を ϕ_l とおくと、アンテナ位置ベクトル P を XYZ 座標系で記述した (P_X, P_Y, P_Z) は、 $(P_X, P_Y, P_Z) = R_P(\cos \lambda_l \cos \phi_l, \sin \lambda_l \cos \phi_l, \sin \phi_l)$ となる。 X 軸が春分点方向となす角を、GST (グリニッジ恒星時) という。GST にアンテナ位置の経度 λ_l を加えた値を、LST (地方恒星時) という。天体の方向ベクトル $s = (l, m, n)$ に平行で、地球中心を原点とする座標系を (x, y, z) とおく。 (X, Y, Z) と (x, y, z) との変換は、式 (3.1) および (3.2) を参照。

なので、

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\cos \theta \sin \delta & \sin \theta \sin \delta & \cos \delta \\ \cos \theta \cos \delta & -\sin \theta \cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \sin \delta & \cos \theta \cos \delta \\ \cos \theta & \sin \theta \sin \delta & -\sin \theta \cos \delta \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

となる。地上に固定されたアンテナの場合、 (P_X, P_Y, P_Z) は時間変化しない²であるが、 P_x, P_y, P_z は地球の自転に伴って (天体の日周運動に伴って、と言ってもよい) 変化する。人工衛星を用いたスペース VLBI であれば、衛星の軌道運動により $|P|$ も時間変化する。

3.2.4 基線ベクトル

干渉計では複数のアンテナで同時観測を行う。アンテナ素子数 N_a が 2 以上の干渉計も、2 素子で構成する基線が $N_a(N_a - 1)/2$ セットあると考えればよいので、2 素子干渉計が基本的な構成要素と言えよう。

二つの素子アンテナの位置ベクトルを P_1, P_2 とし、基線ベクトルを $D = P_2 - P_1$ とする。基線ベクトルを (X, Y, Z) 座標系で表した (D_X, D_Y, D_Z) と (x, y, z) 座標系で表した (D_x, D_y, D_z) との関係も、式

²ただしアンテナが天体を追尾するための 2 軸が交わっていない場合、天体の追尾に伴って (P_X, P_Y, P_Z) は変化する。また、長期的に見れば地殻変動などによって局位置が変化するだろうが、ここでは無視する。

(3.1), (3.2) と同様に、

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\cos \theta \sin \delta & \sin \theta \sin \delta & \cos \delta \\ \cos \theta \cos \delta & -\sin \theta \cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_X \\ D_Y \\ D_Z \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{pmatrix} D_X \\ D_Y \\ D_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \sin \delta & \cos \theta \cos \delta \\ \cos \theta & \sin \theta \sin \delta & -\sin \theta \cos \delta \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

となる。

3.3 フリンジとビジビリティ

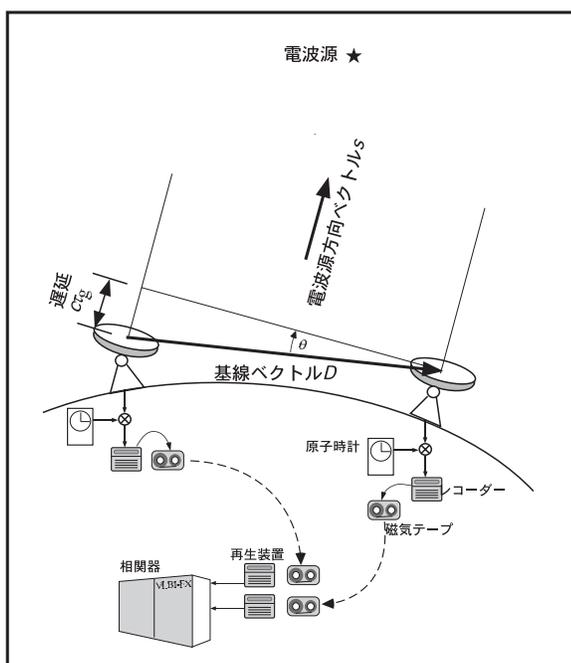


Figure 3.4: 2素子干渉計 (ここでは VLBI) の概念図

3.3.1 一次元の輝度分布・単色波・点源の観測

はじめに天体が広がりを持たない点源で、しかもある単一周波数 ν_0 でのみ放射していると考える。2素子間の基線ベクトルを D 、天体の方向ベクトルを s とすると、光路長の差 $c\tau_g$ が生じる (c は光速)。 τ_g は幾何学的遅延 (geometrical delay) と呼ばれる量であり、時間の次元を持つ。 Figure 3.4 から分かるように、

$$\tau_g = \frac{1}{c} D \cdot s \quad (3.5)$$

という関係である。

例題 1

鹿島 34m と野辺山 45m は東西に約 200km 離れている。天の赤道上の天体を南中の 2 時間後に観測した場合、幾何学的遅延は何秒になるか求めよ。

解答

天の赤道上の天体は南中 2 時間後に時角が 30° になっている。基線が東西方向なので、

$$\begin{aligned} \tau_g &= \frac{1}{c} \mathbf{D} \cdot \mathbf{s} \\ &= \frac{1}{299792458} 2.0 \times 10^5 \cdot \cos(90^\circ - 30^\circ) \\ &\simeq 3.3 \times 10^{-4} \text{sec} \end{aligned}$$

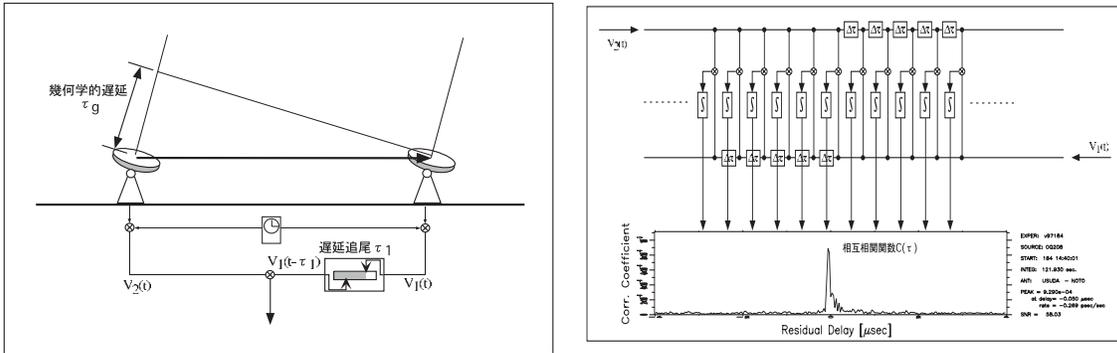


Figure 3.5: (左) 干渉計の遅延追尾。昔は幾何学的遅延をケーブル長の調整で補正したそうだが、現在ほとんどの干渉計はデジタル的に遅延追尾を行っている。信号を A/D 変換してデジタル信号にした後に、バッファメモリーを使って遅延追尾を行うことができる。(右) 相互相関関数の概念図。二つの信号の間でタイミングをずらして掛け合わせ、積分を行ったもの。ずらし量 τ のことをラグもしくは遅延という (図の横軸: Residual Delay と書いてある)。相互相関関数はラグ τ の関数となる。

天体からの放射が $E(t) = E_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$ である時に、それぞれのアンテナで受信した信号は

$$\begin{aligned} V_1(t) &= a_1 E_0 \cos(2\pi\nu_0 t) \\ V_2(t) &= a_2 E_0 \cos[2\pi\nu_0(t - \tau_g)] \end{aligned} \quad (3.6)$$

となる。放射電圧 E_0 と受信電圧 V_1, V_2 との間の比例係数 a はアンテナの複素利得で、振幅と位相を持つ複素数である。相関器では、幾何学的遅延を補正するように遅延補正 τ_1 を入れてから、2 アンテナからの信号の相互相関関数 $C(\tau)$ を得る。

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_1(t - \tau_1) V_2^*(t - \tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_1 \cos(2\pi\nu_0(t - \tau_1)) V_2^* \cos(2\pi\nu_0(t - \tau_g - \tau)) dt \\ &= \frac{1}{2} a_1 a_2^* |E_0|^2 \cos(2\pi\nu_0(\tau - \tau_1 + \tau_g)) \end{aligned} \quad (3.7)$$

この相互相関関数 $C(\tau)$ が干渉計から得られる出力である。相互相関関数は τ に対して振動する関数であり、Figure 3.6 のように図示したものをフリンジ (fringe: 干渉縞) と呼ぶ。 E_0^2 の項を持つことからわかるように、フリンジの振幅は天体放射の強度 (intensity) に比例する量である。

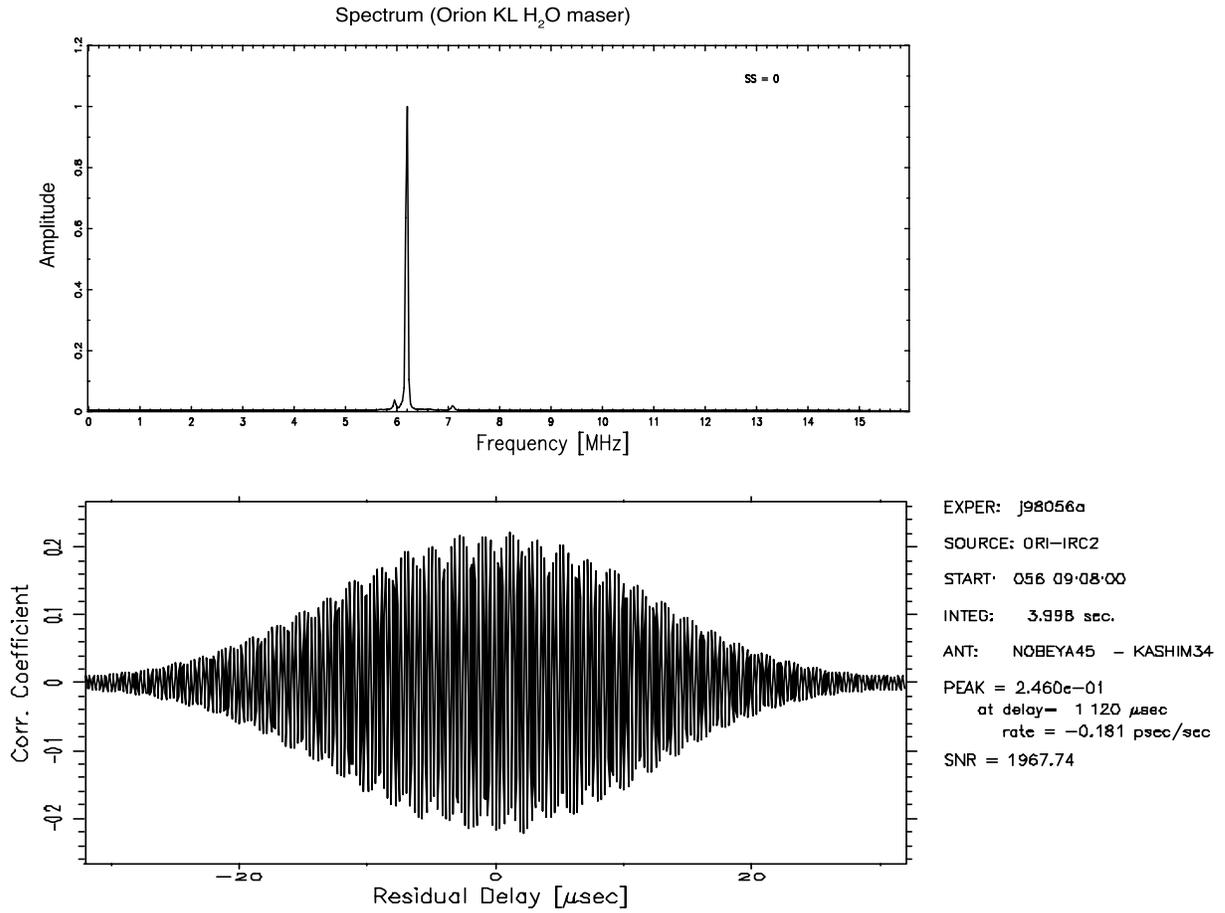
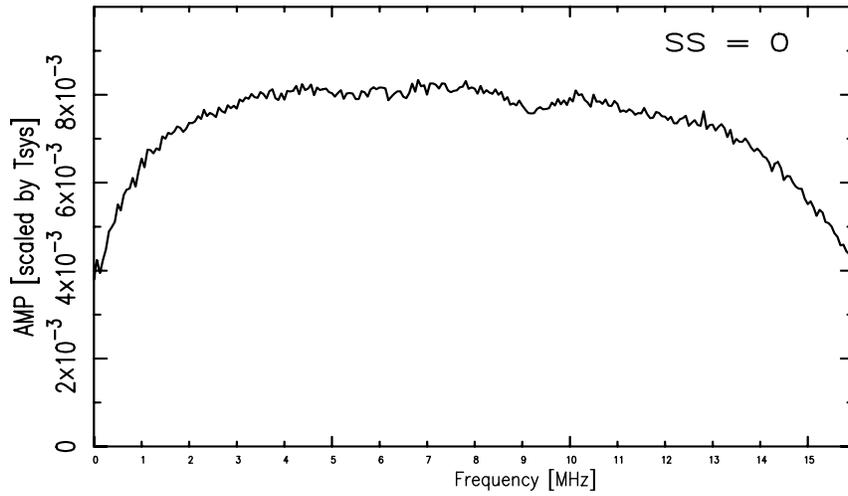


Figure 3.6: 電波干渉計で観測されたスペクトルとフリッジ。(上): 線スペクトル。Orion KL IRC2 からの水蒸気メーザー放射 (周波数 22.235 GHz) を J-Net (国内 VLBI 網) の野辺山 45m - 鹿島 34m 基線で観測したもので、ほぼ単色波に近いがわずかに帯域幅の広がりがある。(下): 横軸に遅延時間 τ_g 、縦軸に相関係数をとった相関関数。相関係数が細かく振動している様子に注意してほしい。理想的な単色波であれば τ について無限に振動が続くフリッジとなるが、実際には有限の周波数帯域幅を持つために、遅延時間が大きくなるとフリッジ振幅は減少している。



EXPER: j98056a
 SOURCE: 4C39.25
 START: 058 10:35:59
 INTEG: 60.965 sec.
 ANT: NOBEYA45 - KASHIM34
 PEAK = 3.027e-03
 at delay= 0.003 μ sec
 rate = 0.398 psec/sec
 SNR = 94.55

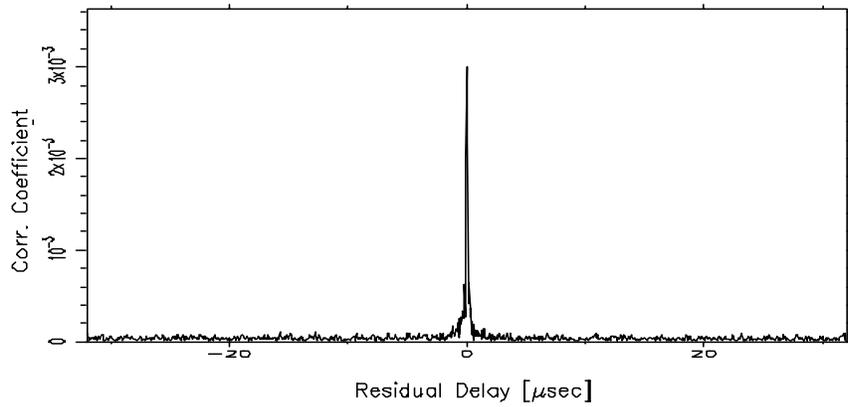


Figure 3.7: 広い周波数帯域のフリッジ。(上): ケーサー 4C 39.25 を周波数 22.235 GHz で J-Net (国内 VLBI 網) の野辺山 45m - 鹿島 34m 基線で観測したときのスペクトル。連続波源を周波数帯域 16 MHz で観測したもの。天体の放射は周波数によらず一定と考えられており、帯域の両端で振幅が低下しているのは観測装置の周波数特性を表している。(下): 横軸に遅延時間 τ_g 、縦軸に相関係数をとったグラフ。連続波源のフリッジは、ある特定の遅延時間で鋭いピークを示す。

相互相関関数を τ に対してフーリエ変換すると、クロスパワースペクトル $\hat{C}(\nu)$ が得られる。

$$\hat{C}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) \exp(-2\pi i\nu\tau) d\tau \quad (3.9)$$

$$= \frac{1}{4} \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* |E_0|^2 \delta(\nu - \nu_0) \exp(-2\pi i\nu_0(\tau_1 - \tau_g)) \quad (3.10)$$

クロスパワースペクトル $\hat{C}(\nu)$ は複素数であり、その位相 ϕ は $2\pi\nu(\tau_g - \tau_1)$ となる。遅延補正が正しい時 ($\tau_g = \tau_1$) は、位相がゼロとなる。単色波の場合クロスパワースペクトルの振幅項は ν_0 でのみ値がゼロでないデルタ関数になる。

3.3.2 天体のスペクトルと干渉計で得られるクロスパワースペクトル

次に、天体の放射が定常確率過程であり、そのスペクトルが $\hat{E}(\nu)$ を示すとすると、

$$\begin{aligned} \hat{E}(\nu) &= \int_{t=-\infty}^{\infty} E(t) \exp(-2\pi i\nu t) dt \\ E(t) &= \int_{\nu=-\infty}^{\infty} \hat{E}(\nu) \exp(2\pi i\nu t) d\nu \end{aligned} \quad (3.11)$$

と表すことができる。 $\hat{E}(\nu)$ は複素数で、周波数 ν ごとに位相 $\phi(\nu) = \text{Arg}\{E(\nu)\}$ は異なってもよい。 $\hat{E}(\nu)$ の振幅を $E_0(\nu)$ と書くと、 $\hat{E}(\nu) = E_0(\nu)e^{i\phi(\nu)}$ となる。天体の intensity は $E(\nu)E^*(\nu) = E_0^2(\nu)$ に比例する。受信電圧は、

$$\begin{aligned} V_1(t) &= \mathbf{a}_1 \int_{\nu=-\infty}^{\infty} E_0(\nu) \exp[i(2\pi\nu t + \phi(\nu))] d\nu \\ V_2(t) &= \mathbf{a}_2 \int_{\nu=-\infty}^{\infty} E_0(\nu) \exp[i(2\pi\nu(t - \tau_g) + \phi(\nu))] d\nu \end{aligned} \quad (3.12)$$

となり³、相関関数とクロスパワースペクトルは、

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} E(t - \tau_1) \cdot E^*(t - \tau_g - \tau) dt \\ &= \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} E(t - \tau_1) \left[\int_{\nu=-\infty}^{\infty} \hat{E}(\nu) \exp[2\pi i\nu(t - \tau_g - \tau)] d\nu \right] dt \\ &= \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{\nu=-\infty}^{\infty} \hat{E}(\nu) \exp(2\pi i\nu(\tau - \tau_1 + \tau_g)) \left[\int_{t=-T/2}^{T/2} E(t) \exp(2\pi i\nu t) dt \right] d\nu \\ &= \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \int_{\nu=-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{E}(\nu) \hat{E}^*(\nu)}{T} \right] \exp(2\pi i\nu(\tau - \tau_1 + \tau_g)) d\nu \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \hat{C}(\nu) &= \int_{\tau=-\infty}^{\infty} C(\tau) \exp(-2\pi i\nu\tau) d\tau \\ &= \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* E_0^2(\nu) \exp[-2\pi i\nu(\tau_1 - \tau_g)] \end{aligned} \quad (3.14)$$

が得られる。式 (3.13) に現れる

$$\left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{E}(\nu) \hat{E}^*(\nu)}{T} \right]$$

³ここでは g_1, g_2 は周波数に依存しない係数としているが、実際の干渉計ではこれも周波数の関数となる。

は式 (A.11) を見るとわかるように天体の放射のパワースペクトルである。式 (3.14) を式 (3.10) と対比させるとわかるように、天体の持っているパワースペクトルがクロスパワースペクトルにも保存されている。周波数ごとに異なる位相 $\phi(\nu)$ を持っていて、キャンセルされて相互相関関数やクロスパワースペクトルには現れない。クロスパワースペクトルの位相項は式 (3.10) と同様で、遅延追尾が完璧であればゼロになる。

式 (3.14) は、相関器出力のクロスパワースペクトルが天体のスペクトルを反映していることを示している。なお、ランダムな位相 $\phi(\nu)$ はキャンセルされていることに注意してほしい。遅延の追尾が完璧 ($\tau_1 = \tau_g$) だった場合、クロスパワースペクトルの位相 $\phi = 2\pi i\nu(\tau_g - \tau_1)$ はあらゆる周波数でゼロになる。

3.3.3 天体の位置とクロスパワースペクトルの位相

天体の位置にオフセット⁴がある場合は、位相はどうなるであろうか。方向ベクトル s にオフセット l を加えた場合、位相の変化量 $\Delta\phi$ は

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{\partial\phi}{\partial l}\Delta l \\ &= 2\pi\nu\frac{D\cos\theta}{c}\Delta l \\ &= 2\pi\frac{D\cos\theta}{\lambda}\Delta l\end{aligned}\tag{3.15}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial\xi} &= 2\pi\nu\frac{\partial\tau_g}{\partial l} \\ &= \frac{2\pi\nu}{c}\mathbf{D}\cdot\frac{\partial\mathbf{s}}{\partial l} \\ &= 2\pi\frac{D\cos\theta}{\lambda}\end{aligned}\tag{3.16}$$

を用いた。 $\lambda = c/\nu$ は観測波長である。通常この係数 $D\cos\theta/\lambda$ のことを空間周波数 (Spatial Frequency) と呼んで u で記述する。

$$\Delta\phi = 2\pi u\Delta l\tag{3.17}$$

この関係式を用いれば、位相差 $\Delta\phi$ から位置の差 Δl を求めることができる。

3.3.4 空間周波数

空間周波数 u の意味を考えてみよう。私たちがよく知っている周波数は単位時間あたりの (電圧などの) 振動回数であり、振動の位相を時間で微分した量に比例する。つまり位相 ϕ は $\phi = 2\pi\nu t$ であって周波数 $\nu = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial\phi}{\partial t}$ である。同様に空間周波数 u は $u = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial\phi}{\partial l}$ という関係式で定義された。すなわちフリッジの位相を天球面上での方向で微分した量であり、1 ラジアンあたりのフリッジの振動回数を示している。空間周波数が大きいと、わずかな天体位置の違いでも大きなフリッジの位相差として観測されるわけである。

空間周波数 u は、基線長のうち天体の方向への投影成分 $D\cos\theta$ と観測波長 λ の比で決まる。このことから、空間周波数の大きさを波長単位で表現する ($k\lambda$: キロラムダ, $M\lambda$: メガラムダ など) ことが多い。

⁴遅延の追尾をしている方向と、実際の天体位置との間のズレのこと。

例題 2

鹿島 34m – 野辺山 45m 基線（東西に 200 km）で周波数 22 GHz で観測した場合で、赤道上天体が南中したときに観測すると、空間周波数 u の値はいくらになるか。また、天体の位置の差 1 mas はどれだけの位相差になるかを計算せよ。

解答

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{2.0 \times 10^5 \cdot 22 \times 10^9}{299792458} = 1.47 \times 10^7 \lambda \\
 \Delta\xi &= 1\text{mas} = 4.85 \times 10^{-9}\text{rad} \\
 \Delta\phi &= 2\pi u \Delta\xi = 0.447\text{rad} = 25.6^\circ
 \end{aligned}$$

3.3.5 フリンジの重ね合わせの原理

これまでは 1 個の点源を考えてきたが、今度は構造のある天体の場合を考えてみよう。さしあたって、放射電圧の方向分布が $E_1(\nu)\delta(l-l_1)$ と $E_2(\nu)\delta(l-l_2)$ の 2 個の点源を考える。天体の輝度分布 $I(l)$ は $I(\nu, l) = E^2(\nu)_1\delta(l-l_1) + E^2(\nu)_2\delta(l-l_2)$ となる。また、簡単化のために遅延追尾が原点の方向 l に対して完璧で $\tau_1 = \tau_g$ であるとする。ゲイン a は実際には角度に依存するので $l = l_1$ 方向と l_2 方向では値が異なるはずだが、ここでは方向の差がゲインの変化を生むほどには大きくないとして、ゲインを一定として扱う。

アンテナでの受信電圧 $E(t)$ は天体から到来する電波の重ね合わせとなるので、

$$\begin{aligned}
 V_1(t) &= a_1(E_1(t) + E_2(t)) \\
 V_2(t) &= a_2(E_1(t - \tau_{g1}) + E_2(t - \tau_{g2}))
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

となる。原点方向に対する遅延時間 τ_{g1}, τ_{g2} がそれぞれ位相差 $\phi_1 = 2\pi\nu\tau_{g1} = 2\pi ul_1$ および $\phi_2 = 2\pi\nu\tau_{g2} = 2\pi ul_2$ を生む。相互相関関数やクロスパワースペクトルは、アンテナでの受信電圧に対して線形の応答になっているので、

$$\begin{aligned}
 C(\tau) &= C_1(\tau) + C_2(\tau) \\
 &= a_1 a_2^* \int_{\nu=-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{E}_1(\nu)\hat{E}_1^*(\nu) \exp(2\pi i u l_1) + \hat{E}_2(\nu)\hat{E}_2^*(\nu) \exp(2\pi i u l_2)}{T} \right] \\
 &\quad \cdot \exp(2\pi i \nu \tau) d\nu \\
 \hat{C}(\nu) &= S_1(\nu) + S_2(\nu) \\
 &= a_1 a_2^* [E_1^2(\nu) \exp(2\pi i u l_1) + E_2^2(\nu) \exp(2\pi i u l_2)]
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

とそれぞれの相互相関関数・クロスパワースペクトルの和として出力される。

電波源が N 個の点源 $I_k(\nu, l) = |E_k(\nu)|^2 \delta(l - l_k)$ の和の場合にもこの考えを拡張して、

$$\begin{aligned}
 \hat{C}(\nu) &= \sum_{k=1}^N S_k(\nu) \\
 &= a_1 a_2^* \sum_{k=1}^N E_k^2(\nu) \exp(2\pi i u l_k) \\
 &= a_1 a_2^* \sum_{k=1}^N I_k^2(\nu, l) \exp(2\pi i u l_k)
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

となり、さらに連続分布 $I(\nu, l) = E^2(\nu, l)$ の場合には、

$$\begin{aligned}\hat{C}(\nu) &= \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \int_{\text{source}} E^2(\nu, l) \exp(2\pi i u l) dl \\ &= \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \int_{\text{source}} I(\nu, l) \exp(2\pi i u l) dl\end{aligned}\quad (3.21)$$

が得られる。式 (3.21) は、 $I(\nu, l) \leftrightarrow \hat{C}(\nu)$ のフーリエ変換になっていることに注目して欲しい。 l の積分区間は天体の広がり制限されている⁵が、その外側では $I(\nu, l) = 0$ と見なしてよいのなら、積分区間を $(-\infty, \infty)$ と表記しても問題なく、フーリエ変換の関係とできる。フーリエ変換対は天体の方向と空間周波数 ($l \leftrightarrow u$) である。実際、クロスパワースペクトル $\hat{C}(\nu)$ は式 (3.21) からわかるように空間周波数 u に依存し、同じ天体を観測しても u によって値が異なる。だからクロスパワースペクトルを u の関数と見なして、新たに $\mathcal{V}(\nu, u)$ という表記で書き表せば

$$\mathcal{V}(\nu, u) = \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \int_{\text{source}} I(\nu, l) \exp(2\pi i u l) dl\quad (3.22)$$

という関係になる。この \mathcal{V} のことをビジビリティ (visibility) あると呼ぶ。ビジビリティという干渉計用語は、もともと干渉縞の明暗コントラスト (可視性) を表す言葉であった。Figure 3.6 に示すような干渉縞の明暗コントラストが、空間周波数 u を変化させたときにどのように変わるかを測定して、天体の構造を知ろうとしたのである。式 (3.22) で定義したビジビリティはさらに概念を拡張したものであり、干渉縞の振幅に比例するだけでなく、位相の情報を持つようになったので、複素ビジビリティ (complex visibility) と呼ぶこともある。

式 (3.22) は、複素ビジビリティ $\mathcal{V}(\nu, u)$ をいろんな空間周波数 u で測定してやれば、それを逆フーリエ変換して天体の輝度分布 $I(\nu, l)$ を求めることができる、ということを示している。この関係式をより厳密に示すものが Van Cittert-Zernike 定理であり、詳しくは「ビジビリティと輝度分布の関係」の章を参照されたい。つまるところ、複素ビジビリティは天体の輝度分布のフーリエ成分であり、干渉計とは複素ビジビリティを採取する装置であったのだ。

⁵現実には個々のアンテナのビーム幅などによる視野の制限もこの積分区間を規定する

例題 3

天体の輝度分布がガウシアン $I(l) = I_0 \exp\left(-\frac{l^2}{2\sigma_l^2}\right)$ で与えられているときの、ビジビリティ $\mathcal{V}(u)$ を求めよ。 g の値は 1 としてよい。

解答

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(u) &= I_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{l^2}{2\sigma_l^2}\right) \exp(2\pi iul) dl \\ &= I_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(u - 2\pi i\sigma_l^2 u)}{2\sigma_l^2} - 2\pi^2\sigma_l^2 u^2\right] dl \\ &= \exp(-2\pi^2\sigma_l^2 u^2) \int_{-\infty}^{\infty} I_0 \exp\left(-\frac{l^2}{2\sigma_l^2}\right) dl \\ &= S_{\text{total}} \exp(-2\pi^2\sigma_l^2 u^2) \end{aligned}$$

ここで

$$S_{\text{total}} = \int_{-\infty}^{\infty} I(l) dl = I_0 \sigma_l \sqrt{2\pi}$$

は全フラックス密度 (total flux density) である。

つまり、ガウシアン輝度分布を持つ天体のビジビリティ関数はガウシアンであり、位相はゼロ (実部のみ) で、輝度分布の半値幅とビジビリティ関数の半値幅が逆比例の関係にあることが分かる。

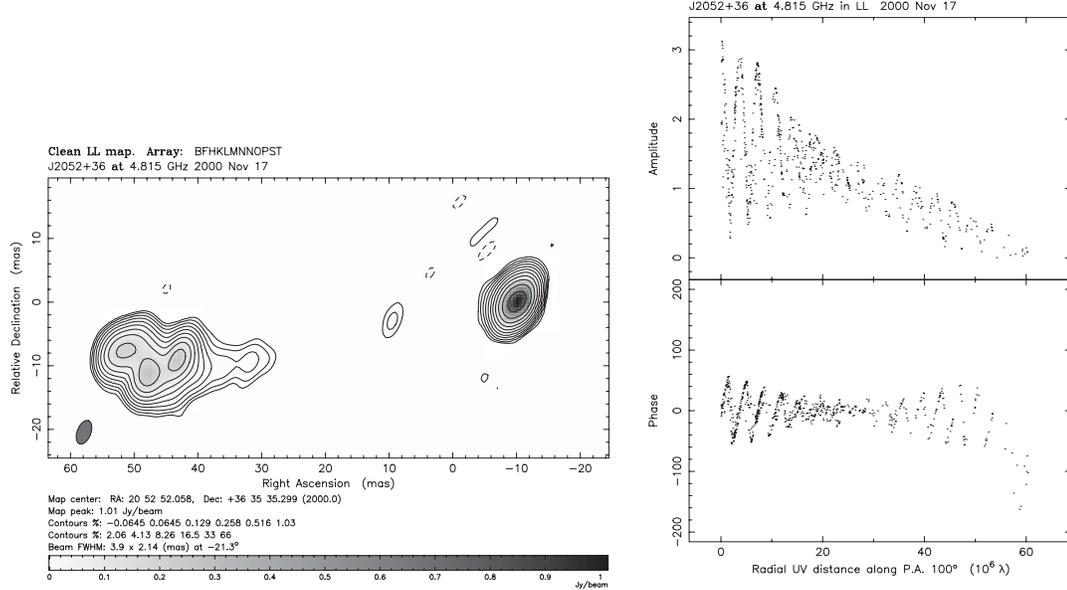


Figure 3.8: 2つの成分を持つ電波源 J2052+3635 のビジビリティ関数

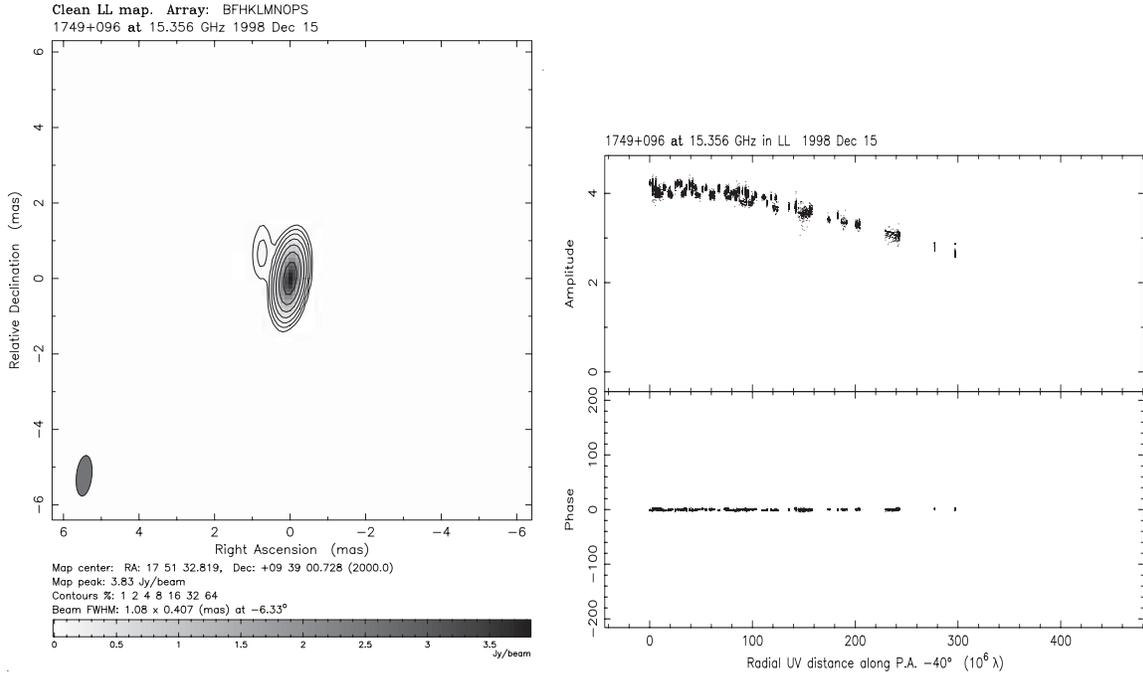


Figure 3.9: ほぼ点源の電波源 1749+096 のビジビリティ関数

3.3.6 コヒーレンス

コヒーレンス (coherence) は可干渉性ともよばれる概念で、二つの入力信号がどれだけ干渉性があるかを示す指標である。二つの信号 1, 2 の間のコヒーレンス $\text{coh}(\nu)$ は以下のように定義される。

$$\text{coh}(\nu) = \frac{|S_{12}(\nu)|}{\sqrt{S_{11}(\nu)}\sqrt{S_{22}(\nu)}} \quad (3.23)$$

コヒーレンスはクロスパワースペクトルを正規化したものであり、 $0 \leq \text{coh}(\nu) \leq 1$ を満たす。ある二つの線型システムに共通の信号 $s(t)$ が入力され、それぞれで独立な雑音 $n_1(t)$, $n_2(t)$ が付加された

$$\begin{aligned} V_1(t) &= \mathbf{a}_1(s(t) + n_1(t)) \\ V_2(t) &= \mathbf{a}_2(s(t) + n_2(t)) \end{aligned}$$

が出力されたとする。それぞれのスペクトルを

$$\begin{aligned} S_1(\nu) &= \mathbf{a}_1(S(\nu) + N_1(\nu)) \\ S_2(\nu) &= \mathbf{a}_2(S(\nu) + N_2(\nu)) \end{aligned}$$

とおくと、コヒーレンスは

$$\begin{aligned} \text{coh}(\nu) &= \frac{|\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* S(\nu) S^*(\nu)|}{\sqrt{\mathbf{a}_1(S(\nu) + N_1(\nu)) \mathbf{a}_1^*(S(\nu) + N_1(\nu))^*} \sqrt{\mathbf{a}_2(S(\nu) + N_2(\nu)) \mathbf{a}_2^*(S(\nu) + N_2(\nu))^*}} \\ &= \frac{|\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^*|}{|\mathbf{a}_1| |\mathbf{a}_2|} \frac{|S(\nu) S^*(\nu)|}{\sqrt{[S(\nu) S^*(\nu) + N_1(\nu) N_1^*(\nu)] [S(\nu) S^*(\nu) + N_2(\nu) N_2^*(\nu)]}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

のように与えられる。コヒーレンスが 1 となるためには、 $|\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^*| = |\mathbf{a}_1| |\mathbf{a}_2|$ かつ $N_1 = N_2 = 0$ という条件が必要である。

$N_1 = N_2 = 0$ として、雑音によらないコヒーレンスの項に着目してみる。利得を振幅項と位相項に分けて $\mathbf{a} = |\mathbf{a}| \exp(i\phi)$ とかくと、式 (3.24) の期待値は

$$\frac{|\langle \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \rangle|}{|\langle \mathbf{a}_1 \rangle| |\langle \mathbf{a}_2 \rangle|} = |\langle \exp(i(\phi_1 - \phi_2)) \rangle|$$

利得の位相項 ϕ が 1 と 2 とで共通して変動する場合、すなわち $\phi_1 - \phi_2 = \text{const.}$ のときは、コヒーレンスは 1 である。

位相差 $\phi_{12} = \phi_1 - \phi_2$ が標準偏差 σ_ϕ の正規分布

$$P(\phi_{12}) = \frac{1}{\sigma_\phi \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\phi_{12}^2}{2\sigma_\phi^2} \right]$$

に従っている場合、コヒーレンスは

$$\begin{aligned} \text{coh} &= \int_{\phi_{12}=-\infty}^{\infty} \exp(i\phi_{12}) P(\phi_{12}) d\phi_{12} \\ &= \frac{1}{\sigma_\phi \sqrt{2\pi}} \int_{\phi_{12}=-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(\phi_{12} - i\sigma_\phi^2)^2}{2\sigma_\phi^2} \right] \exp \left(-\frac{\phi_{12}^2}{2} \right) d\phi_{12} \\ &= \exp \left(-\frac{\phi_{12}^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

となる。Figure 3.10 に、位相の標準偏差 σ_ϕ に対するコヒーレンスを示す。コヒーレンスを 0.9 以上に保つためには、位相の標準偏差は 0.46 [rad] 以下でないといけない。

位相の時間変動とそれに対応するコヒーレンスについては、4.5.1 節も参照してほしい。

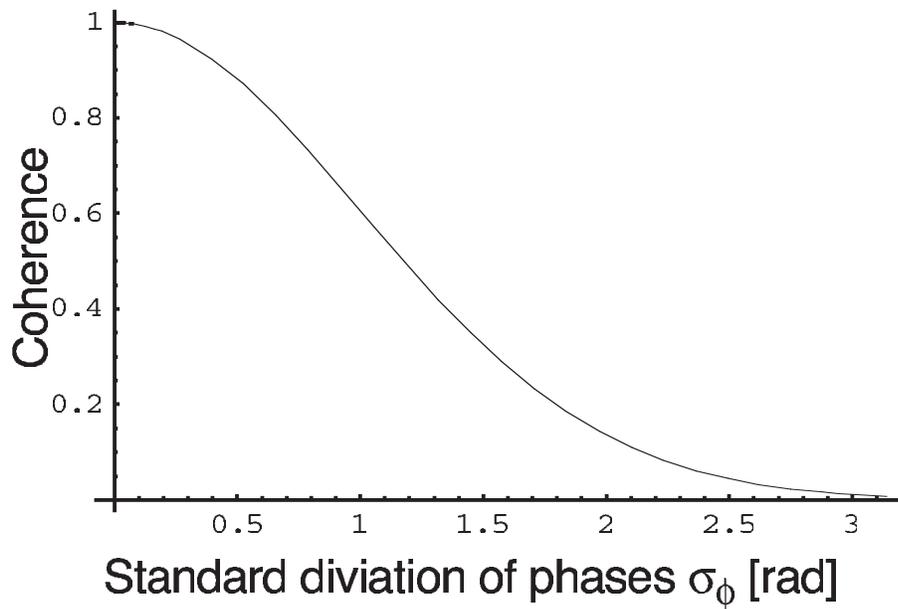


Figure 3.10: 位相の標準偏差 σ_ϕ とコヒーレンスとの関係。

3.4 フリンジ振幅とビジビリティとフラックス密度

現実的な干渉計で得られるフリンジの振幅とビジビリティの大きさの関係について述べ、天体のフラックス密度や輝度を求めるときの観測方程式について述べる。現実的な干渉計では雑音が無視できない。また、相関器から出力される相互相関関数は正規化されていて、絶対的な振幅の情報が失われていることが多い。このような場合でも、ビジビリティの大きさを求めて天体のフラックス密度を算出することができる。

本章では原理的なことを述べ、具体的な較正の方法については「振幅と位相の較正」にゆずる。

3.4.1 雑音の影響

ここまでは受信信号には雑音がないものとし、さらに素子アンテナの指向性については無視して扱ってきた。しかし現実の干渉計では雑音が必ず存在し、しかも多くの場合は天体の放射より雑音のほうがパワーが優勢である。また、素子アンテナも有限の指向性を持ち、方向によって受信時の感度は異なる。この場合に干渉計で観測されるビジビリティはどうなるのかを考えてみる。

雑音と信号の電圧の和 $V(t) = V_N(t) + V_S(t)$ を相関器に入力する (天体からの信号に添え字 S を付記している) ので、得られる相互相関関数の期待値は

$$\begin{aligned}
 \langle C(\tau) \rangle &= \langle (V_{N,1}(t) + V_{S,1}(t)) \cdot (V_{N,2}(t - \tau) + V_{S,2}(t - \tau)) \rangle \\
 &= \langle V_{N,1}(t)V_{N,2}(t - \tau) \rangle + \langle V_{N,1}(t)V_{S,2}(t - \tau) \rangle \\
 &+ \langle V_{S,1}(t)V_{N,2}(t - \tau) \rangle + \langle V_{S,1}(t)V_{S,2}(t - \tau) \rangle \\
 &= \langle V_{S,1}(t)V_{S,2}(t - \tau) \rangle
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

となる。ここで時間平均

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} dt$$

の操作を期待値 $\langle \rangle$ に置き換えている。要するに雑音は他の信号や雑音とは相関しないので相互相関関数の期待値は変化しないのである。したがってクロスパワースペクトルやビジビリティの期待値も変化しない。

では雑音は干渉計の観測に全く影響がないのであろうか？いや、観測される相互相関関数はその期待値からの揺らぎを生じる。この揺らぎに雑音が関与するのである。相互相関関数の分散 σ_C^2 は、 $\langle C^2(\tau) \rangle - \langle C(\tau) \rangle^2$ で与えられるので、これを計算してみよう。

$$\begin{aligned}
 \langle C^2(\tau) \rangle &= \langle (V_{N,1}(t) + V_{S,1}(t))^2 (V_{N,2}(t - \tau) + V_{S,2}(t - \tau))^2 \rangle \\
 &= \langle (V_{N,1}(t) + V_{S,1}(t))^2 \rangle \langle (V_{N,2}(t - \tau) + V_{S,2}(t - \tau))^2 \rangle \\
 &+ 2 \langle (V_{N,1}(t) + V_{S,1}(t))(V_{N,2}(t - \tau) + V_{S,2}(t - \tau)) \rangle^2 \\
 &= (\langle V_{N,1}^2(t) \rangle + \langle V_{S,1}^2(t) \rangle) (\langle V_{N,2}^2(t) \rangle + \langle V_{S,2}^2(t) \rangle) \\
 &+ 2 \langle V_{S,1}(t)V_{S,2}(t - \tau) \rangle^2
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\begin{aligned}
 \langle C(\tau) \rangle^2 &= \langle V_{S,1}(t)V_{S,2}(t - \tau) \rangle^2 \\
 \sigma_C^2 &= \langle C^2(\tau) \rangle - \langle C(\tau) \rangle^2 \\
 &= (\langle V_{N,1}^2(t) \rangle + \langle V_{S,1}^2(t) \rangle) (\langle V_{N,2}^2(t) \rangle + \langle V_{S,2}^2(t) \rangle) \\
 &+ \langle V_{S,1}(t)V_{S,2}(t - \tau) \rangle^2
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

となる。この式の展開では、期待値の 4 次モーメントに関する定理

$$\langle z_1 z_2 z_3 z_4 \rangle = \langle z_1 z_2 \rangle \langle z_3 z_4 \rangle + \langle z_1 z_3 \rangle \langle z_2 z_4 \rangle + \langle z_1 z_4 \rangle \langle z_2 z_3 \rangle$$

を用いた。また、 V が定常確率過程であることを考えれば $\langle V^2(t - \tau) \rangle = \langle V^2(t) \rangle$ である。

クロスパワースペクトルやビジビリティの分散を計算する必要があるが、パーシバルの定理を用いれば相互相関関数と同じ表式になることはすぐにわかるであろう。

3.4.2 アンテナ温度とシステム雑音温度

ビジビリティが有意に検出されたかどうかは観測値と標準偏差との比較で決まるので、雑音と信号のパワーをそれぞれ定量的に比較する必要がある。式 (3.28) の表式を、「電波天文学の基礎」の章で触れた温度換算で表現してみよう。

システム雑音温度 (system noise temperature) T_{sys} は、大気や受信機などで発生する雑音を入力換算で表したものであり、温度 [K] で表す。

天体の電波強度であるフラックス密度をシステム雑音温度と比較するには、ボルツマン定数 k を使ってアンテナ温度 T_A で記述するか、あるいはシステム雑音温度をシステム等価雑音密度 (system equivalent flux density) SEFD に換算すればよい。

$$\begin{aligned} T_A(\nu) &= \frac{S(\nu)A_e(\nu)}{2k} \\ \text{SEFD} &= \frac{2kT_{\text{sys}}}{A_e} \end{aligned} \quad (3.29)$$

システム雑音温度とアンテナ温度はアンテナへの入力換算として定義されるので、適当な比例係数 g を用いて

$$\begin{aligned} S(\nu) &= g \langle V_S^2(t) \rangle \\ \text{SEFD} &= g \langle V_N^2(t) \rangle \end{aligned} \quad (3.30)$$

と書くことができる。これらを式 (3.28) に代入すれば、

$$\sigma_V^2(\nu, u, v) = (\text{SEFD}_1 + S(\nu)) \cdot (\text{SEFD}_2 + S(\nu)) + \mathcal{V}_\nu^2(u) \quad (3.31)$$

が得られる。ビジビリティの信号雑音比 (signal-to-noise ratio) \mathcal{R}_{sn} は、

$$\mathcal{R}_{\text{sn}} = \frac{\mathcal{V}_\nu(u)}{\sqrt{(\text{SEFD}_1 + S(\nu)) \cdot (\text{SEFD}_2 + S(\nu)) + \mathcal{V}_\nu(u)}} \quad (3.32)$$

と表式できる。

3.4.3 正規化相互相関関数とビジビリティ

ここまでは相互相関関数の演算について入力信号の振幅情報を失うことなく線型操作で考えてきた。しかし実際の干渉計では入力信号の振幅を正規化したりアナログ デジタル変換する過程が入るため、入力信号の振幅が任意単位となることが多い。このような操作を経ると天体の絶対的な輝度やフラックス密度の情報がビジビリティの振幅に反映されなくなる、という心配がある。しかしこのような操作をしても、多くの場合ビジビリティ振幅はやはりフラックス密度に対して線型性を保つ。それを以下で示そう。

入力電圧が任意単位なので、出力される相互相関関数を正規化してしまっても一般性を失わない。従って正規化された相互相関関数 $r(\tau)$ は、

$$\begin{aligned} r(\tau) &= \frac{\langle (V_{S,1}(t) + V_{N,1}(t)) \cdot (V_{S,2}(t - \tau) + V_{N,2}(t - \tau)) \rangle}{\sqrt{\langle (V_{S,1}(t) + V_{N,1}(t))^2 \rangle \langle (V_{S,2}(t) + V_{N,2}(t))^2 \rangle}} \\ &= \frac{\langle V_{S,1}(t)V_{S,2}(t - \tau) \rangle}{\sqrt{(\langle V_{S,1}^2(t) \rangle + \langle V_{N,1}^2(t) \rangle)(\langle V_{S,2}^2(t) \rangle + \langle V_{N,2}^2(t) \rangle)}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

天体が位相中心にあるフラックス密度 $S(\nu)$ 点源の場合には、式 (3.30) と式 (3.29) の関係を使って

$$r(\tau) = \frac{\sqrt{A_{0,1}A_{0,2}}}{2k_B} \frac{\int_{\nu=-\infty}^{\infty} S(\nu) \exp(2\pi i\nu\tau) d\nu}{\sqrt{(T_{\text{sys}1} + T_{A1})(T_{\text{sys}2} + T_{A2})}} \quad (3.34)$$

となる。

これをフーリエ変換して得られるクロスパワースペクトル $\hat{C}(\nu)$ は、

$$\hat{C}(\nu) = \frac{\sqrt{A_{0,1}A_{0,2}}}{2k_B} \frac{S(\nu)}{\sqrt{(T_{\text{sys}1} + T_{A1})(T_{\text{sys}2} + T_{A2})}} \quad (3.35)$$

である。

天体が点源でなく連続分布 $I(l, m, \nu)$ のときのビジビリティは、式 (3.35) の分母を輝度分布のフーリエ変換に置き換えて、

$$\mathcal{V}(u, v, \nu) = \frac{\sqrt{A_{0,1}A_{0,2}}}{2k_B} \frac{\int \int_{\text{source}} I(l, m, \nu) \exp(2\pi i(ul + vm)) dldm}{\sqrt{(T_{\text{sys}1} + T_{A1})(T_{\text{sys}2} + T_{A2})}} \quad (3.36)$$

と与えられる。

ここまでは入力輝度と正規化されたビジビリティとの関係は非線型なのだが、多くの場合 $T_A \ll T_{\text{sys}}$ なので⁶、式 (3.35) は

$$\hat{C}(\nu) = \frac{1}{2k_B} \sqrt{\frac{A_{e,1}}{T_{\text{sys}1}}} \sqrt{\frac{A_{e,2}}{T_{\text{sys}2}}} S(\nu) \quad (3.37)$$

と近似できる。

このように、正規化された相互相関関数から得られるビジビリティも、輝度分布のフーリエ変換として線型の関係にあることがわかる。ただしこれは $T_A \ll T_{\text{sys}}$ のときに成り立つ近似である。詳しくは「振幅と位相の較正」の章を参照されたい。

3.5 ビジビリティと輝度分布との関係

3.5.1 Van Cittert–Zernike の定理

ここまで 1 次元の輝度分布を考えてきたが、実際には天体の輝度分布が天球面上での 2 次元に広がっている。そこで、いくぶんの復習を兼ねて 2 次元輝度分布に対する干渉計の応答を見て見よう。

考えている座標系は、Figure 3.3 に示すものであり、全体像を図 3.1 に示している。

電波放射源が位相追尾中心 s から離れた $s + \Delta s = (l, m, n)$ にある場合を考える。電波源は天球面上にあるので、 $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ であり、 $n > 0$ なので $n = \sqrt{1 - l^2 - m^2}$ である。

基線ベクトルを (l, m, n) に平行な座標系 (x, y, z) で表した時の成分を (D_x, D_y, D_z) とする。幾何学的遅延は $\frac{1}{c}(s + \Delta s) \cdot D$ なので、 $\frac{1}{c}(D_x l + D_y m + D_z n)$ となる。

幾何学的遅延を s に対して追尾したときのクロスパワースペクトルの位相 ϕ は、

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi\nu \frac{D_x l + D_y m + D_z n - \tau_g}{c} \\ &= 2\pi(u l + v m + w(\sqrt{1 - l^2 - m^2} - 1)) \end{aligned} \quad (3.38)$$

と表される。ここで、

$$(u, v, w) = \left(\frac{D_x}{\lambda}, \frac{D_y}{\lambda}, \frac{D_z}{\lambda} \right) \quad (3.39)$$

は、 (x, y, z) 軸に沿った空間周波数である。視野が狭い時は $l \ll 1, m \ll 1$ と近似して、式 (3.38) を

⁶詳しくは「振幅と位相の較正」の章を参照

$$\phi = 2\pi(ul + vm) \quad (3.40)$$

とかける。

天体の放射が、Figure 3.1 のように拡がりを持って分布している場合を考える。方向ベクトル (l, m, n) における、微小立体角 $d\Omega$ から放射されるフラックス密度は $I_\nu(l, m)d\Omega$ である。この放射源が相互相関関数 $C(\tau)$ やクロスパワースペクトル $S(\nu)$ に寄与する分量は、 s に対して遅延追尾をした場合、式 (3.10) および式 (3.38) を勘案して

$$dS(\nu) = \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* I_\nu(l, m) \exp(2\pi i(ul + vm + w(\sqrt{1 - l^2 - m^2} - 1))) d\Omega \quad (3.41)$$

となる。相互相関関数やクロスパワースペクトルを導出する式は、入力電波 E に対する線型応答だから、放射源が連続的に分布しているときは式 (3.41) の重ね合わせとなり、

$$S(\nu) = \int_l \int_m \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* I_\nu(l, m) \exp(2\pi i(ul + vm + w(\sqrt{1 - l^2 - m^2} - 1))) \frac{dl dm}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} \quad (3.42)$$

となる。 $l \ll 1, m \ll 1$ と視野が狭い時は、

$$S(\nu) = \int_l \int_m \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* I_\nu(l, m) \exp(2\pi i(ul + vm)) dl dm \quad (3.43)$$

と近似できる。

式 (3.43) は、 $I_\nu(l, m) \leftrightarrow S(\nu)$ のフーリエ変換になっていることに注目して欲しい。フーリエ変換対は天体の方向と空間周波数 $(l, m) \leftrightarrow (u, v)$ である。クロスパワースペクトル $S(\nu)$ は式 (3.43) からわかるように空間周波数 (u, v) に依存し、同じ天体を観測しても (u, v) によって値が異なる。だからクロスパワースペクトルを (u, v) の関数と見なして、複素ビジビリティ $\mathcal{V}_\nu(u, v)$ と書き表すことができる。

$$\mathcal{V}_\nu(u, v) = \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* \int \int_{\text{source}} I_\nu(l, m) \exp(-i2\pi i(ux + vm)) dl dm \quad (3.44)$$

という関係になる。

式 (3.44) は、複素ビジビリティ $\mathcal{V}_\nu(u, v)$ をいろんな空間周波数 (u, v) で測定してやれば、それを逆フーリエ変換して天体の輝度分布 $I_\nu(l, m)$ を求めることができる、ということを示している。即ち、

$$\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2^* I_\nu(l, m) = \int_u \int_v \mathcal{V}_\nu(u, v) \exp(2\pi i(ul + vm)) du dv \quad (3.45)$$

この式 (3.45) を Van Cittert–Zernike 定理と呼ぶ。つまるところ、干渉計の測定量である複素ビジビリティは天体の輝度分布のフーリエ成分であり、干渉計とは複素ビジビリティを採取する装置であったのだ。

3.6 干渉計の像合成

フーリエ変換による像合成

干渉計の出力であるビジビリティは天体の輝度分布のフーリエ成分であり、たくさんのフーリエ成分を集めてくれば逆フーリエ変換によって天体の輝度分布を推定することができる。しかし天体の輝度分布を完全に表すためには、全ての (u, v) についてビジビリティが得られている必要があるのだが、現実的には有限の (u, v) の集合しか得られない。 (u, v) の拡がりには最大基線長で決まり、それより外側ではビジビリティは得られない。また、通常の干渉計では自己相関は使わないので最短基線で決まる (u, v) より内側も穴になる。アンテナが疎に配列されているときには、 (u, v) 面におけるビジビリティのサンプリング点はスカスカである。

(u, v) coverage

ある干渉計で観測した結果得られた (u, v) の台 (support) が $U(u, v)$ であったとすると、観測されたビジビリティ $\hat{\mathcal{V}}(u, v)$ は真のビジビリティ $\mathcal{V}(u, v)$ に対して

$$\hat{\mathcal{V}}(u, v) = \mathcal{V}(u, v)U(u, v) \quad (3.46)$$

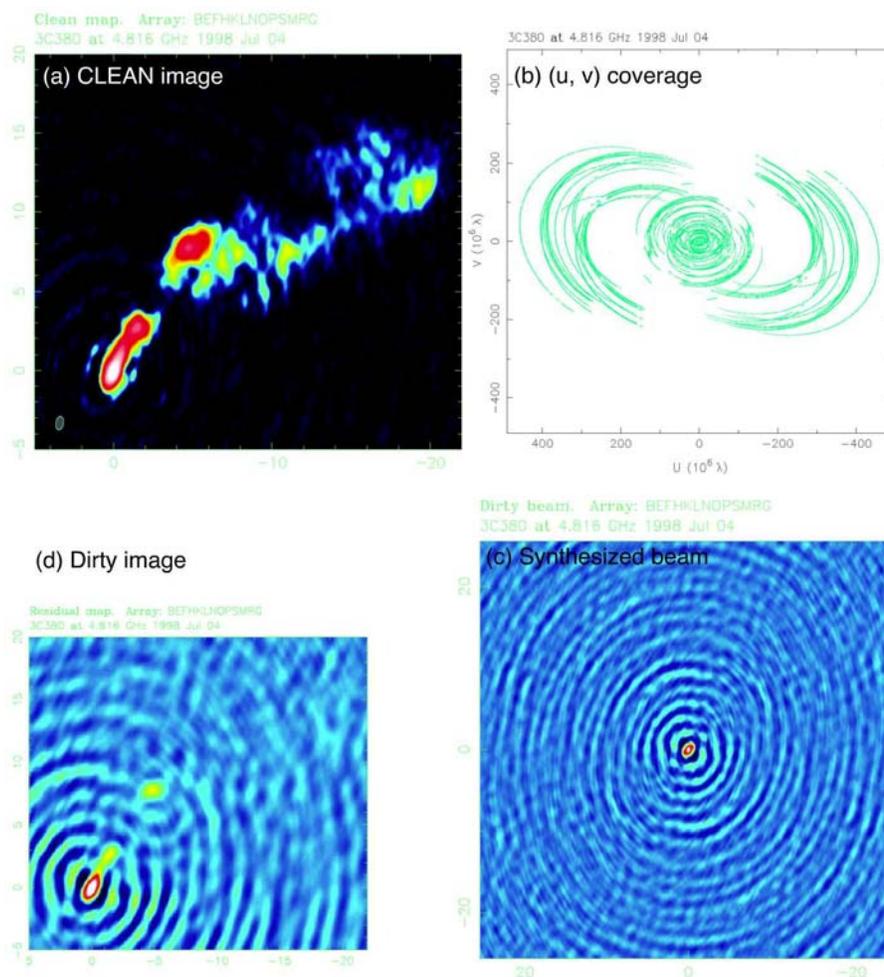


Figure 3.11: 干渉計による像合成。(a) は VSOP で観測したクェーサー 3C 380 の電波画像。真の輝度分布は未知であるが、CLEAN Image は画像処理した結果で真の輝度分布に近いものであろう。(b) は「ちゃぶ台」((u, v) coverage)で、緑色の点がビジビリティの得られた場所。(c) は合成ビームで、光学や X 線天文の世界では点源応答関数 (point spread function) とも呼ばれる。ちゃぶ台に穴があるために同心円状のサイドローブが多数現れている。(d) は dirty image で、真の輝度分布に synthesize beam を畳み込んだものである。干渉計観測で得られるのはこの dirty image である。

となる。この $U(u, v)$ を、 (u, v) coverage⁷ と呼ぶ。

⁷ 「ちゃぶ台」という日本語訳を使ってはいかがでしょうか。「ちゃぶ」は Correlation Held $u-v$ のことです。「台」は、support の訳です。support とは関数解析の用語で、「関数 $f(x)$ に対して集合 $A = \{x; f(x) \neq 0\}$ の閉包 \bar{A} を $f(x)$ の台 (support) とする」と定義されています。

アンテナ配置と (u, v) coverage

地上基線による (u, v) の値は地球の自転によって時間変化する。式 (3.39) および (3.3) からわかるように、基線ベクトルが (D_X, D_Y, D_Z) で観測波長が λ のとき、 (u, v, w) は

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} \sin(\text{GST} + \lambda - \alpha) & \cos(\text{GST} + \lambda - \alpha) & 0 \\ -\cos(\text{GST} + \lambda - \alpha) \sin \delta & \sin(\text{GST} + \lambda - \alpha) \sin \delta & \cos \delta \\ \cos(\text{GST} + \lambda - \alpha) \cos \delta & -\sin(\text{GST} + \lambda - \alpha) \cos \delta & \sin \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_X \\ D_Y \\ D_Z \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

で与えられる。時間変化する変数は GST だけなので、 (u, v, w) は 1 恒星日の周期で同じ値を繰り返す。

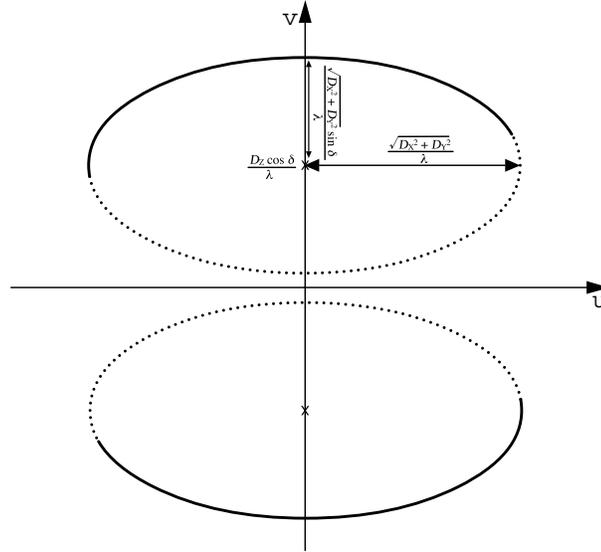


Figure 3.12: 一つの基線がつくる (u, v) の軌跡は楕円を描く。一つの基線は (u, v) と $(-u, -v)$ の両方をもたらすので、点対称な二つの楕円になる。中心は v 軸上に $\frac{D_Z \cos \delta}{\lambda}$ だけ偏心し、半長軸が $\sqrt{D_X^2 + D_Y^2}/\lambda$ 、半短軸が $\sqrt{D_X^2 + D_Y^2} \sin \delta/\lambda$ の長さを持つ。軌跡の破線部分は天体が沈んでいる時間（より正確に言うと、どちらかのアンテナで天体の仰角が限界以下になっている時間）で、ビジビリティを取得できない。

式 (3.47) は、

$$u^2 + \left(\frac{v - \frac{D_Z \cos \delta}{\lambda}}{\sin \delta} \right)^2 = \frac{D_X^2 + D_Y^2}{\lambda^2} \quad (3.48)$$

という関係を満たすので、一つの基線がつくる (u, v) の軌跡は楕円を描くことがわかる。楕円の中心は $(0, \frac{D_Z \cos \delta}{\lambda})$ にあり、半長軸が $\sqrt{D_X^2 + D_Y^2}/\lambda$ 、半短軸が $\sqrt{D_X^2 + D_Y^2} \sin \delta/\lambda$ である。

Figure 3.12 は一つの基線がつくる (u, v) の軌跡の例である。一つの基線はある瞬間に (u, v) と $(-u, -v)$ の二点をもたらすので、軌跡は点対称な二つの楕円になる。ただし、天体が沈んでいる間は観測できないので、ビジビリティを取得できるのは楕円の一部になる。

アンテナ素子数が多いと、 (u, v) coverage は密に埋まるようになる。素子数 N_a に対して基線数は $N_a(N_a - 1)/2$ だから、 $N_a(N_a - 1)$ 個の楕円軌跡が (u, v) 面に描かれる。

1 恒星日以上観測しても、 (u, v) の軌跡は同じ楕円をなぞるだけで、 (u, v) coverage は改善しない。そこで、多くの結合素子型干渉計ではアンテナを移動して配列を変更し、新たな軌跡を描かせて (u, v) coverage を改善する、という手法を用いている。

天体の赤緯 δ が 0 だと、 (u, v) 軌跡の楕円は線分に縮退し、 (u, v) coverage は南北方向にすき間だらけになる。このため、合成ビーム（次節参照）は南北方向に高いサイドローブが発生し、画質が低下する。天の赤道付近に位置する天体は、干渉計にとって苦手の対象である。

人工衛星を用いたスペース VLBI の場合、衛星は地球を周回する楕円軌道を描く。衛星アンテナの位置は軌道周期ごとに同じ位置を通るが、軌道周期と地球の自転周期とが同期していなければ、 (u, v) の軌跡は周回毎に異なるものとなり、 (u, v) coverage はある程度改善される。衛星軌道が赤道に対して十分大きい軌道傾斜角を持っている場合、衛星がつくる (u, v) の軌跡は、赤緯 $\delta = 0$ の天体であっても、線分には縮退しない。このため、スペース VLBI は天の赤道付近に位置する天体の観測を苦手としない。ただし、衛星の軌道面近くの天体を観測すると、 (u, v) coverage は縮退してしまう。軌道をうまく設計すると、歳差によって軌道面が十数ヶ月のタイムスケールで回転してゆくので、ある時期に軌道面近くにあった天体も、別の時期には軌道面から十分離れた位置で観測できる。

(u,v) coverage と合成ビーム

式 (3.46) をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} \text{FT} \left\{ \hat{\mathcal{V}}(u, v) \right\} &= \text{FT} \left\{ \mathcal{V}(u, v) \right\} ** \text{FT} \left\{ U(u, v) \right\} \\ &= I(l, m) ** B(l, m) \end{aligned} \quad (3.49)$$

となる。ここで、** は 2 次元の畳み込み (convolution)、 $B(l, m) = \text{FT} \left\{ U(u, v) \right\}$ は合成ビーム (synthesized beam) と呼ばれるものである。

$\hat{I}(l, m) = \text{FT} \left\{ \hat{\mathcal{V}}(u, v) \right\}$ を dirty image と呼ぶ。つまり得られる画像 (dirty image) は、真の輝度分布に synthesized beam を畳み込んだものである。したがって、真の輝度分布に近い画像を得るためのポイントは、synthesized beam をデルタ関数に近いものにしてやることである。「ちゃぶ台」の拡がりや合成ビームの幅とは逆数の関係にあるので、最大基線長が短いと、合成ビームの幅が拡がり、空間分解能が悪くなる。「ちゃぶ台」にすき間が多いと、合成ビームのサイドローブレベルが高くなり、画質が低下する。「ちゃぶ台」をなるべく広く稠密に埋めることが、よい電波写真を得るために重要な要素である。

3.6.1 重み付け

Figure 3.48 で示した (u, v) 軌跡は連続な楕円周であるが、実際の観測では相関器の中でレジビリティを有限時間積分するので、得られる (u, v) 軌跡は (u_i, v_i) と離散的になる。ここで、 i をレジビリティの番号とする。 (u, v) coverage $U(u, v)$ は (u_i, v_i) の集合となるが、単純に全レジビリティ点を足し合わせるのではなく、各点毎に重み W_i を調整できるよう自由度を持たせてみよう。

$$U(u, v) = \sum_{i=0}^{M-1} W_i \delta(u - u_i, v - v_i) \quad (3.50)$$

重み W_i の設定のしかたとして、誤差による重み w_i 、Density Weight D_i 、および Taper T_i の三つを考えてみよう。

誤差と重み付け

観測には常に誤差がつきまとう。ここでは系統誤差のことを考慮せず熱的雑音についてのみ考え、誤差が正規分布すると仮定して、標準偏差 σ だけで記述できるとしよう。 i 番目のレジビリティの標準偏差⁸が σ_i

⁸ここでいう標準偏差は N 個のレジビリティを母集団とみたときの統計量ではなく、各レジビリティに属する統計量であることに注意。1 個のレジビリティを計算するのに、相関器の中では多数のサンプルが足し合わされているので、レジビリティ一つは統計量である。

だったとする。重み w_i を $w_i \propto \sigma^p$ とべき乗の形で書いた時の p を Weighing Power という。 $p = -2$ のとき、信号雑音比は最大になる⁹。

基線毎の感度がほぼ均一な結合素子型干渉計では、 $p = -2$ が最適であろう。一方、大小さまざまなアンテナを寄せ集めた VLBI 観測では、 $p = -2$ では重みが基線によって大きく異なるため、合成ビームがいびつになったり分解能が低下することがある。そのような事態を避けるため、感度を犠牲にしても $p = 0$ や $p = -1$ という値を採用することも多い。

Density Weight

(u, v) 面において、取得されたビジビリティの密度は一定でない。相関器からは一定の時間間隔でビジビリティが出力されるので、短い基線で得られるビジビリティは密に、長い基線のビジビリティは疎になる。ビジビリティの間隔は、相関器のデータ出力間隔 Δt に対して $(\dot{u}, \dot{v})\Delta t$ となる。 $\dot{u} = (D \times \omega_e) \cdot e_l / \lambda$ なので、基線の東西成分が長いほどビジビリティ間隔は広がり、 (u, v) 面における密度は疎になる。スペース VLBI なら $(\Delta u, \Delta v)$ はさらに大きく、ビジビリティの密度は疎になるだろう。

$D_i = 1$ と全てのビジビリティに同じ重みをかけると、天体に対する感度を最大にできる。このような Density Weight のことを、Natural Weight という。Natural Weight の場合、低空間周波数成分ほど (u, v) 面における密度が高くなる一方で、高空間周波数成分の密度は低くなる。このため、サイドロープレベルは低く押さえられる一方で、空間分解能が低くなる傾向がある。

D_i を、 (u, v) 面の面素 $(\Delta u, \Delta v)$ 内のビジビリティ点数 N_i に対して $D_i \propto 1/N_i$ とし¹⁰、 $(\Delta u, \Delta v)$ 内の重みの総和を均一にする重み付けを、Uniform Weight という。Uniform Weight では、Density Weight が (u, v) 面内で一定になる、つまり低空間周波数成分も高空間周波数成分も同じ重みで合成されるので、空間分解能は高くなる。しかし、感度は低下し、サイドロープレベルも増える。

Briggs (1995) は、Natural Weight と Uniform Weight の両方を取り混ぜた Robust Weight という重み付けを提案した。密度の高い領域では Uniform に、低い領域では Natural に近くするというもので、その特性を Robustness というパラメーターで調整している。Figure 3.13 に、Uniform, Natural, Robust による合成ビームの違いを示す。

Taper

Taper T_i は、 (u, v) 面上での原点からの距離 $\sqrt{u_i^2 + v_i^2}$ に応じて重みを調整するもので、サイドロープレベルを低減させたり、空間分解能をいろいろと変えて像合成をしたいときに用いられる。Taper で低空間周波数成分を強調することで、のっぺりと広がった天体の構造を描き出しやすくなる。

よく用いられる Taper の関数形としては Gaussian

$$T_i = \exp \left[- \left(\frac{u_i^2 + v_i^2}{2F^2} \right) \right] \quad (3.51)$$

が用いられる。ここで F は T_i が $1/e$ に落ちる距離である。Gaussian のフーリエ変換は Gaussian なので、合成ビームのサイドローブを低減する効果がある。

余談になるが、Photoshop などの画像編集ソフトウェアの「ガウスぼかし」という機能は、Taper そのものである。イメージ空間で Gaussian による畳み込みを行うわけだが、ソフトウェアの内部ではフーリエ変換によって空間周波数に持っていった上で Gaussian Taper をかけ、逆フーリエ変換でイメージ空間に戻す、という処理を行っている。

⁹証明は、例えば <http://vsop.mtk.nao.ac.jp/~kamen/MODELFIT/average.3.html> を参照

¹⁰ただし $N_i = 0$ の場合は $D_i = 0$ とする。

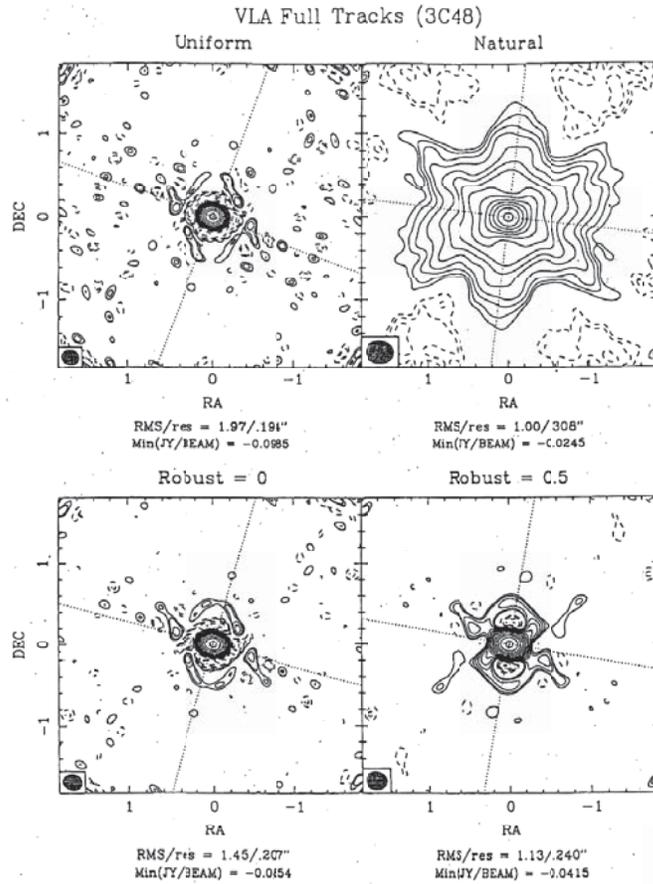


Figure 3.13: Uniform, Natural, Robust Weightings による合成ビームの違い

グリiddingと視野

ビジビリティとイメージとは2次元フーリエ変換の関係にあり、計算機を用いて2次元フーリエ変換を行う際には、高速化のためにFFT(高速フーリエ変換: Fast Fourier Transform)を用いることが一般的である。FFTは計算時間が短いという利点がある一方で、 (u, v) 面における格子点上のデータが必要になる。ビジビリティの分布は離散的になっているものの、一般には格子点上には載っていないので、得られたビジビリティから格子点上のビジビリティを推定する必要がある。このような操作をグリidding (Gridding) という。

干渉計の (u, v) coverageは大きく抜けた穴があることが多いので、補間によって全ての格子点を推定するのは難しい。そこで、convolutionを用い、大きく抜けた穴はあらかじめゼロと置く。格子点間隔と同じくらいの台を持つ適当な関数を、観測で得られたビジビリティにたいして畳み込み、その関数を格子点でもう一度サンプリングし直せばよい。式で表すと

$$\hat{\mathcal{V}}(u, v) = {}^2\text{III}\left(\frac{u}{\Delta u}, \frac{v}{\Delta v}\right) [c(u, v) * U(u, v) \mathcal{V}(u, v)] \quad (3.52)$$

となる。ここで $c(u, v)$ はconvolution関数であり、また ${}^2\text{III}\left(\frac{u}{\Delta u}, \frac{v}{\Delta v}\right)$ は2次元のShah関数(剣山関数)と呼ばれ、 δ 関数が $(\Delta u, \Delta v)$ の格子間隔で2次元的に並んだ関数である。

$${}^2\text{III}\left(\frac{u}{\Delta u}, \frac{v}{\Delta v}\right) = \Delta u \Delta v \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} {}^2\delta(u - j\Delta u, v - k\Delta v) \quad (3.53)$$

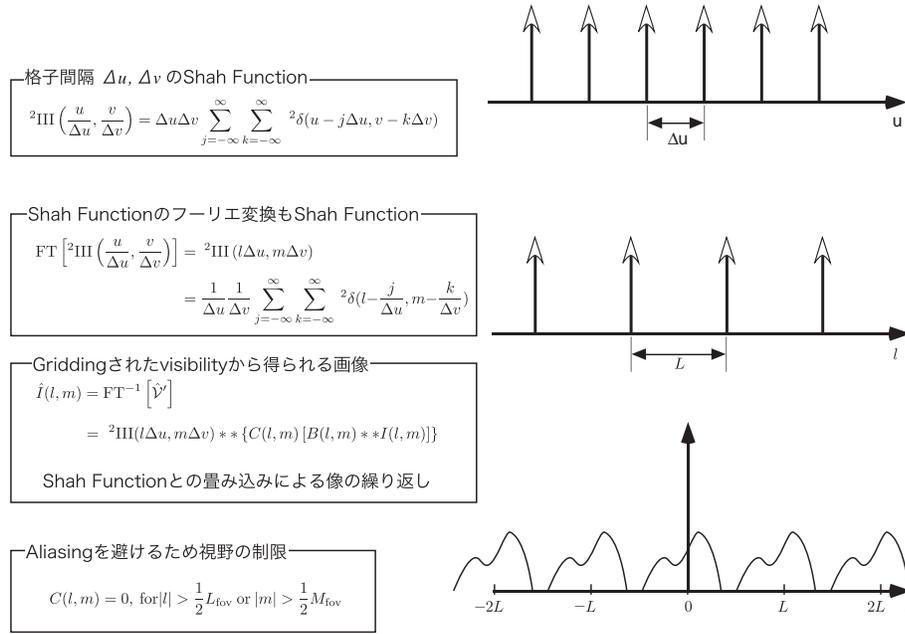


Figure 3.14: Gridding と視野との関係

Shah 関数のフーリエ変換は、やはり Shah 関数となる。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{FT}\left[{}^2\text{III}\left(\frac{u}{\Delta u}, \frac{v}{\Delta v}\right)\right] &= {}^2\text{III}(l\Delta u, m\Delta v) \\ &= \frac{1}{\Delta u} \frac{1}{\Delta v} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} {}^2\delta\left(l - \frac{j}{\Delta u}, m - \frac{k}{\Delta v}\right) \end{aligned} \quad (3.54)$$

式 (3.52) で表される離散データをフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} \hat{I}(l, m) &= \text{FT}^{-1}[\hat{y}'] \\ &= {}^2\text{III}(l\Delta u, m\Delta v) ** \{C(l, m) [B(l, m) ** I(l, m)]\} \end{aligned} \quad (3.55)$$

ただし $\hat{c}(l, m)$ は convolution 関数 $c(u, v)$ のフーリエ変換である。すなわち、この操作によって得られるものは、Figure 3.14 で表されるような繰り返し像である。ここで、 $\hat{c}(l, m)$ を視野の外側で 0 となるような関数にすればよい。すなわち、

$$\hat{c}(l, m) = 0, \text{ for } |l| > \frac{1}{2}L_{\text{fov}} \text{ or } |m| > \frac{1}{2}M_{\text{fov}} \quad (3.56)$$

のとき、視野範囲内で再生像は、

$$\hat{I}'(l, m) = \hat{c}(l, m) [S(l, m) ** I(l, m)], \text{ for } |l| > \frac{1}{2}L_{\text{fov}} \text{ or } |m| > \frac{1}{2}M_{\text{fov}} \quad (3.57)$$

と表されるので、 $\hat{c}(l, m)$ の補正さえ行えば、合成像は合成ビームと真の像との convolution という単純な関係が成り立つ。

実際には、 $c(u, v)$ として次のような関数がいられる。(Figure 3.15)

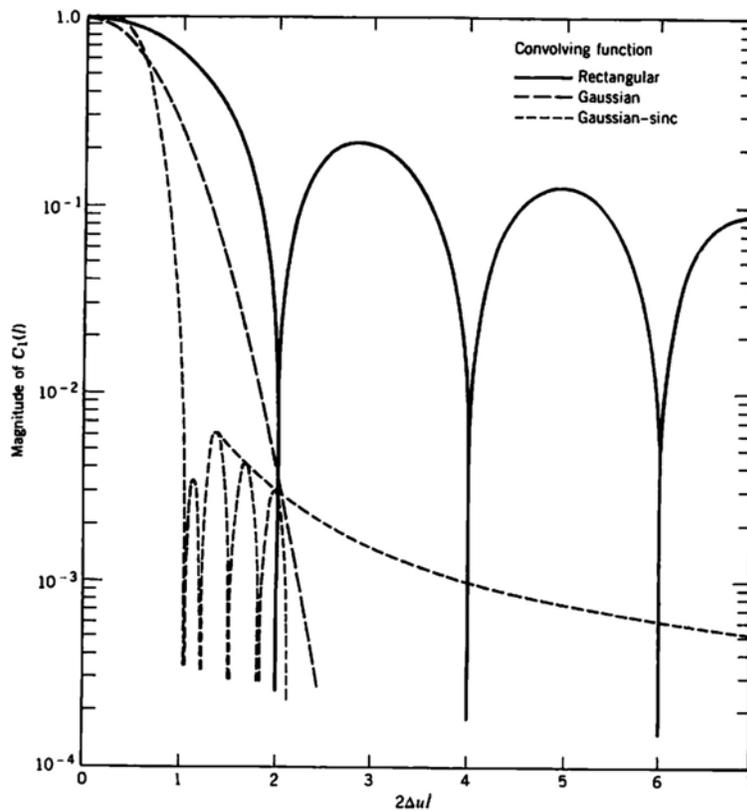


Figure 3.15: Gridding のための convolution 関数の例

Pill box

ある範囲内のサンプリングデータをそのまま格子点へ加える。関数の形は箱形であるので、 $\hat{c}(l, m)$ は 2 次元の sinc 関数である。したがって、視野の外側にも比較的大きい値を持つ。

Gaussian

いわゆる Gaussian 関数を用いたもの。Pill box より外側の値は小さくなるが、視野の中での $\hat{c}(l, m)$ の広がりが狭い。

Gaussian-Sinc

$\hat{c}(l, m)$ の理想的な形は箱形である。これを実現するためには $c(u, v)$ は sinc 関数であるが、その場合、像平面の無限に値を持つので、実際に用いるには不適當である。そこで、 $c(u, v)$ をほぼ有限の範囲でしか値を持たない関数とするために、Gaussian と sinc 関数の積の形にしたもの。視野の中では Gaussian より平坦な特性を持ち、外側では急速に値が小さくなる。

Speroidal

$\hat{c}(l, m)$ の像空間での全パワーと視野内でのパワーとの比

$$\frac{\int \int_{\text{map}} [\hat{c}(l, m)]^2 dl dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{c}(l, m)]^2 dl dm} \quad (3.58)$$

が最大となるような関数として選ばれたもの。この関数はある微分方程式の解であり、単純な解析的な形式では表現できないが、最適な convolution 関数と考えられている。

3.6.2 Deconvolution

干渉計観測で得られる電波像 (dirty image) は、真の輝度分布に合成ビームを畳み込み (convolution) したものであることがわかった。畳み込みは線型システムの応答に普遍的に現われ、入力に対して伝達関数 (transfer function) を畳み込んだものが出力となる。

出力から伝達関数の影響を補正して入力を推定するには、deconvolution という操作が必要である。線型システムの応答を補正するための deconvolution はいろいろな手法が提案されている。干渉計観測における deconvolution は、dirty image から合成ビームの影響を取り除いて真の輝度分布を推定することである。

干渉計観測の deconvolution には、下記のような特徴がある。

Deconvolution にユニークな解がない。 $U(u, v)$ がゼロになる点 (つまりビジビリティが採取できない空間周波数成分) のビジビリティは任意であり、そのような点のビジビリティ値をどのように推定しても、同じ dirty image を再現できるからである。¹¹

多くの場合、「輝度分布は正の実数」という制約をつけられる。マップの領域内で $I(l, m) \geq 0$ を満たす、という制約は deconvolution をやりやすくする。ただし、ストークスパラメーターのうち I だけを求める観測であれば輝度分布は実数だが、偏波観測では (I, Q, U, V) というベクトル場の分布を求めるので、この制約は成り立たない。 I, Q, U, V それぞれの成分は実数だが、負の値も取り得る。

電波干渉計の deconvolution には、CLEAN や MEM (Maximum Entropy Method) などの手法がよく用いられる。

CLEAN

CLEAN は電波干渉計の deconvolution で最もポピュラーに使われている直観的な手法である。比較的コンパクトな電波源を観測した場合、Figure 3.17 (左) のように dirty image において合成ビームの影響がはっきりとわかることが多い。そこで、dirty image 中で輝度のピークを見つけ、合成ビームを適当にスケールして dirty image から差し引けば、そのサイドローブはかなり取り除くことができそうである。このような考えから Högbom は CLEAN と呼ばれる方法を提案した (Högbom, 1974)。このアルゴリズムを Figure 3.16 に示す。

CLEAN では、天体は点状電波源の集合であるというモデルを使っていると考えられる。ただし、広がった構造を表現するために、得られた点電波源集合に CLEAN ビームという理想的なビームを convolution する。さらに、客観性を維持するために、残差の像を加える。CLEAN ビームには合成ビームと同じ半値幅を持つガウス関数が一般的に用いられる。

Figure 3.17 (右) に CLEAN map を示す。この図から CLEAN がこのような合成像をデコンボリューションするのに威力があることがわかる。このように、CLEAN はアルゴリズムが簡単で、天体がある程度コンパクトであればうまく働くので、電波天文の領域で広く用いられている。

¹¹Deconvolution は、フーリエ変換した空間周波数の領域で考えれば $U(u, v)$ による割り算なので簡単にできると思われるかもしれないが、干渉計観測の場合 (u, v) coverage のすき間では $U(u, v) = 0$ となり、ゼロ割ができないので立往生する。

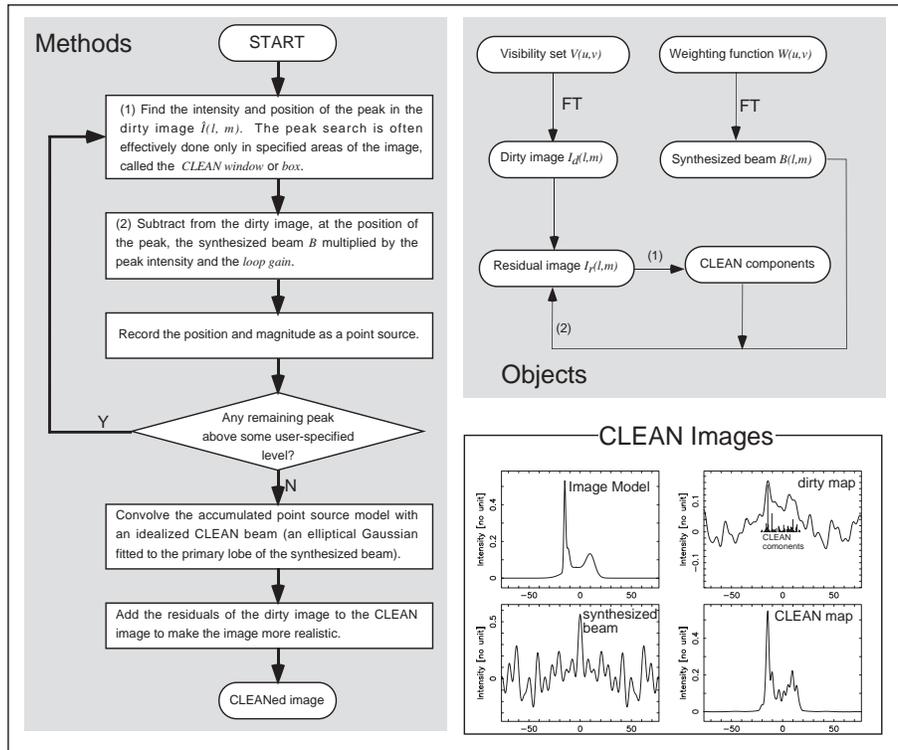


Figure 3.16: CLEAN のアルゴリズム。(1) dirty map の中で輝度のピークを探し、そこに δ 関数の CLEAN component を置く。CLEAN component のフラックス密度は、dirty map の輝度ピーク値に CLEAN gain $0 < g < 1$ を掛けた値にとる。(2) CLEAN component に応答するビジビリティ値を、観測されたビジビリティから差引き、残差ビジビリティを計算する。残差ビジビリティをフーリエ変換して残差マップを策せ制する。残差マップの中で輝度ピークを探し... (1) に戻る... という反復を繰り返す。この反復過程でピックアップした CLEAN components の集合に、CLEAN beam (Gaussian など) を積み込み、残差を加えて CLEAN map とする。

Maximum Entropy Method

CLEAN 以外でコンボリューション法としては、最大エントロピー法 (Maximum Entropy Method; MEM) がよく用いられている。これは、画像エントロピーという量を最大にし、且つ雑音レベルの範囲内で観測データに一致するような像を得る方法である。画像エントロピーとしては次のようなものがある。

$$H_1 = - \sum I_k \ln(I_k/M_k) \quad (3.59)$$

$$H_2 = - \sum \ln(I_k/M_k) \quad (3.60)$$

ただし、 k はピクセル番号を表す。また、 M_k はモデル画像であり、通常は以前の観測データなど前もってわかっている情報から予想する。画像エントロピーの定義については様々な議論があり、厳密な結論は出ていない。今のところ、天体画像の特性と上で表現される式の特性とが、良く似ているという現象論的説明が多いようである。

実際の解法はラグランジュの未定係数法が用いられる。すなわち、次のような量を最大にするような画像 I' を求める。

$$H(I') - \alpha \sum_k w_k |V_k - V_k'|^2 \quad (3.61)$$

ただし、 w_k は適当な重み、 α はラグランジュの未定係数である。

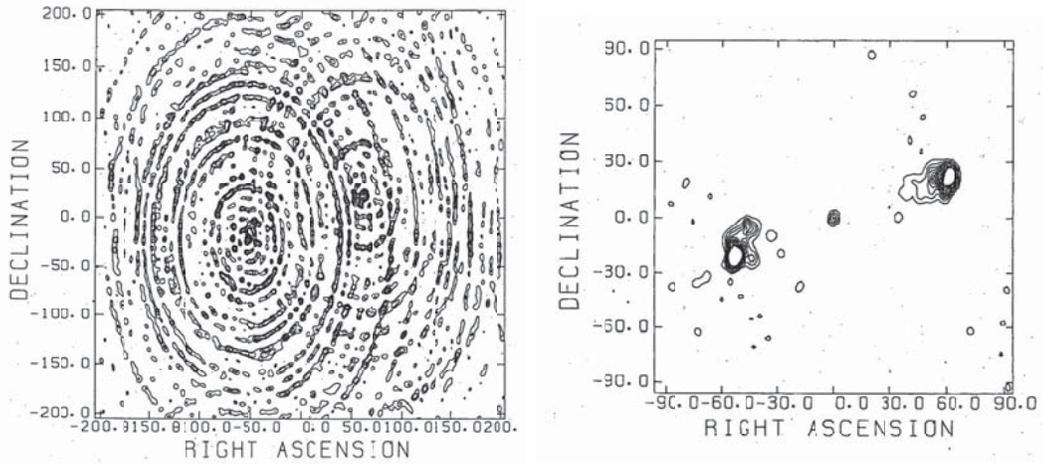


Figure 3.17: 野辺山ミリ波干渉計による電波銀河白鳥座 A (Cygnus A) の波長 1.3 cm の観測での dirty map (左) と CLEAN 像 (右)。横軸と縦軸はそれぞれ l と m であり、単位は秒角 (arcsec) である。等高線はメインビームのピーク値に対して 2% から 100% まで 2% 毎である。

最大エントロピー法は、一般に CLEAN より計算時間が必要だが、CLEAN の欠点とされる広がった構造の天体の再生に優れている。現在のところ、CLEAN に比べるとそれほど一般的ではないが、最近では計算機の能力がかなり向上してきているので、今後広く用いられるようになるだろう。MEM は、CLEAN と比較して雑音の扱いが厳密になったが、解法の非線型性が強くなったため、観測データの雑音が大きい場合、結果が破綻することがある。

3.7 まとめ...干渉計の画質を決めるもの

干渉計による像合成の原理をまとめると、「観測されるビジビリティは輝度分布のフーリエ成分である」という van Cittert-Zernike 定理 (式 3.45) に集約される。得られたビジビリティを $(u, v) \rightarrow (l, m)$ と 2次元フーリエ変換することで輝度分布が得られるわけだが、有限の空間周波数成分しか取得できないために、得られる像は真の輝度分布に合成ビームを畳み込んだものになる。合成ビームは (u, v) coverage のフーリエ変換で表されるのであった。

本章の最後として、干渉計の画質を決める要素についてまとめてみよう。

3.7.1 分解能

分解能は合成ビームの primary lobe の半値幅で規定され、それは (u, v) coverage の広がりによって決まるのだ。 $U(u, v)$ が、 $|u| < u_{\max}, |v| < v_{\max}$ の領域だけでノンゼロの値を持ち、外側ではゼロに打ち切られるような分布を持っていたとする。簡単のために、

$$\begin{aligned}
 U(u, v) &= 1 \text{ for } |u| < u_{\max} \text{ and } |v| < v_{\max} \\
 &= 0 \text{ for others}
 \end{aligned}
 \tag{3.62}$$

とすると、合成ビームは

$$\begin{aligned}
 B(l, m) &= \frac{1}{4u_{\max}v_{\max}} \int_{u=-u_{\max}}^{u=u_{\max}} \int_{v=-v_{\max}}^{v=v_{\max}} \exp[-2\pi i(ul + vm)] du dv \\
 &= \frac{\sin 2\pi u_{\max} l}{2\pi u_{\max} l} \frac{\sin 2\pi v_{\max} m}{2\pi v_{\max} m}
 \end{aligned}
 \tag{3.63}$$

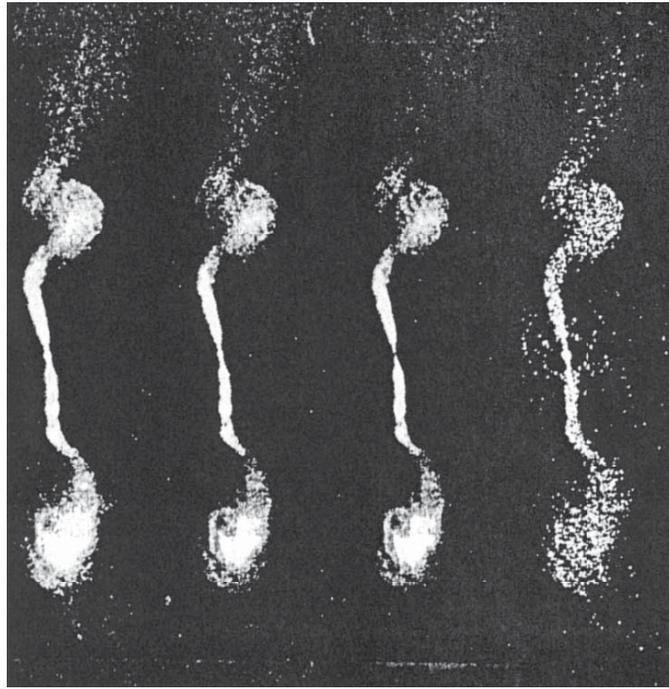


Figure 3.18: Maximum Entropy Method (MEM) と CLEAN の比較。左から、(a) CLEAN image, (b) MEM image, (c) MEM image から point source を除いた image, (d) (b) と (c) の差の image。

と、Sinc 関数の形になり、その半値幅はおよそ $1/u_{\max}$, $1/v_{\max}$ 程度になる。 u, v は D_x/λ , D_y/λ で与えられたから、分解能は波長と最大基線長との比で決まる、というよく知られた関係になるわけだ。

3.7.2 視野

干渉計の視野を制限するものは、素子アンテナの口径、最小アンテナ間隔、観測帯域幅、積分時間、グリiddingなどさまざまな要因があるが、これらは (u, v) 面における空間周波数の精細さ（積分範囲とサンプリング間隔）に帰着される。 (u, v) 面における 1 個のビジビリティは、有限範囲 $(u \pm \frac{1}{2}\Delta u, v \pm \frac{1}{2}\Delta v)$ に連続的に分布するビジビリティを代表したものである。積分の結果その 1 点を求めたということは、式 (3.52) に示したような畳み込みとサンプリングを実行したのと等価であり、畳み込み関数 $c(u, v)$ として積分範囲で 1、外側で 0 になるような打ち切り関数を用いている（Figure 3.15 の Pill Box に相当する）。従って、視野は $L_{\text{fov}} \sim \frac{1}{\Delta u}$, $M_{\text{fov}} \sim \frac{1}{\Delta v}$ という関係になる。

素子アンテナ口径と視野

口径が D_{a1} と D_{a2} の素子アンテナで作る基線ベクトルは半径 $D_{a1} + D_{a2}$ の円内に分布するので、 $\Delta u = (D_{a1} + D_{a2})/\lambda$ となり、視野は $\lambda/(D_{a1} + D_{a2})$ 程度に制限される。より正確には、各素子アンテナでの電界強度分布が標準偏差 σ_1, σ_2 の正規分布であるときに、重みをつけた基線ベクトルの分布は標準偏差が $\sigma = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$ の正規分布になるので、視野は $\lambda/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$ と、二つの素子アンテナビーム幅の幾何平均になる。

積分時間と視野

積分時間 Δt による (u, v) の積分範囲は $\Delta u = \dot{u}\Delta t$, $\Delta v = \dot{v}\Delta t$ となる。 $\dot{u} \sim D \times \omega_e/\lambda$ と与えられる¹²ので、基線長が長いほど Δu は大きくなり、視野が狭くなる。逆に言うと、ある確保したい視野の広さが先に決まっているときには、長基線のデータほど積分時間を短くする必要がある。

スペース VLBI の場合は、衛星の速度 v_{sat} は地球の自転によるアンテナの速度より速い場合がおおいのので、衛星を含む基線では $\dot{u} \sim v_{\text{sat}}/\lambda$ となり、さらに積分時間を短く制限する必要がある。

帯域幅と視野

観測周波数 ν に対して $u = \nu D_x/c$ であったので、周波数帯域幅が $\Delta\nu$ のとき、 $\Delta u = \Delta\nu D_x/c$ となる。従って視野は $\sim c/(\Delta\nu D)$ に制限され、周波数帯域幅と基線長に反比例する。

3.7.3 検出限界

ビジビリティ1点当たりの信号雑音比 \mathcal{R}_{sn} は式 (3.32) で与えられ、その分散は式 (3.31) で与えられたのだった。これを元に、干渉計の検出限界を考えてみよう。限界ギリギリの弱い電波源について考えるので、信号成分 ν は SEFD に比べて無視できるとし、 $\sigma_{\nu}^2 i, j = \text{SEFD}_i \text{SEFD}_j$ とする。さらに、ビジビリティ1点を得るのに帯域幅 $\delta\nu$ および時間 Δt だけ積分したとすると、独立な $2\Delta\nu\Delta t$ 個のサンプルを積分することになるので、ビジビリティ1点当たりの分散は

$$\sigma_{\nu}^2 i, j = \frac{\text{SEFD}_i \text{SEFD}_j}{2\Delta\nu\Delta t} \quad (3.64)$$

で与えられる。

理想的なケースでは、全てのビジビリティをコヒーレントに積分する。このとき、各ビジビリティの重みを $w_{i,j}$ とすると、フラックス密度に対する分散 σ_S^2 は、

$$\sigma_S^2 = \frac{\sum w_{i,j}^2 \sigma_{\nu}^2 i, j}{(\sum w_{i,j})^2} \quad (3.65)$$

で与えられる。Natural weight で、重みを $w_{i,j} \propto 1/\sigma_{\nu}^2 i, j$ としたときに σ_S^2 は最小になり、もし全てのアンテナで SEFD が同じなら

$$\sigma_S^2 = \frac{\text{SEFD}^2}{2N_{\text{vis}}\Delta\nu\Delta t} \quad (3.66)$$

である。アンテナ数が N_a 個の時、基線数は $N_a(N_a - 1)/2$ で、全観測時間 t_{obs} に対して $N_{\text{vis}} = N_a(N_a - 1)/2 \cdot t_{\text{total}}/\Delta t$ だから、

$$\sigma_S = \frac{\text{SEFD}}{\sqrt{N_a(N_a - 1)\Delta\nu t_{\text{obs}}}} \quad (3.67)$$

となる。これが、マップの雑音レベルに相当する。従って、フラックス密度 S の点源を観測した時の信号雑音比は $\mathcal{R}_{\text{sn}} = S/\sigma_S$ である。天体が広がっていたり、ビジビリティを積分する時のコヒーレンスが低下するような状況では、この式通りにはいかない。

VLBI 観測で位相補償を行わない場合には、ビジビリティをコヒーレントに積分するためには Self Calibration を実施する必要がある、各ビジビリティ毎に十分な信号雑音比が必要になる。このための検出限界をFRINGE検出限界という。コヒーレントに積分可能な時間 Δt および帯域幅 $\Delta\nu$ に対してビジビリティ振幅の分散は、式 (3.31) を勘案して

$$\sigma_{\nu}^2 = \frac{(\text{SEFD}_1) \cdot (\text{SEFD}_2)}{2\Delta\nu\Delta t} \quad (3.68)$$

¹² ω_e は地球回転角速度ベクトルで、その絶対値は 7×10^{-5} 程度

となる。VLBI の場合にはフリッジ検出限界以上ビジビリティ振幅を持つものが位相補償無しでも観測可能で、そのような明るい電波源を観測した時のマップ雑音レベルが式 (3.67) で与えられる。

3.7.4 ダイナミックレンジ

ダイナミックレンジは、CLEAN map のピーク輝度と image r.m.s. との比で表される。検出限界ギリギリの天体を観測する時には image r.m.s. は式 (3.67) の雑音できまるが、明るい電波源が視野中にあるときには、系統的な誤差が image r.m.s. に加わる。

この系統的な誤差を定式化することは難しい。一般には合成ビームのサイドローブレベルが高いほど、系統誤差が大きくなる。また、天体の構造が複雑なほど、CLEAN で deconvolution しきれない輝度が残りやすいので、その場合も系統誤差が大きくなる。観測前にダイナミックレンジを予測するには、シミュレーションによって image r.m.s. を求めるのが实际的だろう。また、観測データから image r.m.s. を求めるには、マップ中で電波源の放射がほとんど無視できる領域の統計をとることが実用的である。

References

- [1] Briggs, D. S. 1995, Bulletin of the American Astronomical Society, 27, 1444 (available via <http://www.aoc.nrao.edu/dissertations/dbriggs/>)
- [2] Högbom, J. 1974, ApJS, 15, 417

Chapter 4

干渉計の装置

川辺良平・亀野誠二

4.1 はじめに — 電波望遠鏡、電波干渉計の基本構成

通常の電波の観測装置は、主に4つの装置から構成されている。電波を集める（集光する）ためのアンテナ、その電波を受信する受信機と周波数変換器、そして周波数ごとに分解して調べる電波分光器、それらを制御し、また取得したデータを解析するための計算機である。電波分光が必要のない観測の場合には、別装置を用いて電波強度（トータルパワー）のみを測定することが多い。また、電波干渉計においては、分光器が分光相関器に置き換わることになる。

電波干渉計には、参照信号系が加わる。これは、位相回転などの位相制御を行う上で重要な役割を持つ（Figure 4.2 参照）。

4.2 アンテナによる集光

アンテナは、天体が発する微弱な電波を集める装置であるが、光赤外線の大望遠鏡と同様に、現在ではパラボラ型の反射アンテナが主流である。ある波長の電波を効率良く集光するためには、波長のおよそ1/20の鏡面精度を持ったパラボラアンテナを用いる必要がある。以下で多少詳しく見てゆこう。

4.2.1 アンテナの基本性能

ビームや能率に関しては、以下の3つの基本性能が重要である。

- A. 主ビームサイズ（分解能）
- B. 開口能率、もしくはアンテナゲイン
- C. 主ビーム能率、もしくはサイドロームレベル（ビームのきれいさ）

これらは、基本的に、アンテナ口径、照度分布、鏡面精度、鏡面反射のオーミックロスなどで決まっている。以下では、これらについて見てゆこう。

まず、電波強度 S_ν (flux density : 単位は $[W s^{-1} m^{-2}]$) をもつ点源を受信する場合を考えよう（大気の効果は考えない）。単位周波数あたり $W_\nu [W s^{-1}]$ の電力を受信したとすると、以下のように書ける。

$$W_\nu = A_{\text{eff}} \cdot S_\nu \quad (4.1)$$

A_{eff} をアンテナの有効開口面積という。物理的な開口面積 A_{phy} との比、 $A_{\text{eff}}/A_{\text{phy}}$ を、開口能率 (Aperture Efficiency) という。

$$\eta_A = \frac{A_{\text{eff}}}{A_{\text{phy}}} \quad (4.2)$$

通常、 A_{eff} は開口面と垂直方向で見積もられるが、一般には方向 (l, m) の関数で、最大値 A_{max} で正規化した

$$P(l, m) = A_{\text{eff}}(l, m)/A_{\text{max}} \quad (P(l, m) = 1 \text{ at maximum}) \quad (4.3)$$

$P(l, m)$ をパワーパターンと呼ぶ。

天体の輝度分布 $I(l, m) (W s^{-1} m^{-2} sr^{-1})$ を考えよう。 $I(l, m)$ は、

$$I(l, m) = \frac{\Delta S_\nu}{\Delta \Omega} \quad (4.4)$$

また、 ΔW_ν および W_ν は、

$$\Delta W_\nu = A_{\text{eff}} \Delta S_\nu = I(l, m) A_{\text{eff}} \Delta \Omega \quad (4.5)$$

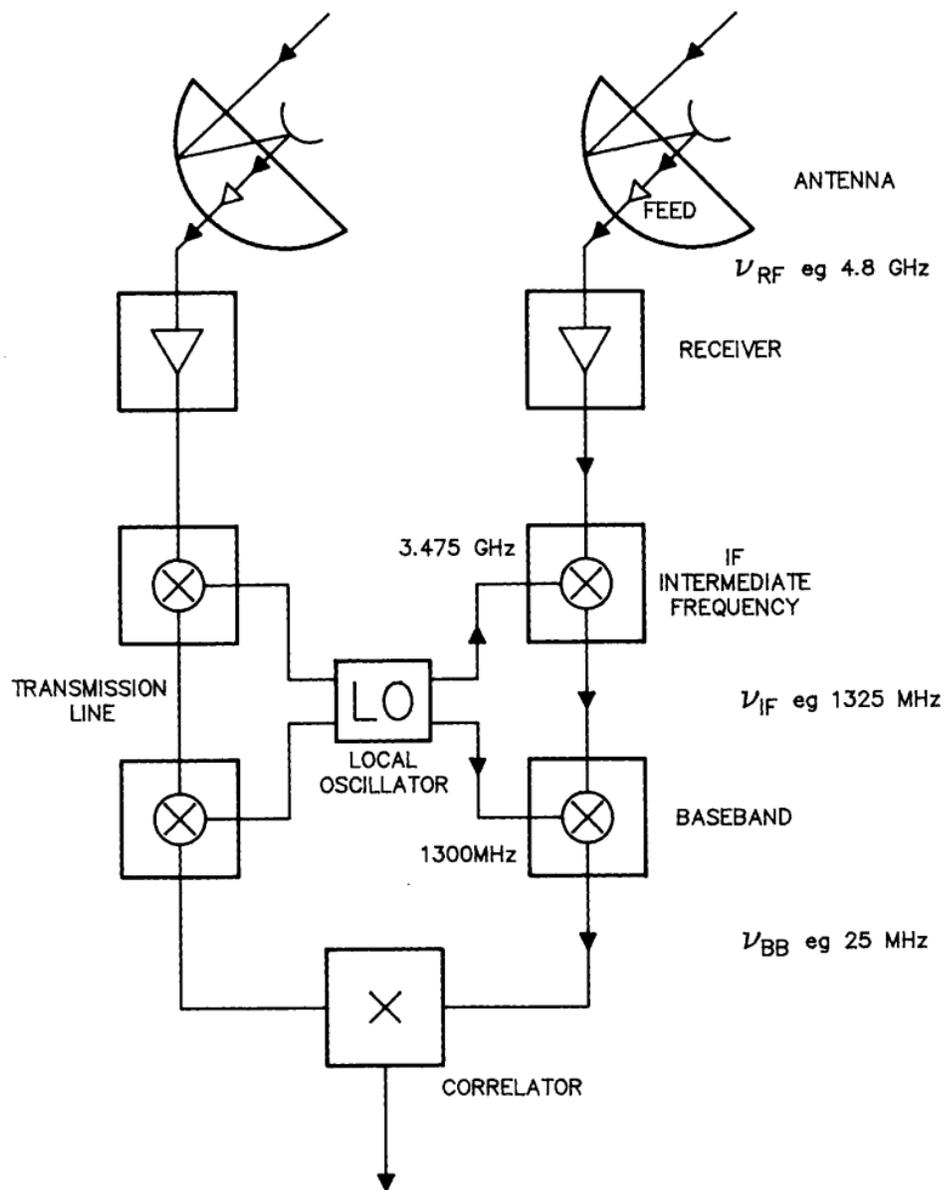
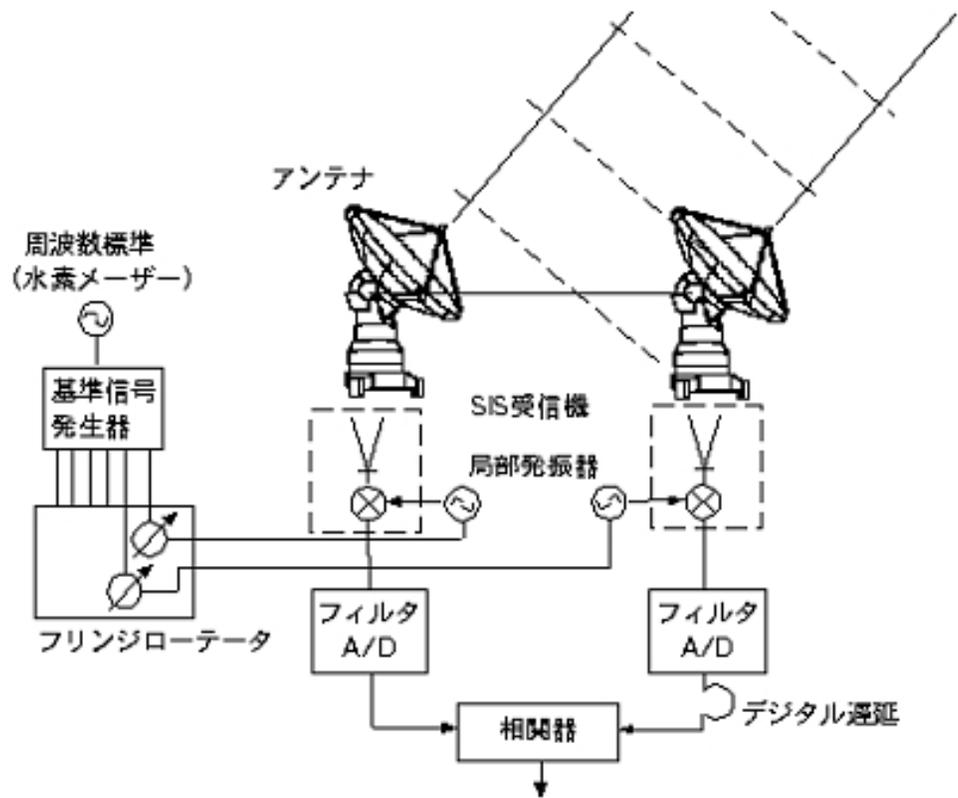


Figure 4.1: センチ波帯干渉計の装置構成



野辺山ミリ波干渉計 (Nobeyama Millimeter Array)

干渉計のしくみ
異なる方向からの電波を2本のアンテナで受ける。光路差が変わります。干渉計は、電波の干渉を利用して光路差を検出し、観測物の輝度を測る装置です。

構成・性能
直径30mのアンテナを4台から構成され、延長2-1kmの電波を受信します。分解能は、直径300-600mのアンテナに相当します。

1. 電波は、アンテナによって受信機室に導かれます。

2. 観測温度(4度 (-200度))に冷却された受信機で電波を検出します。

3. 受信機で検出された電波は、地下ケーブルによって伝えられます。

4. デジタル分光相関器で電波を分析します。

5. 干渉計によって合成される観測写真の例 (カシオペアA)

Figure 4.2: 野辺山ミリ波干渉計の装置構成。参照信号は、水素メーザーを基準に作られ、観測棟からアンテナに送られる。

$$W_\nu = \int_{4\pi} I(l, m) A(l, m) d\Omega \quad (4.6)$$

一方、輝度温度 T_B を用いると、Rayleigh-Jeans 近似では、 $I(l, m)$ は

$$I(l, m) = \frac{2k_B T_B}{\lambda^2} \quad \left(= \frac{k_B T_B}{\lambda^2} \text{ for 1 polarization} \right) \quad (4.7)$$

Nyquist の定理 ($W_\nu = k_B T_B$: 式 1.24 参照) を用いると、

$$\int_{4\pi} A_{\text{eff}}(l, m) d\Omega = \lambda^2 \quad (4.8)$$

$$A_{\text{max}} = \frac{\lambda^2}{\int_{4\pi} p(l, m) d\Omega} \quad (4.9)$$

有効開口面積 A_{eff} の最大値 A_{max} や開口能率 η_A はパワーパターンから式 4.9 を用いて求めることができる。式 4.9 の分母はビームの全立体角 Ω_A であり、アンテナのゲインは、

$$G = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (4.10)$$

と書ける。主ビームの部分のみを積分したビームの立体角 Ω_{MB} と Ω_A の比、 $\Omega_{\text{MB}}/\Omega_A$ は主ビーム能率 η_{MB} と呼ばれ、

$$\eta_{\text{MB}} = \lambda^{-2} \int_{\text{MB}} A_{\text{eff}}(l, m) d\Omega \quad (4.11)$$

と記述される。

一方、 A_{max} は、アンテナ開口面の照度分布 (Grading と呼ばれる) $g(x, y)$ を用いて以下の様にあらわすことができる。まず、 $g(x, y)$ とビームパターンとの関係は

$$\text{FT}[g(x, y) \star g(x, y)] = P(l, m)/p(0, 0) \quad (4.12)$$

である。

$$\frac{P(l, m)}{P(0, 0)} = |f(l, m)|^2 \quad (4.13)$$

$$P(l, m) = \frac{|f(l, m)|^2}{f^2(0, 0)} \quad (4.14)$$

となる。ここで、

$$f(0, 0) = \iint g(x, y) dx dy \quad (4.15)$$

である。

$g(x, y)$ と $f(l, m)$ ($= \text{FT}[g(x, y)]$) の間には、以下の Parseval の関係式が成り立つ。

$$\iint |f(l, m)|^2 dl dm = \iint |g(x, y)|^2 dx dy \quad (4.16)$$

式 4.14 を式 4.9 に代入し、式 4.16 と式 4.15 を用いると、結局以下の式が得られる。

$$A_{\text{max}} = \frac{\lambda^2 \left| \iint g(x, y) dx dy \right|^2}{\iint |g(x, y)|^2 dx dy} \quad (4.17)$$

$g(x, y)$ は中心では $g(0, 0) = 1$ に規格化されているとする。開口端での $g(x, y)^2$ の値は、エッジレベルと呼ばれる。通常のパラボラアンテナでは、 $-13, -14$ dB である。この値が極端に低い場合は、under-illumination と呼ばれ開口を有効に使わないので、鏡面精度が高くても (error-free としても) 開口能率は低くなる。ただし、その分サイドローブレベルの低いきれいなビームが得られる (図 4.4、4.5 参照)。

アンテナ開口面上の電界分布に誤差がある場合には、ビームパターンに影響を与えることになる。通常は振幅には誤差は少ないが (サブフェスティヤサブフェ自身によるブロッキングは、サイドローブレベルを上昇させる) 位相には鏡面誤差に伴う誤差があり、ビームに角度方向に広がった「Error Pattern」を生じる原因、およびそれに伴って開口能率を低下させる原因となる。開口能率の低下率は以下の式で与えられる。

$$\exp \left\{ - \left(\frac{4\pi\varepsilon}{\lambda} \right)^2 \right\} \quad (4.18)$$

ε は鏡面の rms error である。 ε は通常 illumination $g(x, y)^2$ の重みをつけて見積もられる。Error-free の場合の開口能率は、照度分布やブロッキングで決まる (図 4.6 参照)。

鏡面のでこぼこは、電波ホログラフィー法で測定することができる。電波ホログラフィー法は、複素電圧ビームパターンと開口の振幅位相パターンがフーリエ変換の関係にあることを利用して、前者を測定することにより、後者をフーリエ変換により求めて得られる。cm 波帯では人工衛星のビーコン信号などを用いて複素電圧ビームパターンを測定する。この場合、参照アンテナが必要となる。ミリ波では、近傍の人工電波源を用いるが、この場合フレネル変換となるため解析が複雑である。ビームパターンの振幅情報のみ測定して、鏡面のでこぼこを求める方法もある (Phase Retrieval holography と呼ばれる)。野辺山 45m 鏡では、セオドライトと呼ばれる測距測角儀を持ちいて、鏡面を測定する方法も用いられてきた。

また最近では、鏡面に反射ターゲットを多数貼り付けて、複数の方向から写真撮影して鏡面測定する photogrammetry という方法も用いられている (三角視差を用いる方法)。主鏡面パネルの調整機構として、3 つのアクチュエータがついた場合 (ASTE 10m 鏡) や、駆動機構付きのものがあり、測定結果を基にして鏡面の再調整 (段差と傾き) が可能なアンテナが多い。4 つ以上の駆動機構付サポートを持つ場合は、鏡面パネルのゆがみも補正することができる。通常、主鏡面パネルの大きさより小さい分解能で電波ホログラフィー法を実行して、個々のパネルの段差と傾きを測定する。

4.2.2 アンテナの性能を劣化させる要因

ミリ波サブミリ波の観測では、高い鏡面精度が要求されるが、アンテナ製作・運用において避けられない問題がある。構造体の重力変形と熱変形である。また風負荷による鏡面精度の劣化も考えられる。

重力変形による構造体の変化量は、アンテナ口径の 2 乗に比例し、以下のように表すことができる。 ρ は材料の密度、 E は弾性率、 D はアンテナの口径。

$$\Delta z \sim (\rho/E)D^2 \quad (4.19)$$

また、熱変形も以下のように表すことができる。

$$\Delta z \sim C_{th} \cdot D \cdot \Delta T \quad (4.20)$$

C_{th} は熱膨張係数、 ΔT は温度差である。

アンテナ口径と鏡面精度の関係は Figure 4.7 に示してある。この図から 10m 鏡の場合、鉄材を用いて $20 \mu\text{m}$ 以下の精度を達成するのが困難であるが、CFRP を用いることにより達成することが出来ることがわかる。重力変形については、軽量で剛性の高い材質を用いた高剛性の構造を設計することで対処可能である。熱変形に関しては、熱膨張率の小さい素材 (CFRP やアンバー等) を用いることで高精度なアンテナを実現可能である。また、レドームの中に入れることや、またメテロロロジー法の適用も高性能アンテナの実現にとって重要な方法である。

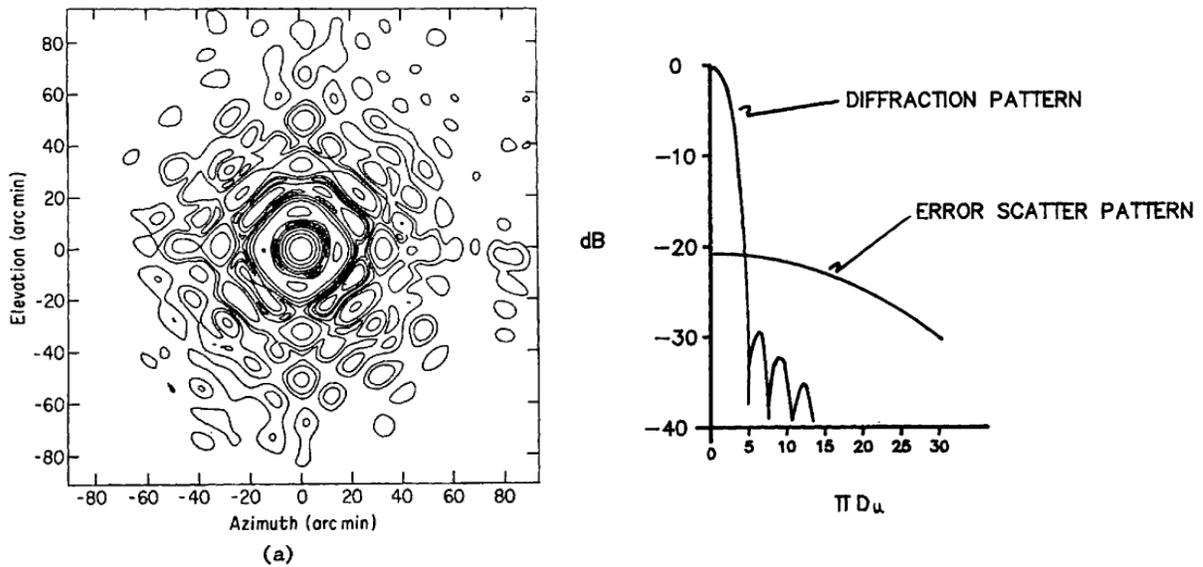


Figure 4.3: 放射パターン（パワーパターン）の例（左）。右は、開口面分布で決まる Defraction（回折）パターンと、鏡面誤差等による、広角の Error Scatter Pattern。広角のパターンの評価は、主ビーム能率と、月などを観測したときの能率の比較や、強力な電波源を用いた広角パターンの測定などにより見積もることが可能である。

ASTE 10m 鏡では、近傍界ホログラフィーや、鏡面の高精度測定とアクチュエーターなどによるパネルの調整法を導入し、高精度の鏡面を実現している。

指向精度もまた、自重変形、熱変形、風負荷による劣化が考えられる。

4.2.3 アンテナの光学系

アンテナには様々な光学系（Figure 4.8 参照）があり、それぞれ以下のような得失がある。

主焦点 光学望遠鏡では良く使用されるが、ミリ波サブミリ波望遠鏡では用いられることはほとんどない。

これは、電波望遠鏡の場合 F 比 ($= f/D$) が通常 0.25–0.4 と小さく、主鏡の見込み角が大きいため、広角ホーンが必要であるが、そのようなホーンの製作は通常困難だからである。ただ、電波ホログラフィーを行うときに主焦点に受信機と広角ホーンを置くことがある。

カセグレン焦点 よく用いられる。ただ、受信機室が狭くなりがちで、マルチビーム受信機など大型装置の搭載が困難である。また、受信機は、アンテナの EL 変化とともに傾くので、冷却系に工夫が必要となる。

ナスミス焦点 よく用いられる。EL 変化でも動かない大きな受信機室の実現が可能である。

ビームウェーブガイド 受信機の位置が動かないというメリットがあるが、光学系が複雑となる。

アンテナの架台には、現在ではほとんどのアンテナで経緯台型が用いられている。その利点は、

- コストが低い。
- 重力的な特性が良い。

欠点としては、

- 開口が天体に対して固定されず、相対位置が回転してゆく。そのため、マルチビーム受信機は、観測中に回転を行う必要がある。またビームパターンや偏波パターンが天体に対して回転することとなる。

Fig. 2.7. A selection of gradings $g(x)$ for a line antenna, the field patterns $F(l)$ and effective areas $A(l)$.

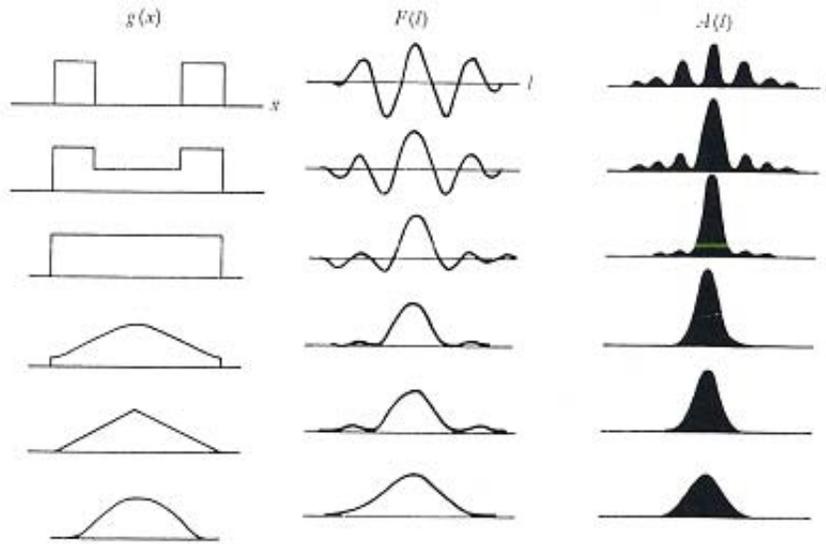


Figure 4.4: 左から、一次元の照度分布 (grading $g(x)$), そのフーリエ変換 $F(l)$ (本文中の $f(l, m)$ と表記している、遠方界での電界パターン), およびビームパターン $A(l)$ (電力パターン)。単一鏡の場合は、上から 4 番目のような開口端でトランケートされたスムーズな照度分布 ($g(x)^2$ ではガウス分布) が用いられる。 $g(x)^2$ の開口端レベルが低いと、ビームはきれいになるが、同時に開口能率は落ちる。2 素子の場合の合成ビーム (一番上) は、サイドローブが非常に高いことがわかる。均一な照度分布の場合 (3 番目) は多少改善されるが、ビーム (パワーパターン) は sinc^2 となる。

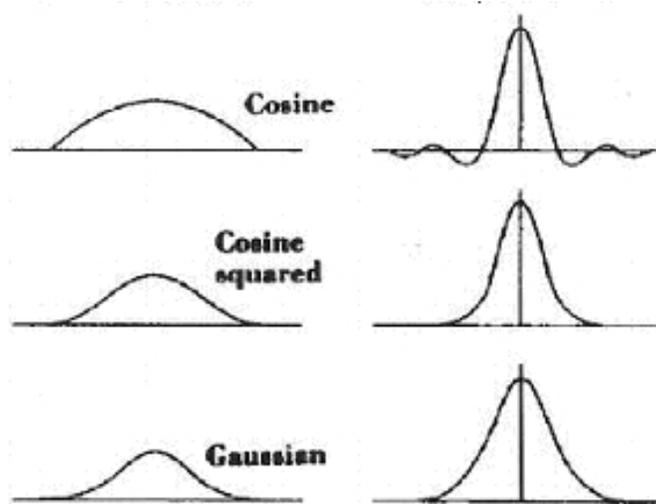


Figure 4.5: 他の $g(x)$ (左) と $F(l)$ の例。

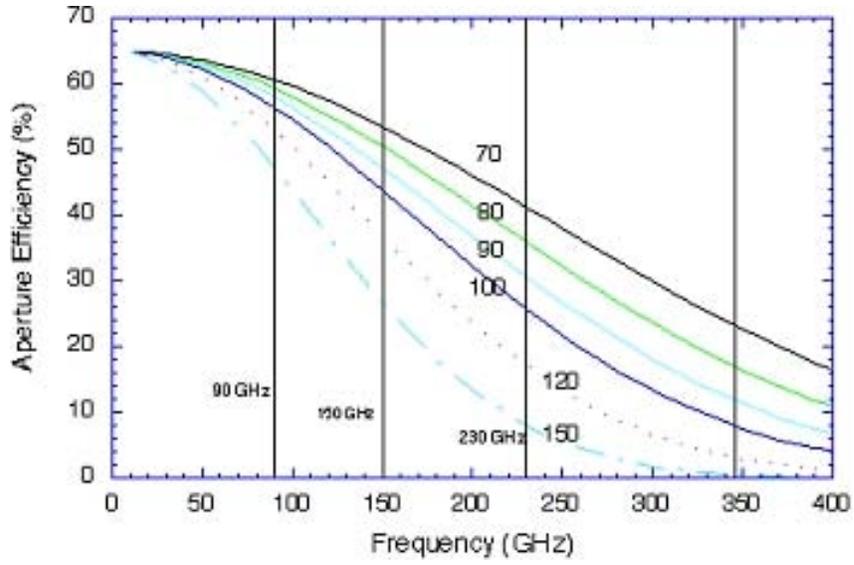


Figure 4.6: 鏡面誤差による開口能率の劣化の計算例（図中の数字がミクロン単位の鏡面精度）

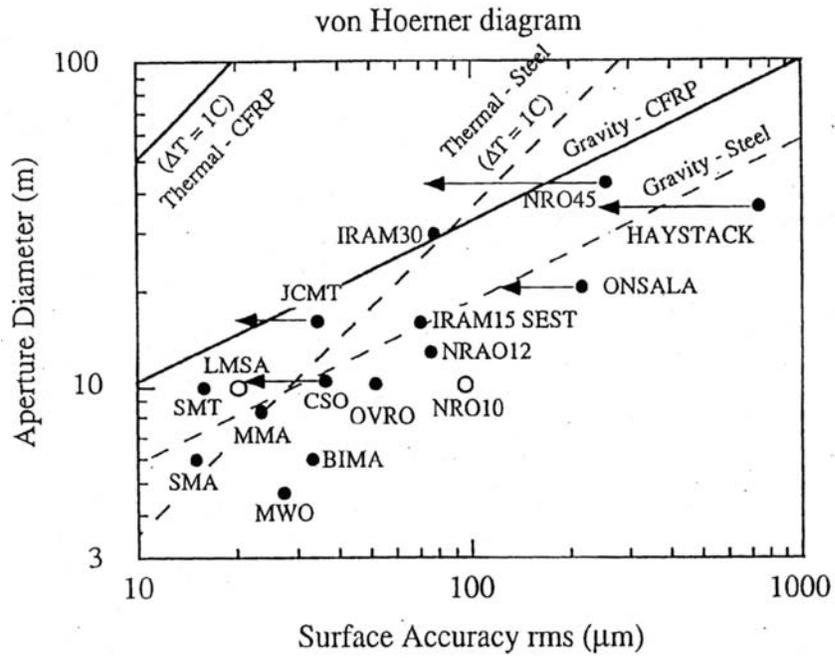


Figure 4.7: 鏡面精度と開口径のプロット。実際のアンテナや、各種アンテナの部材の特性が示されている。

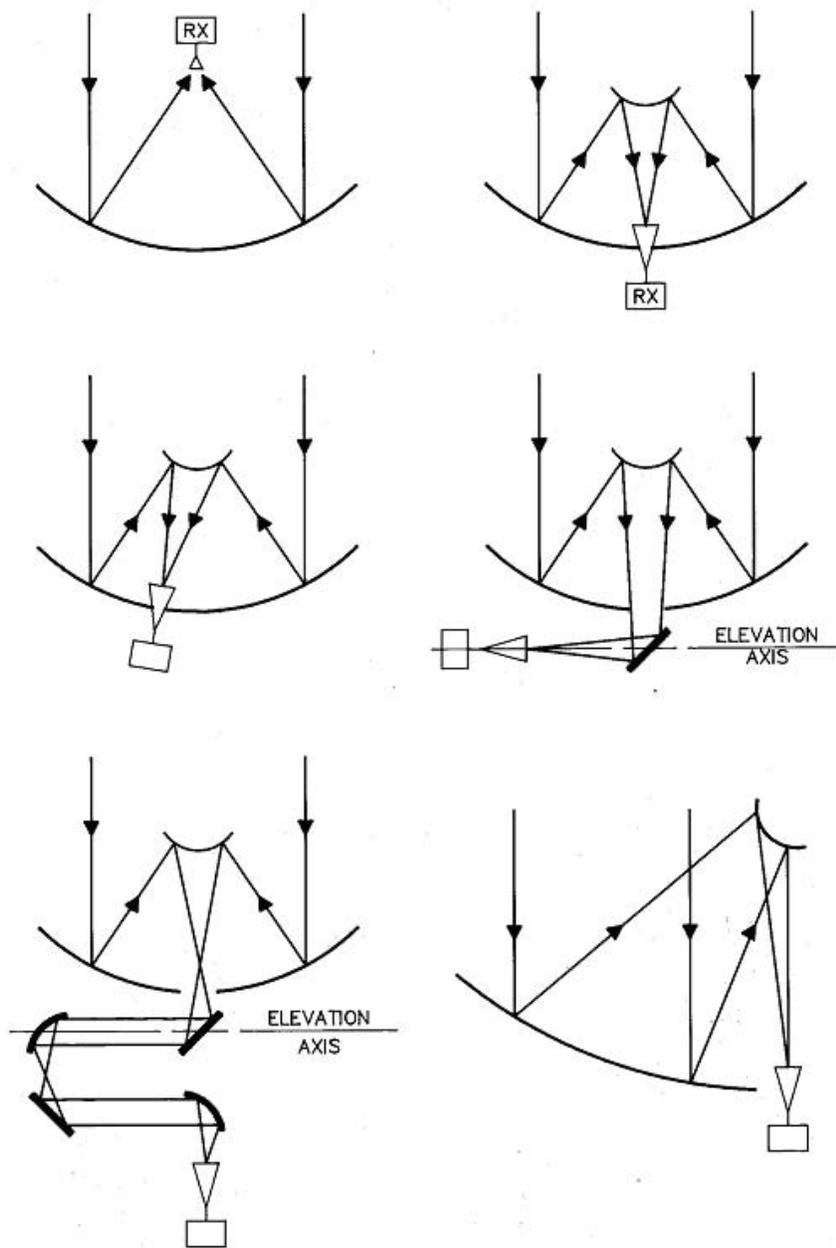


Figure 4.8: アンテナの様々な光学系。左から右、上から下にかけて、主焦点 (Prime focus)、カセグレン焦点 (Cassegrain focus)、オフセットカセグレン (Offset Cassegrain)、ナスミス (Naysmith)、Beam Waveguide、オフセットパラボラ (Dual Offset)。教科書によっては、Dual Offset を Offset Cassegrain としているものもある。

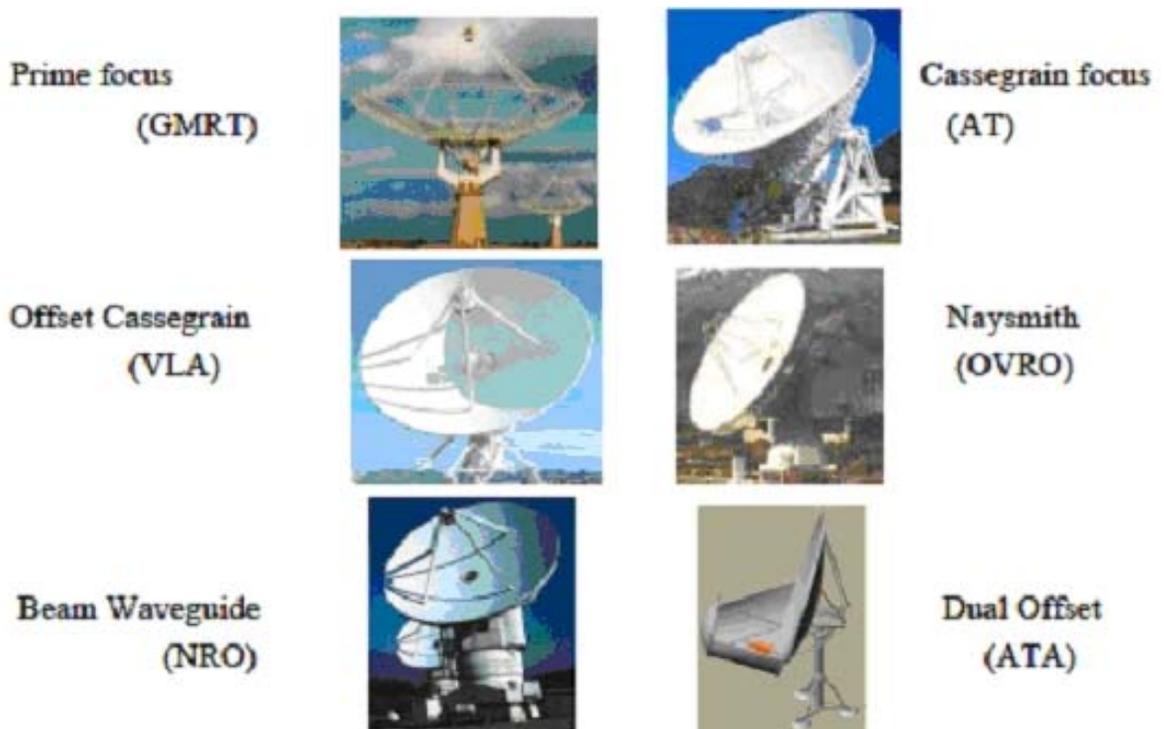


Figure 4.9: 実際のアンテナと光学系

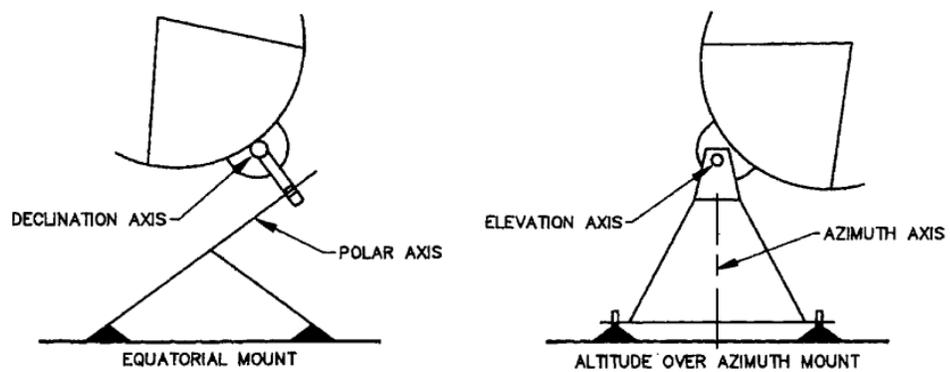


Figure 4.10: アンテナマウントの種類、赤道儀型、経緯台型

- 天頂付近の天体の追尾の場合は、AZ が非常に高速となるので追尾が困難である。ALMA 12m アンテナでは、El= 89.9 度以下の天体の場合にのみ、追尾精度を保証している。

一方、赤道儀型の利点は、

- 放射パターンが天体に対して回らない。
- トラッキング精度が高い。

欠点は、

- コスト高である。
- 重力特性が良くない (重力が常に同じ面にかからない)。
- Az、El の交差軸がない。

4.2.4 アンテナ幾何学

電波望遠鏡は通常主鏡が放物面で副鏡が双曲面または楕円面である。放物面の主鏡の焦点距離を F とする (図 4.11 参照) と、

$$z = \frac{r^2}{4F} \quad (4.21)$$

主焦点から主鏡のエッジまでの距離を ρ とすると、

$$\rho = \frac{2F}{1 + \cos \beta} \quad (4.22)$$

となる。副鏡が双曲面の場合、長軸 = a 、短軸 = b 、焦点距離 $c = (a^2 + b^2)^{1/2}$ とすると、

$$\frac{z^2}{a^2} - \frac{r^2}{b^2} = 1 \quad (4.23)$$

$$\rho = \frac{b^2}{a + c \cos \beta} \quad (4.24)$$

カセグレンシステムでは、通常

主鏡 — 放物面

副鏡 — 双曲面

である。副鏡は主鏡と焦点位置の間に置かれ、主鏡の焦点は副鏡が存在するため、擬似焦点となっている。また、グレゴリアンシステムと呼ばれる光学計では、

主鏡 — 放物面

副鏡 — 楕円面

となり、副鏡は主鏡焦点位置より遠いところに置かれる。

カセグレン焦点では、副鏡が主鏡を見込む角度 β は、2 次焦点が副鏡を見込む角度 α に比べて大きい。これから、カセグレン系は、実際の焦点距離によるずっと長い有効焦点距離 F' を持つ等価放物面で記述することができる。拡大率 (magnification) M は (Figure 4.11 参照)、以下のように有効焦点距離 F' と焦点距離 F の比で与えられる。

$$M = \frac{F'}{F} = \tan \frac{\beta/2}{\alpha/2} \quad (4.25)$$

副鏡のパラメータ c, a および離心率 (eccentricity) $e (= c/a)$ を用いると、

$$M = \frac{c+a}{c-a} = \frac{e+1}{e-1} \quad (4.26)$$

典型的な M は、4-10 である。ALMA の 12m アンテナでは 20 となっている。

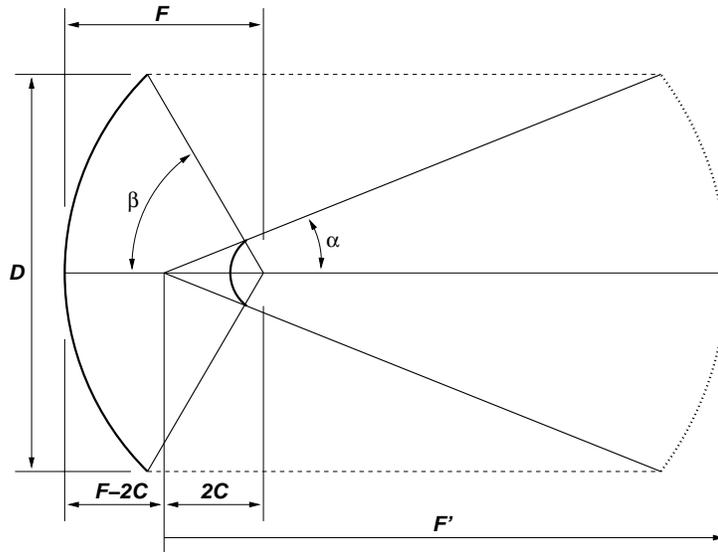


Figure 4.11: アンテナの焦点距離 F 、有効焦点距離 F' とパラボラのパラメータとの関係。

4.3 受信システム

4.3.1 受信機

集光された電波は、副反射鏡や、さらにいくつかの反射鏡などを用いて受信機室にある受信機に導かれる。電波天文の場合、通常は宇宙からの電波は非常に微弱であるため、特別な高感度な受信機が必要である。波長が3ミリメートルよりも長い電波の受信機としては、HEMT(ヘムト；高電子移動度トランジスタ)と呼ばれるトランジスタを用いた増幅器型の受信機が主流である。このHEMTは富士通が発明したものであり、45 m 電波望遠鏡には世界に先駆けてこのタイプの受信機が搭載され、新たな星間分子の発見などいくつかの重要な発見が行われた。現在では、衛星放送の受信にも用いられているが、電波天文では、天体の微弱な電波を高い信号雑音比(S/N)で受信する必要があるために、受信機を -257°C (絶対温度で20 K)の低温に冷却して受信機自体からの雑音を極力減らしている。波長が3ミリメートルよりも短い波長帯では、ミキサー型の受信機(ヘテロダイン受信機とも呼ばれる)が用いられている。天体からの信号をより扱いやすい低い周波数(すなわち長波長)の電波に変換することがミキサーの役割である。これを周波数変換ともいう。これまでは、トランジスタを用いたミキサーも用いられてきたが、現在ではほとんどが、超伝導素子を用いたミキサーが用いられている。この場合には、超伝導状態の実現と雑音性能の向上のために絶対温度で4 Kまで冷却して用いる必要がある。増幅された信号もしくは周波数変換された信号は、その後も、さらに増幅されたり、周波数変換されたりするが、電波を最初に増幅するもしくは周波数変換する部分の性能が主に受信機全体の雑音性能を左右しており、その部分に冷却等で高性能を実現した増幅器やミキサーを持つてくる必要がある。干渉計で用いられる受信機とは位相情報を取得可能な受信機である必要がある。

受信機システムの基本構成要素として、フィードホーン、中間周波数増幅器、局部発信源・位相固定装置などもある。それぞれの役割を以下にまとめる。

[フィードホーン] パラボラアンテナで集光した電波を導波管モードへと変換する役割を担う。インピーダンス変換器とも考えられる。

[中間周波数増幅器] ミキサーからの中間周波数(IF)出力を増幅する。最近では、HEMTアンプが使われることが多い。受信機の性能は、このIF増幅器の性能と、ミキサーの性能でほぼ決まる。IFは、1.4 GHz、

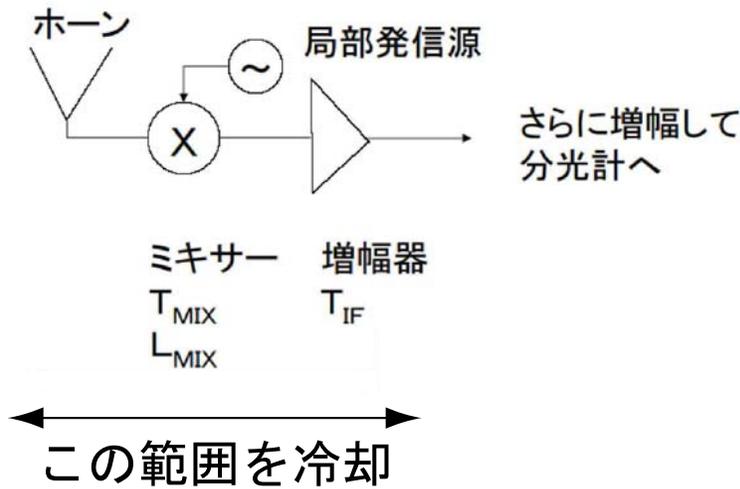


Figure 4.12: ミキサー型受信機の構成。

5-7 GHz, 4-8 GHz などがある。

[局部発信源・位相固定装置] 天体からの信号に混ぜる局部信号を供給する。ミリ波領域では、ガンダイオード発信器などが用いられている。俗に、LO(ローカル)と呼ばれている。

受信機性能は、「入力等価雑音温度」 T_{RX} で評価される。 T_{RX} は以下のように表すことができる。

$$T_{RX} = T_{MIX} + T_{IF} \cdot L_{MIX} \quad (4.27)$$

ここで、

T_{MIX} : ミキサー雑音温度

T_{IF} : IF 増幅器の雑音温度

L_{MIX} : ミキサーの変換損失 (dB 単位をリニアに直した量)

であり、雑音温度 (T_{RX}) には、量子限界 ($h\nu/k$) が存在する。

入力等価雑音温度とは、受信機で発生する雑音を受信機の入力部に注入される雑音と等価と考えて、雑音のパワーを温度換算した量である。式の形からわかるように、ミキサーで発生するノイズとその後段のアンプのノイズの寄与からなる。雑音温度 (特に、 T_{MIX}) には、量子限界 (およそ $h\nu/k$) が存在する。超伝導素子 (SIS 素子) を用いた受信機の場合には、ミキサーゲインが得られることがあり、その場合には、後段のアンプのノイズの起源はほとんど寄与しない。

超伝導素子としては、ニオブベースのものが主流であるが、ニオブのギャップ電圧 (電圧引加の場合に、電流が急激に立ち上がる電圧で、Figure 4.15 の 2Δ に対応) が比較的低いため、700 GHz を超える周波数の場合には、高い感度を実現するのが困難であると考えられている。700 GHz 以上の周波数に対しては、より高いギャップ電圧を持つ窒化ニオブ (NbN) や NbTiN などの超伝導物質を使った SIS 素子の開発が進められている。

野辺山ミリ波干渉計では、ダブルサイドバンド SIS 受信機 (Upper side と Lower side を同時に受信するタイプの受信機) を用いている。両サイドバンドの分離は、90 度の位相スイッチングを用いて行っている (4.5.6 章参照)。最近では、サイドバンド分離型の SIS ミキサーの開発が行われている (Figure 4.18 参照)。サイドバンド分離型の SIS 受信機は、単一鏡で (振幅が) 高精度のスペクトル線観測を行う場合や、

大気吸収が周波数によって大きく変わる領域での観測を行う場合には、非常に有効である。たとえば、USBに観測ラインがあり、LSBではほとんど大気の Opacity が無限大の場合、DSB 受信機では、LSB のスペクトル線の通常の強度較正では、精度が大きく劣化する。また DSB 受信機では、受信機の両バンドのノイズが折り重なってしまうため、スペクトル線観測の S/N が劣化する。

簡単に、偏波観測の場合について述べておこう（詳しくは、Appendix C 参照）。無偏波の電波源を観測する場合、独立な二偏波を観測し、それらを足し合わせると、 $\sqrt{2}$ だけ感度が改善される。そのためには、受信機にも工夫が必要である。低い周波数帯（200 GHz 以下）であれば、2 偏波の受信が可能なホーン（ミリ波で用いられている通常のホーンは、直線一偏波のみを受信するよう設計されている）と、OMT（オルソモードトランスデューサー）と呼ばれる 2 偏波を分離するコンポーネントを用いることにより、2 偏波の観測が可能である（2 つのアンプ、もしくはミキサーが必要である）。サブミリ波では、OMT を製作するのが難しいので、ワイアグリッドを用いて 2 直線偏波に分離する。

QSO や AGN などの電波源は、直線偏波していることが多い。直線偏波を観測する場合は、円偏波で観測するほうが較正が容易である。直線偏波を受信するホーンの前に 1/4 波長板を 45 度の角度で挿入すると、円偏波の受信が可能となる。直線偏波ホーンで、多少直線偏波した電波源を観測する場合、経緯台型のアンテナで受信する偏波の向きは、天体の時角によって変化し、その結果電波源の強度が変化して見えることに注意しよう。

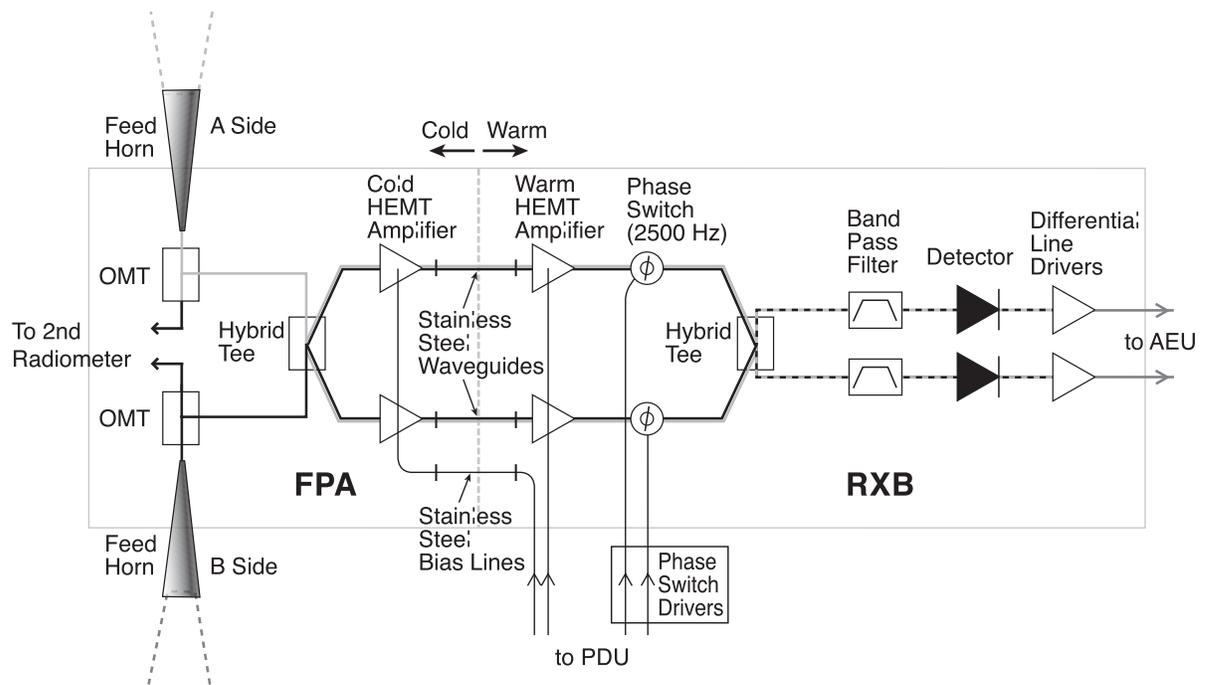


Figure 4.13: WMAP 衛星に搭載されたラジオメータのブロックダイアグラム (Jarosik et al. 2003)。

[Note] 受信機のノイズと安定性

最近の受信機では、高感度の連続波観測や、系外銀河の観測のために、非常に広い IF 帯域を持つ受信機が開発されてきている。ALMA の受信機でも、最高 8GHz の帯域幅を持つ受信機が開発されている。しかし、このような非常に広い帯域をもつ受信機の場合には、高い S/N 比を実現可能であるが、安定性が損なわれることとなる。このような劣化は、干渉計ではあまり問題とならないが、単一鏡の観測においては非常に問題となる（たとえば、On-the-Fly (OTF) の場合）。以下では、それらを簡単に説明しよう。熱雑音の場合には、良く知られているように、ある信号を受信する場合のその信号の揺らぎの量（標準偏差）は、ラジオメータ方程式より、

$$\sigma = \frac{\langle x(t) \rangle}{\sqrt{B\tau}}$$

$\langle x(t) \rangle$ は、信号の時間平均である。ここで、ノイズの振る舞いに注意しよう。あるノイズだけを時間積分してゆくとどうなるだろうか？ノイズの量は、積分時間に応じて $\sqrt{\tau}$ に比例して増加してゆく。決して積分しても減少しない。しかし、なぜ上式では揺らぎの量は $\sqrt{\tau}$ に逆比例して減少してゆくのであろうか？信号成分も時間で積分してゆくと、信号は、 τ に比例してどんどん増えてゆく。それとの比、すなわち S/N 比はどんどん改善されてゆき、ノイズは減ってゆくように見える。すなわち信号に対してノイズは減少することになる。また、信号を一定と考える場合には、ノイズを時間で積分し、その時間平均を求めたときにノイズが減少してゆくことに対応している。

さて、ノイズのパワースペクトラムを考えよう。通常、それをアラン分散 $\sigma_y^2(\tau)$ を用いて表す（4.5 章参照）。アラン分散は、ノイズのパワーの時間平均と定義され、熱雑音（white noise）の場合には、ラジオメータ方程式より積分時間 τ に逆比例して減少する。通常は、以下のように、ドリフト成分、熱雑音（white noise）、1/f noise（flicker）の寄与の和で表すことができる（Kooi et al. 2000）。

$$\sigma_y^2(\tau) = a\tau^\beta + \frac{b}{\tau} + c$$

ここで、ドリフト項のパワー β は、 $\beta \geq 1$ である。短い積分時間 τ の領域では、ラジオメータ方程式で決まる熱雑音が支配的であり、長い積分時間の場合には、ドリフト成分が支配的となる。その間では、1/f noise（flicker）が支配的で、パワースペクトラムはフラットになる。帯域幅 B が小さい場合は、熱雑音に埋もれてなかなか 1/f noise（flicker）やドリフト成分が見えてこない。受信機の安定性は、ゲインの揺らぎ ΔG とゲイン G の比、すなわち、 $\Delta G/G$ で表すことができる。この量は、 $\sigma_y^2(\tau)$ と等価である。この量は、受信機の出力を FFT 解析することで推定することができる。

ALMA の受信機では、 $\Delta G/G(\tau = 1\text{sec}) = 10^{-3}$ を目指している。しかし、この場合に広い視野の OTF マッピングを行うと、ドリフトや 1/f noise の影響を大きく受ける。そのような場合には、サブレフをチョッピングすることによりドリフトや 1/f noise の影響とさらに大気変動を減少させることが可能である（Vila Vilaró et al. 2005）。

4.3.2 アンテナと受信機を結ぶビーム伝送系

以下では、幾何光学に相当する電波でのビーム伝送法について述べる。以下で示す式を用いて実際のビーム伝送系の設計も行うことも可能である。詳細は、Goldsmith の “Quasi-Optical Techniques” (Infrared &

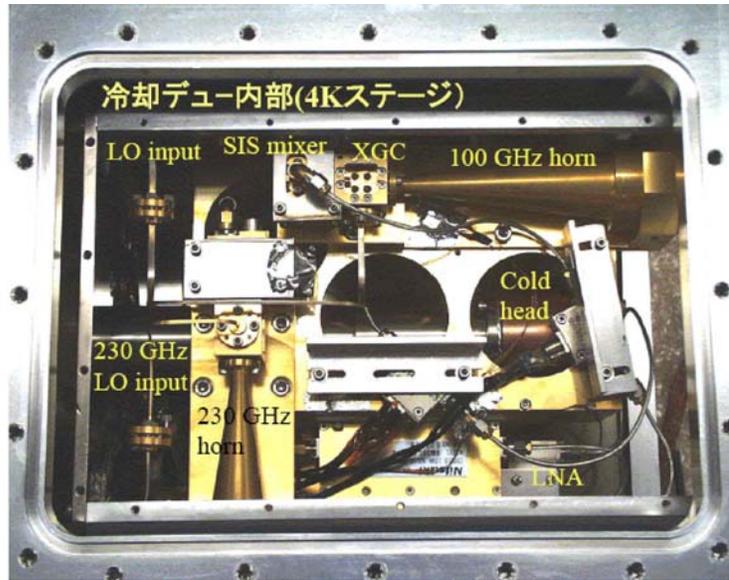


Figure 4.14: 冷却超伝導受信機の例（野辺山ミリ波干渉計用受信機）。ホーン、ミキサーの部分は、4 K まで冷えるステージに取り付けられる。4 K ステージは、外部からの熱輻射で暖まらないように、放射シールドで取り囲まれている（その上部は取り外されている）。最近では、G-M サイクルを用いた閉サイクルヘリウム冷凍機（+ JT バルブ）を冷却のために用いている。

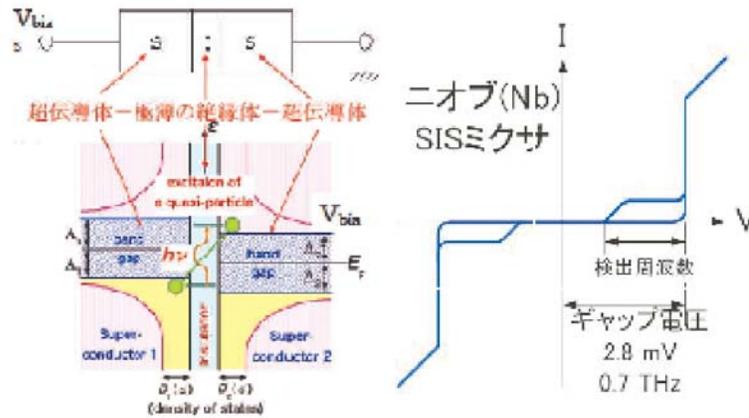


Figure 4.15: SIS 素子の構造。超伝導体で絶縁体をサンドイッチした構造になっている。超伝導体内のクーパー対は、絶縁体のところでは壊れ通常はクーパー対の反対側へのトンネリングは起こらない（ジョセフソン素子は、絶縁体が薄いため、クーパー対のトンネリングが起こる）。しかし、電圧をかけた場合は、さらには、外部からの電磁波を加えることにより準粒子トンネリングが起こる。電圧印加の I-V 特性は、ダイオードに比べると非常に非線形性が強い。ミキサーとし SIS 素子をミキサーとして用いるときには、Photon Assisted quasi-particle tunneling を利用する（LO を加えたときに Photon Assisted tunneling を起こす quasi-particle がさらに天体からの信号を「吸収」し、ミキシングが起こる）。

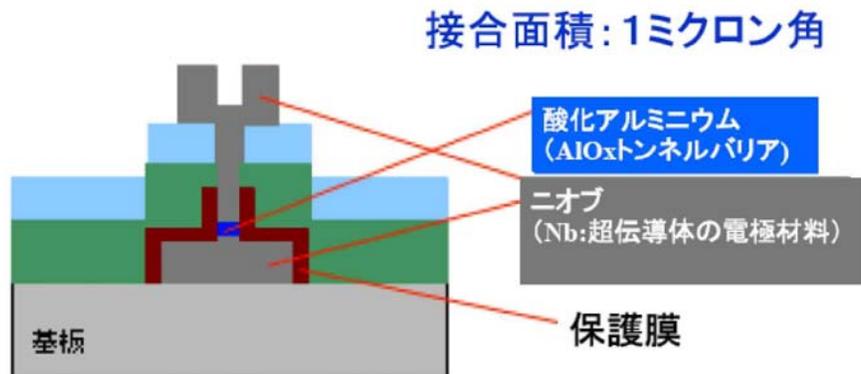


Figure 4.16: 絶縁体 (I) を超伝導体 (S) でサンドイッチした構造トンネル接合素子 (SIS 素子) サブミリ波用素子の接合の大きさはおよそ $1 \mu\text{m}$ 。クリーンルーム内でステッパー等による超微細加工が必要となる。

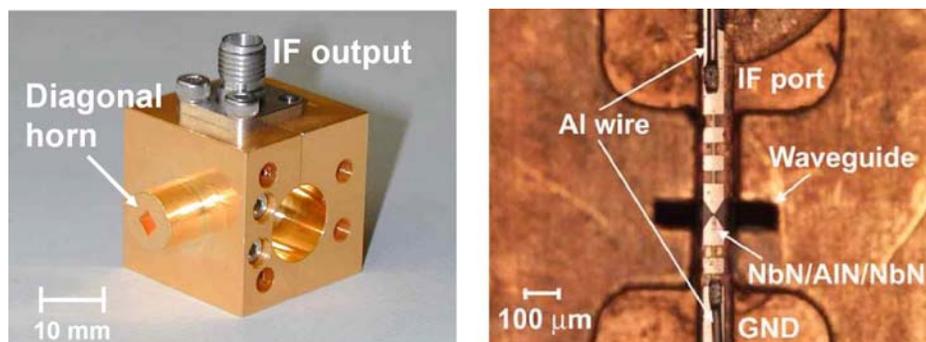


Figure 4.17: SIS 素子を組み込みミキサーとして働く、ミキサブロック (組み込まれたホーンから電磁波が導入され、ミキシングされた信号は IF (中間周波信号) として取り出される)。左図は、超伝導素子をマウント内に組み込んだ様子。中心部に見える長方形の部分が導波管。その真ん中に位置しているのが SIS 素子。素子は、蝶ネクタイ型の「アンテナ」やその後部のチョーク構造 (一種のフィルターで、IF 周波数近辺以外の周波数とカットする役割を持つ) とともに、Quartz 基盤上に作られている。SIS 素子には、バイアスと呼ばれる部分から DC バイアスを供給し、さらに IF 信号を取り出す。

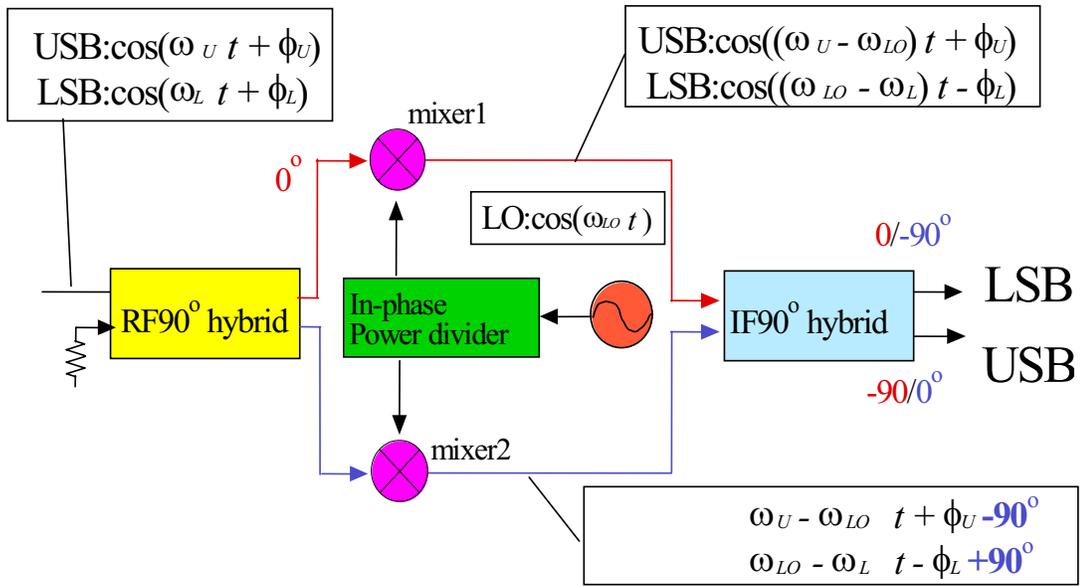


Figure 4.18: サイドバンド分離型ミキサのブロックダイアグラム（浅山による図）。入力に90度ハイブリッドを挿入し、信号を二つに分け、それぞれの信号に対してミキシングを行い、さらにIF周波数で90度ハイブリッドで信号を結合すると、Lower Sideband (LSB) と Upper Sideband (USB) を分けて取り出すことができる（干渉計で行っている90度位相スウィッチングによるサイドバンド分離と同様なことを、ハード的に行うもの）。このような受信機は、大気吸収がLSBとUSBで大きく異なる場合のスペクトル線観測の場合に、非常に役に立つ。ALMAでは、band-3からband-8（450GHz帯）までこのような方式のミキサを搭載する計画となっている。

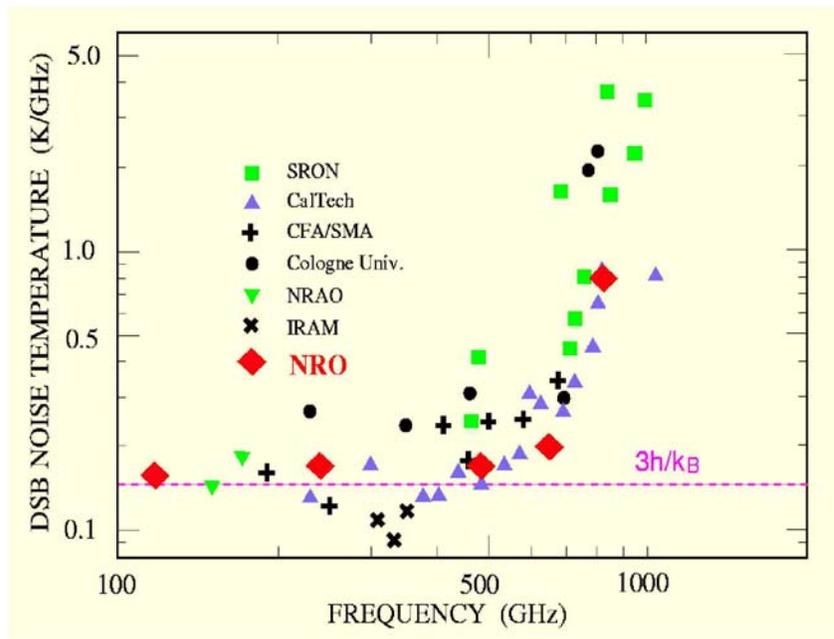


Figure 4.19: 様々な観測所、研究所で開発されたSIS受信機の雑音温度（周波数で規格化されていることに注意）。700GHz以下では、量子限界の3倍の雑音が実現されている。国立天文台で開発されたSIS受信機も、世界最高レベルを達成している。

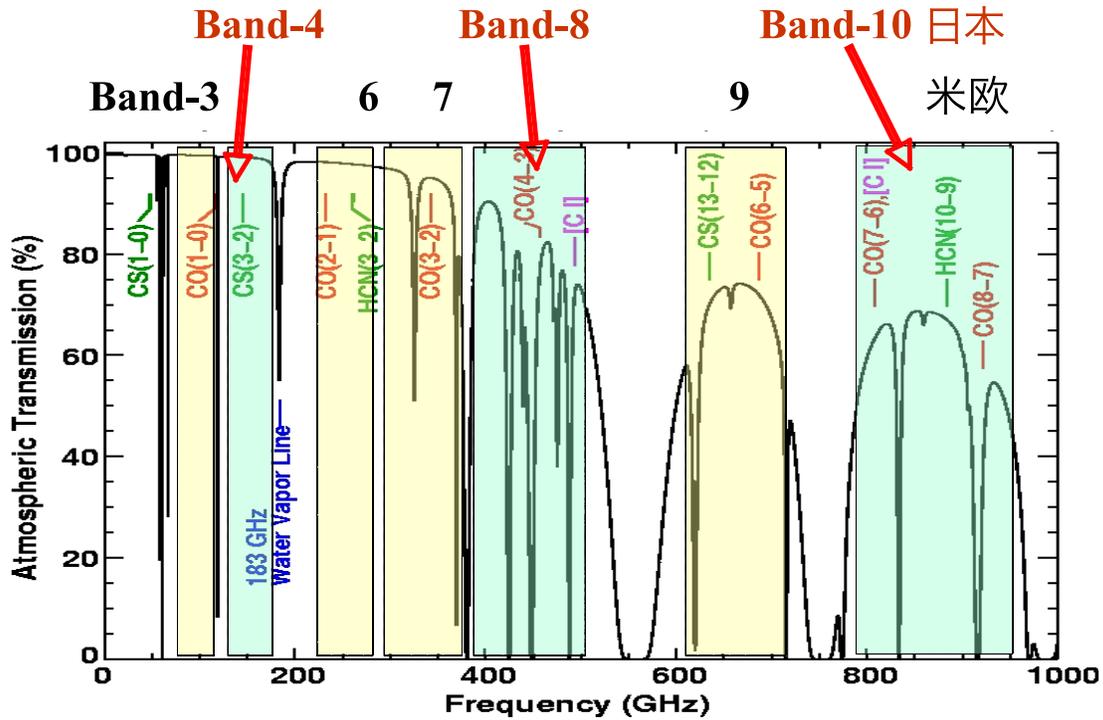


Figure 4.20: ALMA の受信機の周波数帯 (band-3 から、band-10 まで)。日本は、band-4, 8, 10 の 3 バンドの受信機を製作する計画である。図は、チリでの大気透過率に ALMA の受信機の周波数帯を重ねてある。

MM-waves, vol.6) や、その他教科書を参考にされたい。

A. Gaussian ビーム光学系

以下では、Gaussian で電界強度等の分布が近似できる電磁波 (ビームと呼ぶ) の伝播について考える。このビームを Gaussian ビームと呼び、そのようなビームの伝送を行う光学系を Gaussian ビーム光学系と呼ぶ。今、 z 方向に進む波 Ψ を考える。時間発展の項は考えないと、波動方程式は、以下のように書ける。

$$(\nabla^2 + k^2)\Psi = 0, \quad k = 2\pi/\lambda \quad (4.28)$$

$$\Psi = u(x, y, z)e^{-ikz} \quad (4.29)$$

$u(x, y, z)$ として、 z 方向に緩やかに変化する場合を考える。 Ψ の表現を代入し、 z での 2 階偏微分の項は無視すると、以下の式が得られる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - zik \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4.30)$$

上式の解は、Hermite 多項式と Gaussian の ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 方向の) 振幅変化の積で表すことができる。円筒座標系に変換すると、Laguerre 多項式との積で表すことができる。最低次の項 (すなわち、fundamental Gaussian mode) を取り出すと、以下ようになる。

$$\Psi(r, z) = A \cdot \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)}\right) \exp(-ikz) \exp\left(\frac{-i\pi r^2}{\lambda R(z)}\right) \exp\left(i \arctan \frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right) \quad (4.31)$$

A, w_0 はそれぞれ定数。 R, w は z の緩やかな関数であり、 w を beam radius と呼び、Gauss 分布する電場の振幅が $1/e$ に落ちる半径を表している。 R は、伝播する波面の曲率半径である (Figure 4.21 参照)。

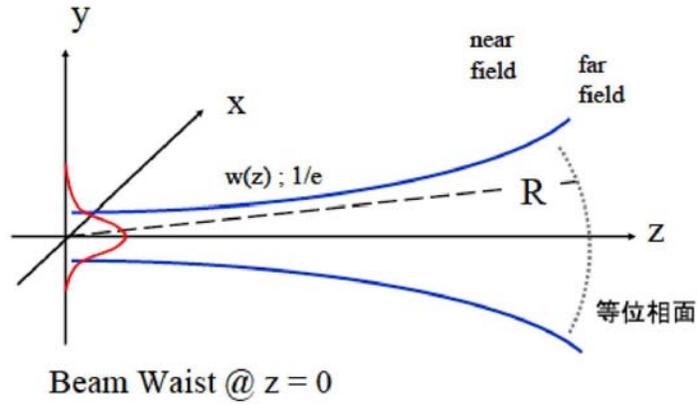


Figure 4.21: Gaussian Beam を表すパラメータ w , R と座標軸の関連。

局所的に見て w が最小になうような z の位置を beam waist と、そしてその場所での beam radius を beam waist radius (w_0) と呼ぶ。 $w(z)$ は、方程式を解くことによって以下のように書ける (ビームの z 方向の形状を示す関数である。Figure 4.22 参照)。

$$w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (z = 0 \text{ で } w(0) = w_0 \text{ とする}) \quad (4.32)$$

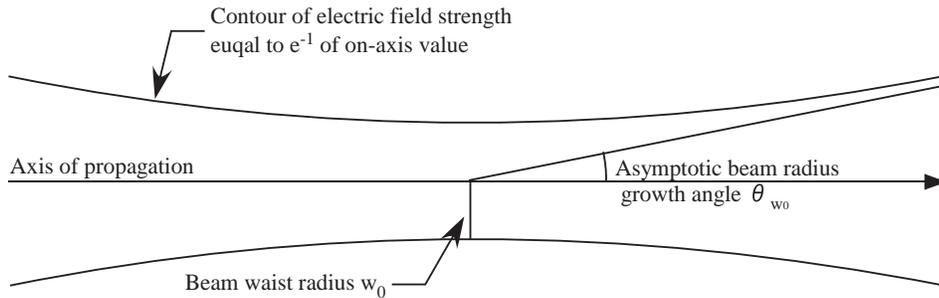


Figure 4.22: Beam waist 近辺でのビームの形状。

電場ではなく、電力分布の r 方向依存性を以下のようにすると、

$$P(r) = P(0) \exp[-r^2/\xi^2(z)] \quad (4.33)$$

$\xi(z)$ の z 方向依存性は、以下ようになる。

$$\xi(z) = \xi_0 \left[1 + \left(\frac{z}{k\xi_0^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.34)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (4.35)$$

$$\xi(z) = \frac{w(z)}{\sqrt{2}}, \quad \xi_0 = \frac{w_0}{\sqrt{2}} \quad (4.36)$$

通常は、 $\xi(z)$ を用いず、 $w(z)$ を設計に用いる。

ビームの曲率半径（等位相面の曲率半径） $R(z)$ の z 方向依存性も同様に、

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (4.37)$$

beam waist の位置より十分遠方においては、beam radius の growth angle (ビームの発展形状の片側の角度) は、上式を用いると、

$$\theta_{w_0} \equiv \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (4.38)$$

曲率半径が最小になる距離 z_c は以下のように与えられる。

$$z_c = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad : \text{confocal distance} \quad (4.39)$$

この量は、confocal distance と呼び、近傍界 (near field) と遠方界 (far field) の境目となっている (Figure 4.23 参照)。

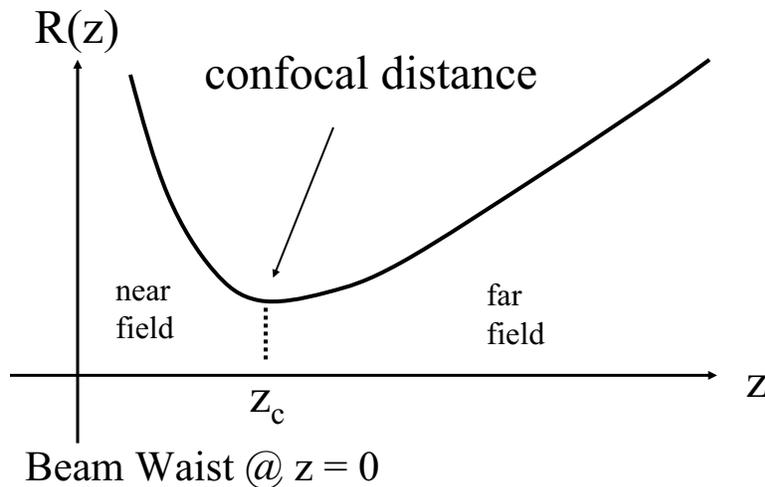


Figure 4.23: $R(z)$ の形状と confocal distance.

[Note] 近傍界 (Near Field) と遠方界 (Far Field)

別の観点で、近傍界と遠方界を考えてみよう。一様な電場分布を持つある開口（口径 D ）からの信号を距離 L_d の場所で波長 λ で観測するような場合を考える（この逆でも構わない）。この場合、角度を与える量としては、以下の2つの量がある。

1. λ/D : この開口の持つ十分遠方の天体に対する空間分解能
2. D/L_d : 距離 L_d で、この開口の持つ見かけの大きさ（この開口を見込む角度）

Far field の場合には、以下の条件を満たす必要がある。

$$\frac{\lambda/D}{(\theta_d)} \gg \frac{D/L_d}{(\theta_A)} \quad \text{Far Field} \quad (4.40)$$

この場合の L_d は、

1. 遠方での伝播する波面がほぼ球面波と同様の位相分布になる領域（相反定理を用いると、ある点源からの信号を距離 L_d で受信する場合には、この開口面上での位相分布はほぼ Flat になる距離）
2. また、観測している場所では、開口での場所から伝播する波面の位相差もほぼ 0 となるような距離

と言い換えることができる。

一方、Near field の場合には、

$$\lambda/D \ll D/L_d \quad \text{Near Field} \quad (4.41)$$

Near field と Far field の境目は、

$$\lambda/D = D/L_d$$

として求める事ができる。すなわち、

$$L_d = D^2/\lambda \quad (4.42)$$

この量は、confocal distance と、ほぼ等価な量である。

B. Gaussian Beam の集光 (Focusing)

以下では、幾何光学に対応させて、Gaussian Beam の集光 (Focusing) について述べる。幾何光学においては、薄肉レンズは位相変換器としての役割を果たす。その位相シフト量は r^2 に比例し、 f (焦点距離) に逆比例し以下のように書くことができる。

$$\Delta\phi = \pi r^2 / \lambda f \quad (4.43)$$

このような位相変換は、Gaussian ビーム (球面波) でも考えることができる。以下のような構成を考えよう。レンズの左側 d_1 の距離に w_{01} の、そして右側 d_2 の距離に w_{02} の beam waist があるとする。

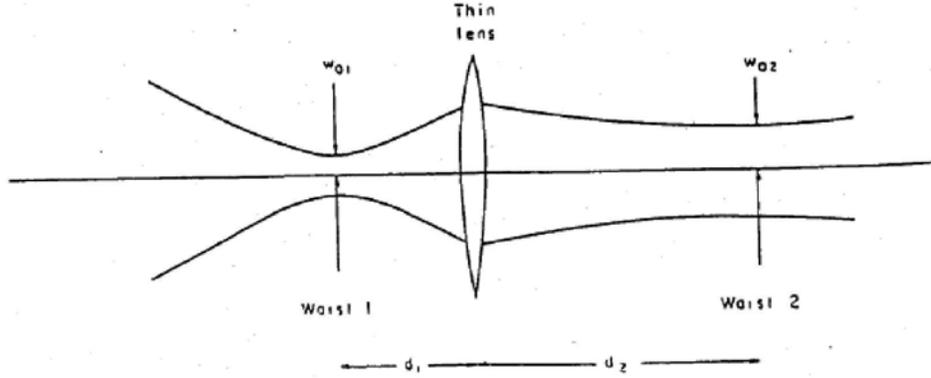


Figure 4.24: 薄肉レンズによる集光。

薄肉レンズのところでは、振幅分布の変化はないので、そこでの beam radius が一致する必要があるので、以下の式が成り立つ (すなわち $w(w_{01}, d_1) = w(w_{02}, d_2)$)

$$w_{01} \left[1 + \left(\frac{\lambda d_1}{\pi w_{01}^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = w_{02} \left[1 + \left(\frac{\lambda d_2}{\pi w_{02}^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.44)$$

また、それぞれのビームがレンズのところで作り出す曲率半径 R_1, R_2 は、レンズの特性から以下の式を満たす。

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{f} \quad (4.45)$$

R_1, R_2 を d_1, d_2, w_{01}, w_{02} を用いて表すと、上式は以下ようになる。

$$\frac{1}{d_1 \left[1 + \left(\frac{\pi w_{01}^2}{\lambda d_1} \right)^2 \right]} + \frac{1}{d_2 \left[1 + \left(\frac{\pi w_{02}^2}{\lambda d_2} \right)^2 \right]} = \frac{1}{f} \quad (4.46)$$

上で導出した2つの式から、beam waist の大きさが違う Gaussian ビームを結合させる場合の条件が得られる。すなわち、入力のビーム、 w_{01}, d_1 、とレンズ (f) を用いて、出力ビームの d_2, w_{02} を求めることができる。それらは、以下の式で与えられる。

$$\frac{d_2}{f} = 1 + \frac{\frac{d_1}{f} - 1}{\left(\frac{d_1}{f} - 1 \right)^2 + \left(\frac{\pi w_{01}^2}{\lambda f} \right)^2} = 1 + \left(\frac{d_1}{f} - 1 \right) \left(\frac{w_{02}}{w_{01}} \right)^2 \quad (4.47)$$

$$\left(\frac{w_{02}}{w_{01}}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{d_1}{f} - 1\right)^2 + \left(\frac{\pi w_{01}^2}{\lambda f}\right)^2} \quad (4.48)$$

これらは、beam waist の位置半径の変換式 (transformation equation) と呼ばれる。 $d_1 = f$ という特別な場合には、簡単に表すことができ、以下ようになる。

$$d_2 = f \quad (4.49)$$

$$\frac{w_{02}}{w_{01}} = \frac{\lambda f}{\pi w_{01}^2} \quad (4.50)$$

また、 w_{01}, w_{02}, f が与えられた場合は、以下の式より、 d_1, d_2 を求めることができる。

$$d_1 = f \pm \frac{w_{01}}{w_{02}} \left[f^2 - \left(\frac{\pi w_{01} w_{02}}{\lambda} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.51)$$

$$d_2 = f \pm \frac{w_{02}}{w_{01}} \left[f^2 - \left(\frac{\pi w_{01} w_{02}}{\lambda} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.52)$$

(符号は、(+, +) の組み合わせと、(-, -) の2通りしか許されない) この式からわかるように、 f は以下の条件を満たす必要がある (すなわち f の方が正)

$$f > \frac{\pi w_{01} w_{02}}{\lambda} \quad (4.53)$$

C. 複素パラメータによる表示

Gaussian ビームの2つのパラメータ w, R を結合させて1つの複素パラメータ q で表すことができる。

$$\frac{1}{q} \equiv \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi w^2} \quad (4.54)$$

$$q = z + \frac{i\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4.55)$$

今 $w = w_0$ の場所を $z = 0$ ととると、 q は、beam waist で imaginary で、beam が伝播する時にその Real 成分のみ変化する。 q_{in} で表される Gaussian ビームが d だけ伝播したときや、また焦点距離 f のレンズが入った時のビームの発展などは、以下のように表すことができる。

$$q_{\text{out}} = \frac{A q_{\text{in}} + B}{C q_{\text{in}} + D} \quad (4.56)$$

d だけの伝播の場合は、

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

レンズの場合は、

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

これらの組み合わせは、行列の掛け算で表すことができる。電波で用いられるミラーは、focusing element として用いる。焦点距離 f のパラボラ鏡の場合も焦点 f の薄肉レンズと透過であり、上式を適用可能であ

る。また、楕円鏡の場合は、焦点距離の異なる2枚のレンズ（ただし、同じ場所に配置したもの）に等価である。それぞれを f_1, f_2 とすると、楕円鏡に等価な行列は、

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{\text{ellip}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

であり、

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{\text{ellip}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_{\text{ellip}}} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

上記のように表し、一つのレンズに等価な焦点距離を求めると、以下の式から、

$$-\frac{1}{f_{\text{ellip}}} = -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \quad (4.61)$$

$$f_{\text{ellip}} = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2} \quad (4.62)$$

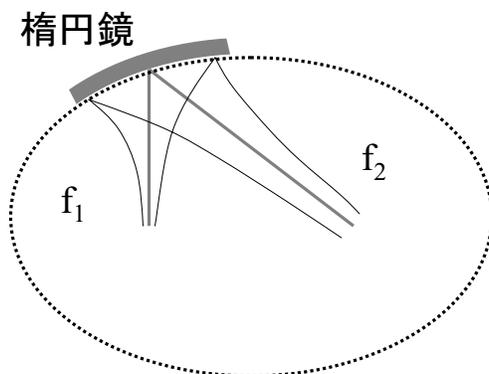


Figure 4.25: 楕円鏡と2つの焦点。

D. Gaussian ビームとフィードホーンの結合

最後に、Gaussian ビームとフィードホーンの結合の結合方法に簡単に触れておこう。Dual-mode horn のように、E-plane と H-plane で対照的なビームを形成するように設計された horn では、開口面での電界パターンは近似的に Gaussian 分布になり、Gaussian ビームと効率よく結合させることができる（コルゲートホーンも同様）。

結合方法を考える前に、ホーンの開口面での位相誤差を見積もっておこう。Figure 4.26 に示したようなホーンを考える。ここで、 θ_0 は、ホーンの内側角（片側だけを取っていることに注意。 $2\theta_0$ をオープニングアングルと呼ぶ）。 θ_0 が小さい時は、 a/R となる。

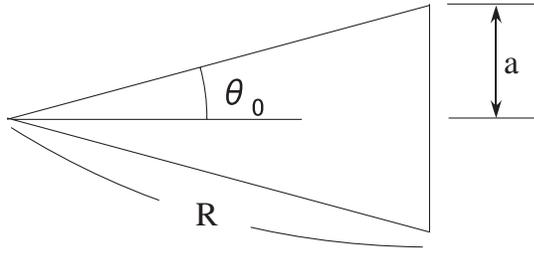


Figure 4.26: ホーンのパラメータ。

開口のエッジと開口中心では、ホーンの中心までの距離が異なり、ホーン中心から伝播した波面には、 Δ だけの距離の差が生じる。それを波長単位で測ると、以下ようになる。

$$\Delta = \frac{1}{\lambda}(R - \cos \theta_0) \quad (4.63)$$

$$\equiv \frac{R}{\lambda} \sin \theta_0 \tan \frac{\theta_0}{2} \quad (4.64)$$

上式は、以下のように書ける。

$$\Delta \approx \frac{a^2}{2\lambda R} = \frac{\frac{a}{R}}{2\frac{\lambda}{a}} \approx \alpha \frac{\theta_{\text{geom}}}{\theta_{\text{diff}}} \quad (4.65)$$

すなわち、

$$\theta_{\text{geom}} > \theta_{\text{diff}}$$

の場合は、 Δ は大きく、また

$$\theta_{\text{geom}} < \theta_{\text{diff}}$$

の場合は Δ は小さい。

第一の場合には、ホーンのビームの形状は、 θ_{geom} できまり、ホーンのビームと Gaussian ビームを結合させるためには、Gaussian ビームの growth angle θ_{w_0} と合わせてやる必要がある。実際には、

$$\theta_{w_0} \equiv \frac{\lambda}{\pi w_0} = \alpha \theta_{\text{geom}} \quad (\text{or } \theta_0) \quad (4.66)$$

α は、振幅分布を合わせるという条件から導き出され、結局以下の関係が得られる。

$$w_0 = 0.45 \frac{\lambda}{\theta_0} \quad (4.67)$$

w_0 が、波長 λ に依存することに注意しよう。また、二番目の条件の場合には、 Δ は非常に小さく、opening angle も小さいホーンである。その場合のホーンから放射されるビームは、diffraction angle で決まり、それと、growth angle を合わせてやる必要がある。実際には、

$$\theta_{w_0} \equiv \frac{\lambda}{\pi w_0} = \beta \theta_{\text{diff}} = \beta \frac{\lambda}{a} \quad (4.68)$$

$$w_0 = \text{const.} \times 2a \quad (4.69)$$

(dual mode horn のような場合は、定数は 0.33 となる)

w_0 は波長に依存しない。この場合は、Figure 4.27 のように、beam waist にホーンの開口を持ってきてやればよい。

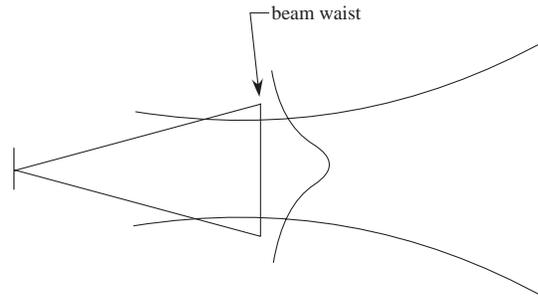


Figure 4.27: ビームウエスト。

通常は両者の中間的な場合が多く、そのような場合の結合条件は、2つあり、

- horn の開口面でのビームの曲率半径が、両者で一致すること
- ホーンの開口面で振幅分布が両者で一致すること

となる。

ただし、実際の horn は、開口面での振幅分布はベッセル関数で表されることから、それを Gaussian で近似して結合させる必要がある。また、 w と a との間の変換定数は、ホーンの種類によって異なる。論文や教科書でその定数を見出すことが可能である。また、beam waist の位置は、ホーンの開口部分もしくは、ホーンの物理的な「焦点」位置と必ずしも一致しないことに注意しよう。

4.4 干渉計システムと位相追尾、遅延補正

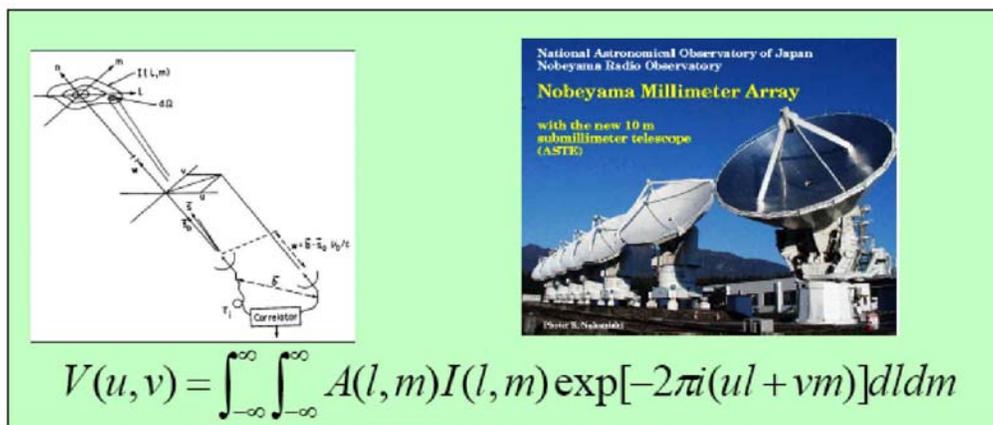


Figure 4.28: van Cittert-Zernike の定理により、干渉計で得られた visibility をフーリエ変換することにより電波輝度分布へ変換することができる。通常は、レンズ（もしくは目）がこの役割を果たしている。干渉計は、一体としてレンズの役目をしている。

4.4.1 van Cittert-Zernike の定理と実際の観測局

van Cittert-Zernike の定理により、干渉計で得られる Visibility をフーリエ変換することにより電波画像が得られることは既に学んだ。実際の観測局（素子アンテナ）ペアは地球上にあり、Visibility が定義される $u-v$ 平面上にあるわけではない。また地上（もしくはスペース）の素子アンテナペアとその面との関係も地球の自転に伴って変わるので、観測量が $u-v$ 平面での値になるような“補正・追尾”が必要である、それが位相回転（位相追尾）と、遅延補正である。もし干渉計が、宇宙空間にあり、常に素子アンテナが観測天体の方向と垂直な面内に存在するのであれば、このような補正はいっさい必要がない。

また、地球上での基線ベクトルを $u-v$ 平面上に投影して用いる必要があり、投影した基線ベクトルを Projected Baseline とよび、この量を一般的に Fourier 変換の時に用いる。

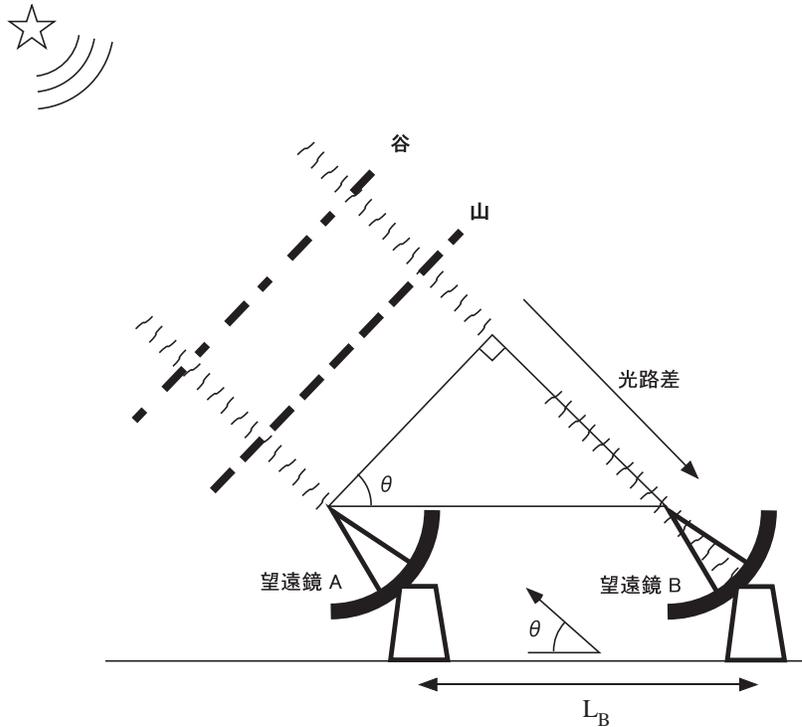


Figure 4.29: 2 素子干渉計と、光路差（幾何学的遅延ともいう）。幾何学的遅延は、基線長を L_B とすると、 $L_B \cos \theta$ とあらわすことができる。ここで、 θ は Phase Tracking Center の方向と基線の間の角度である（文中参照）。

4.4.2 地上観測に伴う補正：位相回転

2 台のアンテナで、常時天体からの信号の波面に合わせて受信干渉させるための位相回転（位相追尾）は、波面合わせとも考える事ができる。以下では、位相回転の周波数、Fringe Frequency、と Phase Tracking Center の定義を与える。まず、以下では、まず単色光 (Monochromatic wave) を考えるとしよう。

位相追尾とは、2 台のアンテナで常時天体からの信号の波面を in-phase で受信するための補正で、Fringe Rotation とも言う。単色光の場合は、光路差が (n 波長 + α 波長) だけあった場合 ($0 < \alpha < 1$)、波長の整数倍は無視し、 α 波長の分だけ位相を補正するだけでよい。実際には、この量は地球回転により時間とともに変化してゆく。位相回転を行わなかったとすると、地球の自転の効果で、干渉縞の位相は、どんどん回転

してゆく。その周波数を Fringe Frequency と言い、以下のように与えることが出来る。

$$\text{FringeFrequency} = \frac{1}{\lambda} \frac{d}{dt} (\mathbf{b} \cdot \mathbf{S}) \quad [\text{Hz}] \quad (4.70)$$

$$= \frac{1}{T} \quad (4.71)$$

この Fringe Frequency を定義する上で、ある決まった観測波長 λ 、及び観測天体の方向を決める必要がある。この周波数で位相をまわしてやることにより、何時でも波面を合わせることができる。この観測波長と与えた天体の方向以外では、波面は完全には合わない事に注意しよう。位相回転を行い波面を合わせる方向を Phase Tracking Center と呼ぶ。通常は、アンテナの視野中心の方向 (Pointing Center) と一致させる。

位相回転は、ミリは干渉計などでは第一局部発信源 (LO) の位相を制御することで行っている。一方、VLBI 観測では、通常相関器で行う¹。

4.4.3 地上観測に伴う補正：幾何学的遅延 (光路差) 補正

次のような問題を考える。波面の位相は位相回転 (fringe rotation) で合わせたと仮定し、その補正後、ちょうど波長の n 倍の光路差が残ったとする。この光路差を補正しないとどうなるだろうか？単色光の場合は、問題は起こらないが、単色光で無い場合には、干渉縞を得るときに、干渉のロス (コヒーレント・ロス) となる。これは何故かということ、ある波長で n 倍の光路差でも他の周波数では余りがでて、位相が合わないことを意味する。位相が合わない波長での干渉縞も足し合わせ干渉縞を得ることを考えると、この余りは干渉させたときにコヒーレント・ロスになる。この波長の広がりによる光路差の波長の整数倍からのずれ (ここでは、仮に「色収差」と呼ぶことにしよう) でロスがでないようにするためには、光路差が“コヒーレント長”以下でなくてはならない。今、有限帯域幅 ΔB での観測を考える。位相回転で波面を合わせた後、光路差 D が残っている場合には、その帯域内で位相の傾きが生じる (ただし、位相補正を行った波長では、位相はゼロとなっている。その両側で直線状の位相傾斜が現れる。Figure 4.30 参照) そのためその帯域で積分されて求められる Visibility に coherence loss が生じる。その場合のロスの ΔB 依存性は次のような量を見積もることで評価できる。

$$F(\Delta B, D) = \frac{1}{\Delta B} \int_{\nu - \frac{\Delta B}{2}}^{\nu + \frac{\Delta B}{2}} \exp \left[2\pi i \frac{\nu D}{C} \right] d\nu \quad (4.72)$$

今 cos 成分 (real 成分) のみ計算すると

$$F(\Delta B, D) = \frac{1}{\Delta B} \int_{\nu - \frac{\Delta B}{2}}^{\nu + \frac{\Delta B}{2}} \cos \left[2\pi i \frac{\nu D}{C} \right] d\nu \quad (4.73)$$

$$= \left[\frac{1}{2\pi \frac{D}{C}} \frac{1}{\Delta B} \sin \left(2\pi \frac{D}{C} \right) \right]_{\nu - \frac{\Delta B}{2}}^{\nu + \frac{\Delta B}{2}} \quad (4.74)$$

三角関数の加法定理等を用いて整理すると、

$$F(\Delta B, D) = \cos \left(2\pi \frac{\nu D}{C} \right) \cdot \frac{\sin \left(\pi \frac{\Delta B D}{C} \right)}{\pi \frac{\Delta B D}{C}} \quad (4.75)$$

$$\propto \frac{\sin \left(\pi \frac{\Delta B D}{C} \right)}{\pi \frac{\Delta B D}{C}} \quad (4.76)$$

¹注: 観測波長 λ からのずれに起因する位相差の分は補正するが、Phase Tracking Center からずれているために生じる位相の差はイメージングする場合の重要な情報 (電波の位置の情報) になる。

となり Sinc 関数に比例する形となる。 $F(\Delta B, D)$ が Coherence Loss が小さくならないためには、

$$\pi \Delta B \cdot D/c < 1 \quad (4.77)$$

である必要がある。光路差を光速で割って、遅延量 D/c (τ_g) で表すと、

$$\pi \Delta B \cdot \tau_g \leq 1 \quad (4.78)$$

となる。

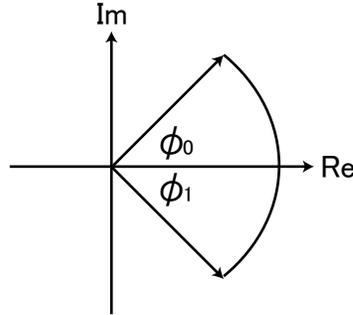


Figure 4.30: 有限帯域幅の場合の複素平面上での、位相の変化。バンドの中心では、位相はゼロ（すなわち位相追尾している）と仮定している。

Coherency を保つためにはどうすれば良いか？観測帯域幅を広くとって観測したい場合は、光路差（遅延）補正をしてやればよい。この場合、光路差補正の残差分のみがコヒーレント・ロスに寄与する。細かく分光してしまうなら光路差補正は大ざっぱでよい。分光のあと周波数方向で積分すれば広い帯域を観測できる。

光路差補正の必要な量（精度）は、観測波長にはよらず、観測帯域幅にのみ依存することに注意しよう！

4.4.4 位相回転の方法

位相回転は、90度 Hybrid と可変抵抗器を用いると簡単に行うことが可能であり、アナログのフリンジローテータなどでこのような方式が用いられている。 $\cos \omega t$ という信号を 90度 Hybrid を通すと、 $\cos \omega t$ と $\sin \omega t$ が出力される。 $\sin \omega t$ の方を抵抗器を通して振幅を減衰させて $A \sin \omega t$ ($A < 1$) とする。 $\cos \omega t$ と $A \sin \omega t$ を合成して出力すると、合成出力は以下のように表すことができる。

$$S_{\text{out}} = \cos \omega t + A \sin \omega t \quad (4.79)$$

$$= B \cos(\omega t - \phi) \quad (4.80)$$

ここで、

$$\phi = \tan^{-1} A \quad (4.81)$$

$$B = (1 + A^2)^{1/2} \quad (4.82)$$

現在では、デジタル的に分周器などを用いて行っている。

4.5 参照信号系と位相制御

4.5.1 位相安定度とコヒーレンス

干渉計でビジビリティを正しく測定するためには、コヒーレンスが維持されていることが重要である。3.3.6章で述べたように、コヒーレンスは位相がどれだけの分散を持っているかに依存し、位相が安定であるほど

コヒーレンスは保たれる。

熱雑音によるコヒーレンスの低下は、時間積分等によって信号雑音比を向上させれば相対的に影響が小さくなる。問題なのは系統的な位相ゆらぎである。周波数標準や、基準信号伝送系や、大気などに起因する位相ゆらぎは、時間の経過とともに分散が増えるという性質を持っているので、長時間積分した時に影響がより重大になる。

この章では、干渉計システムの位相安定度とコヒーレンスとの関係を見てみよう。

式 (3.23) に示すように、二つのアンテナで複素ゲインの位相項にどれだけ差があり、その差が変動するか、がコヒーレンス $\text{coh}(T)$ を決める。コヒーレンスの低下を、 $\text{coh}(T)$ の分散 $\langle \text{coh}^2(T) \rangle$ で評価してみよう。

$$\langle \text{coh}^2(T) \rangle = \frac{1}{T^2} \int_{t=0}^T \int_{t'=0}^T \langle e^{i(\phi(t)-\phi(t'))} \rangle dt' dt \quad (4.83)$$

位相が定常確率過程で時間差 $\tau = t' - t$ だけに依存すると仮定し、さらに正規分布 $N(0, \sigma^2(\tau))$ に従うと仮定すると、

$$\langle \text{coh}^2(T) \rangle = \frac{1}{T^2} \int_{t=0}^T \int_{t'=0}^T \exp\left(-\frac{\sigma^2(\tau)}{2}\right) dt \quad (4.84)$$

と書ける。この (t, t') 空間上での二重積分は、 $t' - t = \tau$ の対角線（長さは $\sqrt{2}(T - \tau)$ ）上では被積分関数が一定なので簡単にできて、

$$\langle \text{coh}^2(T) \rangle = \frac{2}{T} \int_{\tau=0}^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2(\tau)}{2}\right) d\tau \quad (4.85)$$

と書ける。時間差 τ に対する位相差の分散 $\sigma^2(\tau)$ がどのように与えられかが分かれば、コヒーレンスを評価できる。 $\sigma^2(\tau)$ を、位相の相互相関 $R_\phi(\tau) = \langle \phi(t)\phi(t+\tau) \rangle$ で表すと、

$$\sigma^2(\tau) = \langle [\phi(t) - \phi(t')]^2 \rangle = 2[R_\phi(0) - R_\phi(\tau)] \quad (4.86)$$

である。

$\sigma^2(\tau)$ が τ に対してどのように振る舞うかは、その基準信号を生成している装置の物理的な性質に依存する。 $\sigma^2(\tau)$ がどのような性質を持つのか、また、 $\sigma^2(\tau)$ をどのように測定すればよいのかを、以下で述べてみよう。

4.5.2 位相安定度の指標

二つのアンテナの複素ゲイン位相項のうち、共通して変動する成分はキャンセルして、位相差の時間関数 ϕ には現われない。例えば結合素子型干渉計で、共通の周波数標準を用いているのであれば、その周波数標準の位相変動はキャンセルする。また、アンテナ間隔が小さくてほとんど共通の大気を電波が伝搬してくると見做せるのであれば、大気による位相変動もキャンセルする。これに対して、VLBI では各アンテナで独立した周波数標準を用いるし、大気も独立と言ってよいだろう。

以下では、キャンセルしない成分の位相変動だけを問題にして、それを単純に $\phi(t)$ と記述する。

時間領域と周波数領域での揺らぎ

局部発振器の周波数が ν_0 のとき、その位相は理想的には $2\pi\nu_0 t$ であるが、現実には位相変動が加わって $2\pi\nu_0 t + \phi(t)$ となる。つまり周波数が $\nu(t) = \nu_0 + \delta\nu(t)$ と揺らいだことに相当し、揺らぎの周波数は

$$\delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (4.87)$$

で表される。相対的な揺らぎとして無次元化した指標を $y(t)$ と書くと、

$$y(t) = \frac{\delta\nu(t)}{\nu_0} = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (4.88)$$

である。

揺らぎの自己相関とパワースペクトル

揺らぎの性質を調べるには自己相関関数やパワースペクトルによる解析が役立つ。 $y(t)$ の自己相関関数を $R_y(\tau)$ 、パワースペクトルを $S_y(f)$ と置く。

$$R_y(\tau) = \langle y(t)y(t+\tau) \rangle \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} S'_y(f) &= \int_{\tau=-\infty}^{\infty} R_y(\tau) \exp(-2\pi i f \tau) d\tau \\ &= 2 \int_{\tau=0}^{\infty} R_y(\tau) \cos(2\pi i f \tau) d\tau \end{aligned} \quad (4.90)$$

$$S_y(f) = \begin{cases} 0 & \text{for } f < 0 \\ 2S'_y(f) & \text{for } f \geq 0 \end{cases} \quad (4.91)$$

式 (4.90) の展開は $R_y(\tau)$ が実数の偶関数だからである。式 (4.91) は、揺らぎのパワースペクトルが偶関数になるので、負の周波数領域を折り返して正の周波数だけの領域で定義し、全パワーを保存するようにしたためである。

位相の時間変動 $\phi(t)$ の自己相関関数 $R_\phi(\tau) = \langle \phi(t)\phi(t+\tau) \rangle$ 、およびそのパワースペクトル $S_\phi(f)$ も同様に定義でき、その関係は式 (4.88) を用いて

$$S_y(f) = \frac{f^2}{\nu_0^2} S_\phi(f) \quad (4.92)$$

となる。

揺らぎの計測...アラン分散

$y(t)$ をある時間だけ積分すると、時間の領域で表した揺らぎとなる。

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t=t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt = \frac{\phi(t_k + \tau) - \phi(t_k)}{2\pi\nu_0\tau} \quad (4.93)$$

この \bar{y}_k は、周波数カウンターを用いて計測することができる。

さて、 $y(t)$ がどれくらい安定かを示す指標を考えてみよう。常に $y(t) = 0$ であるのが最も安定であるの言うまでもない（設定した周波数 ν_0 から全く揺らがない）が、 $y(t) = \text{const} \neq 0$ でも安定だと見做すことにしよう。後者の場合、周波数にオフセットを持つもののそれは揺らがないから、適当な補正でコヒーレンス損失を防ぐことができるからである。

この const として測定された N 個の \bar{y}_k の標本平均 $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{y}_k$ を用いると、 \bar{y}_k の標本分散 $\sigma_{y,s}^2$ の期待値は、

$$\langle \sigma_{y,s}^2(N, \tau) \rangle = \frac{1}{N} \left\langle \sum_{n=1}^N \left(\bar{y}_n - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{y}_k \right)^2 \right\rangle \quad (4.94)$$

である。母集団分散の期待値 $\langle \sigma_y^2(N, \tau) \rangle$ は標本分散の期待値 $\langle \sigma_{y,s}^2(N, \tau) \rangle$ に比べて $N/(N-1)$ だけ大きいので、

$$\langle \sigma_y^2(N, \tau) \rangle = \frac{1}{N-1} \left\langle \sum_{n=1}^N \left(\bar{y}_n - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{y}_k \right)^2 \right\rangle \quad (4.95)$$

となる。

$N \rightarrow \infty$ とした極限が母集団分散の期待値 $\langle \sigma_y^2(N, \tau) \rangle$ である。この値を $I^2(\tau)$ と書く。しかしこの極限は収束せずに定まらないことが多い。なぜなら、長周期では「周波数のランダムウォーク白色雑音」が卓越してくるからである。そこで、式 (4.95) において $N = 2$ として定義するアラン分散 (Allan variance) を用いて評価してみる。

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{\langle (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \rangle}{2} = \frac{\langle [\phi(t+2\tau) - 2\phi(t+\tau) + \phi(t)]^2 \rangle}{8\pi^2\nu_0^2\tau^2} \quad (4.96)$$

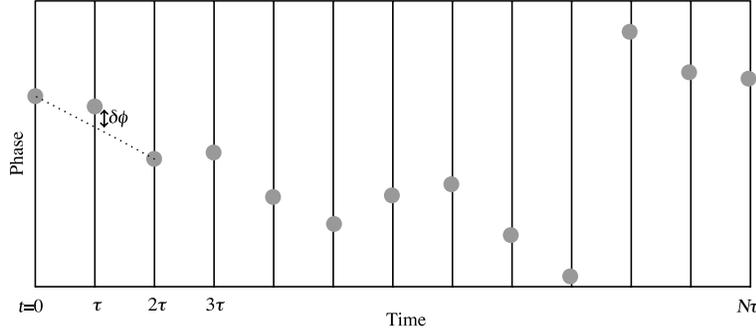


Figure 4.31: アラン分散の測定。時間区間 τ 毎に積分した位相を計測し、式 (4.96) のように算出する。直線的な位相のドリフト (つまり一定の周波数オフセット) はアラン分散には影響しないことに注意。直線からのズレ (図の $\delta\phi$) がアラン分散に影響する。

y_k の測定サンプルが m 個あったとき、アラン分散を計測するための独立なデータ数は $m - 1$ 個なので、測定されるアラン分散の期待値 $\sigma_{ye}^2(\tau)$ は

$$\sigma_{ye}^2(\tau) = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{k=-}^{m-1} (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \quad (4.97)$$

となる。

アラン分散と $I^2(\tau)$ との関係を見てみよう。式 (4.93) を使って、

$$\begin{aligned} I^2(\tau) &= \langle \bar{y}_k^2 \rangle = \frac{\langle \phi^2(t+\tau) - 2\langle \phi(t+\tau)\phi(t) \rangle + \langle \phi^2(t) \rangle}{(2\pi\nu_0\tau)^2} \\ &= \frac{R_\phi(0) - R_\phi(\tau)}{2(\pi\nu_0\tau)^2} \end{aligned} \quad (4.98)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi^2\nu_0^2\tau^2} \int_{f=0}^{\infty} 4\frac{\nu_0^2}{f^2} S_y(f)(1 - \cos 2\pi f\tau) df \\ &= \int_{f=0}^{\infty} S_y(f) \left(\frac{\sin \pi f\tau}{\pi f\tau} \right)^2 df \end{aligned} \quad (4.99)$$

一方でアラン分散は式 (4.96) を同様に展開して

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{(2\pi\nu_0\tau)^2} (3R_\phi(0) - 4R_\phi(\tau) + R_\phi(2\tau)) \quad (4.100)$$

$$= 2 \int_{f=0}^{\infty} S_y(f) \left(\frac{\sin^4 \pi f\tau}{(\pi f\tau)^2} \right) df \quad (4.101)$$

となる。つまり、 $I^2(\tau)$ とアラン分散とは、揺らぎのパワースペクトル $S_y(f)$ に対して異なる周波数応答を持つフィルターを通して計測した結果である、ということが分かる。また、式 (4.98) および (4.100) から、

$$\sigma_y^2(\tau) = 2[I^2(\tau) - I^2(2\tau)] \quad (4.102)$$

という関係が得られる。

$S_y(f)$ からアラン分散は計算できるが、アラン分散から $S_y(f)$ は完全には得られない。だが、アラン分散は測定が容易で、 $S_y(f)$ のある指標となることから、広く位相安定度の指標として用いられてきている。

$S_y(f)$ の振舞いを f についてべき級数に展開して、とアラン分散との関係を見てみよう。

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha \quad (4.103)$$

べき α を、 ± 2 の範囲の整数だけにとり、また、 f についてもカットオフ周波数 f_h 未満に制限しよう。

$\alpha < 0$ のとき、 $I^2(\tau)$ を計算しようとしても発散してしまう。しかしアラン分散は発散せずに計算できる。式 (4.103) のように $S_y(f)$ が表されるとき、 $\sigma_y^2(\tau)$ は

$$\sigma_y^2(\tau) = h_{-2} \frac{2\pi^2\tau}{3} + h_{-1} 2 \ln 2 + h_0 \frac{1}{2\tau} + h_1 \frac{1}{4\pi^2\tau^2} (2 \ln 2 + 3 \ln(\pi f_h \tau)) + h_2 \frac{3f_h}{4\pi^2\tau^2} \quad (4.104)$$

のように展開でき、 τ に対するべき級数で表される。

Figure 4.32 に、さまざまな周波数標準の典型的な位相安定度を示す。

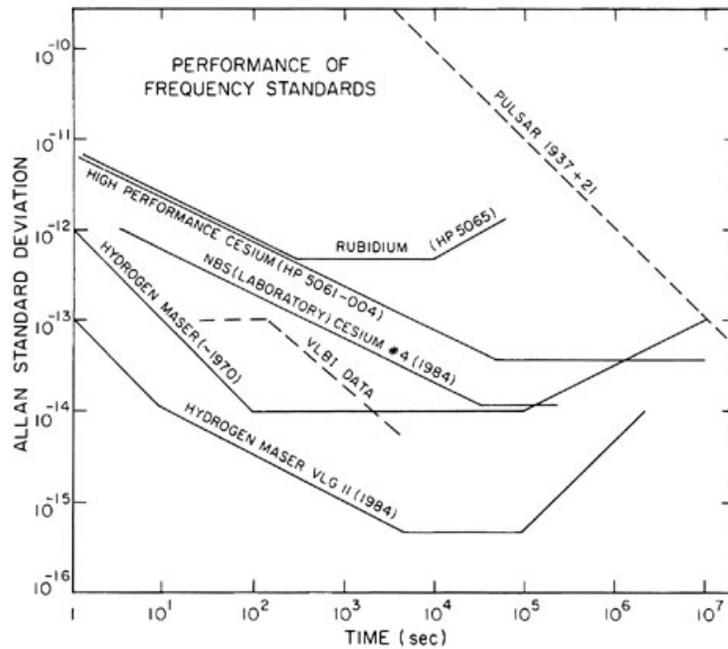


Figure 4.32: さまざまな周波数標準の位相安定度。ここでは、アラン分散の平方根であるアラン標準偏差を、時間スケール τ に対してプロットしている。ビジビリティの積分時間として典型的な $10^2 - 10^4$ sec で最も安定なのは水素メーザーであり、 $\sigma_y < 10^{-15}$ に達している。一方、年 ($> 10^7$ sec) を越えるタイムスケールではセシウム原子時計やパルサーの安定度が優れていることが分かる。

4.5.3 アラン分散とコヒーレンス

それでは、4.5.1 章で表したコヒーレンスを、計測されたアラン分散から推定してみよう。

式 (4.85) に示したように、コヒーレンスは積分時間とその時間に対応する位相の分散 $\sigma^2(\tau)$ で決まる。 $\sigma^2(\tau)$ と $I^2(\tau)$ との関係は、式 (4.86) および式 (4.98) から

$$\sigma^2(\tau) = 4\pi^2\nu_0^2\tau^2 I^2(\tau) \quad (4.105)$$

である。さらに、 $I^2(\tau)$ とアラン分散 $\sigma_y^2(\tau)$ との関係は式 (4.102) で与えられる。式 (4.102) は

$$I^2(\tau) = \frac{\sigma_y^2(\tau) + \sigma_y^2(2\tau) + \sigma_y^2(4\tau) + \sigma_y^2(8\tau) + \dots}{2} \quad (4.106)$$

と展開できるので、これらを式 (4.85) に代入すると

$$\langle \text{coh}^2(T) \rangle = \frac{2}{T} \int_{\tau=0}^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \exp(-\pi^2\nu_0^2\tau^2[\sigma_y^2(\tau) + \sigma_y^2(2\tau) + \sigma_y^2(4\tau) + \dots]) d\tau \quad (4.107)$$

という関係式が得られる。

積分時間が短い時、アラン分散の主要項は $h_2 \frac{3f_h}{4\pi^2\tau^2}$ で、この項を白色位相雑音とも呼ぶ。水素メーザーを周波数標準に用いている場合、Figure 4.32 から分かるように、 $\tau \leq 1 \text{ sec}$ で、このような条件が成り立つ。この項が卓越しているとき、コヒーレンスは

$$\langle \text{coh}^2(T) \rangle = \exp(-h_2 f_h \nu_0^2) \quad (4.108)$$

と、積分時間によらない。

積分時間がもう少し長く、白色周波数雑音 $h_0 \frac{1}{2\tau}$ が卓越する状況の場合、コヒーレンスは

$$\begin{aligned} \langle \text{coh}^2(T) \rangle &= \frac{2(e^{-\pi^2 h_0 \nu_0^2 T} + \pi^2 h_0 \nu_0^2 T - 1)}{\pi^4 h_0^2 \nu_0^4 T^2} \\ &= \begin{cases} 1 - \frac{\pi^2 h_0 \nu_0^2 T}{3} & \text{for } \pi^2 h_0 \nu_0^2 T \ll 1 \\ \frac{2}{\pi^2 h_0 \nu_0^2 T} & \text{for } \pi^2 h_0 \nu_0^2 T \gg 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.109)$$

と近似される。

コヒーレンス時間

コヒーレンスが 1 に比べて小さくなってくると、ビジビリティの振幅や位相は信頼できなくなる。積分時間が長くなるほどコヒーレンスは低下し、積分しても信号雑音比が向上しないという状況にもなる。 $\langle \text{coh}^2(T) \rangle = 0.5$ となる時間の指標を「コヒーレンス時間」として、評価してみよう。

まず、白色位相雑音が卓越している短時間の積分の場合、式 (4.108) で見た通りコヒーレンスは積分時間によらない。 $\langle \text{coh}^2(T) \rangle = 0.5$ となるのは $h_2 f_h = n u_0^2 = \ln(2)$ のときで、水素メーザーでは $\nu_0 \sim 10^{12} \text{ Hz}$ に相当する。つまり、独立な水素メーザーを周波数標準に用いる VLBI では、1 THz 以上の観測は不可能であることがわかる。

次に白色周波数雑音が卓越している場合、 $\langle \text{coh}^2(T) \rangle = 0.5$ となるのは $T = 3/(2\pi^2 h_0 \nu_0^2)$ のときで、水素メーザーの場合は $T \sim 10^8 (\nu_0/1 \text{ GHz})^{-2}$ となる。

多くの場合、大気の位相揺らぎは周波数標準の位相揺らぎを大きく上回る。大気の位相揺らぎに関しては、5.4 章を参照されたい。

4.5.4 参照信号系とラウンドトリップ

参照信号系は、局部発信源に位相参照信号を配る大事な役割を担っている。干渉計では、位相安定度が極めて重要である。通常参照信号は、周波数逡倍されて用いられるが、そのとき位相誤差も逡倍されることに注意しよう。

通常、以下のような参照信号系の工夫がなされている。

- 共通の信号を観測棟からアンテナに配る。
- 参照信号をアンテナまで配るケーブルの伸び縮みをキャンセルするためにラウンドトリップ方式等を用いる。

アンテナサイトにも信号源を持ち、観測棟からの参照信号との間で信号のループを作ってやると、伝送ケーブルによる参照信号の位相変動を抑えることが可能。これをラウンドトリップ方式と呼ぶ。

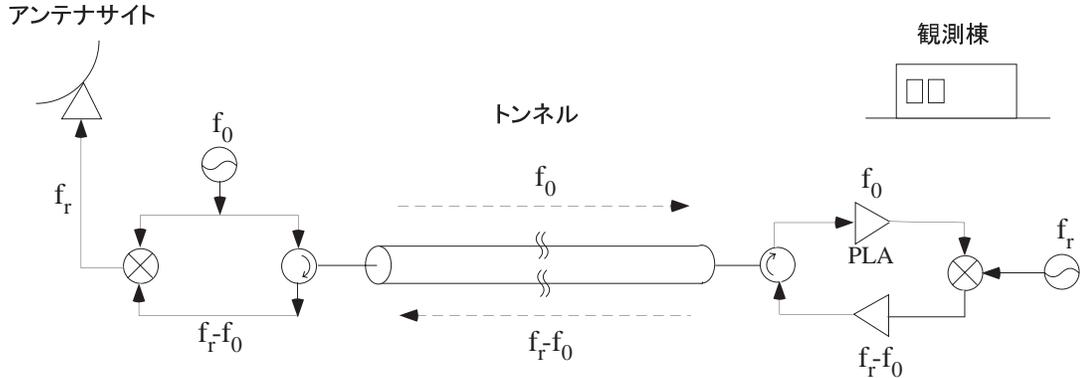


Figure 4.33: ラウンドトリップの原理図。

同軸ケーブルがいま、 Δl だけ伸びたとすると、その中を伝送される周波数 f_0 信号の位相は、

$$\Delta\phi = -2\pi\Delta l c / f_0 \quad (4.110)$$

だけ変化する。一方その f_0 を用いて観測棟内で作られる $(f_r - f_0)$ の信号の位相は、

$$\Delta\phi' = 2\pi\Delta l c / f_0 \quad (4.111)$$

だけ変化し、さらにアンテナサイトに伝送されると

$$\Delta\phi'' = 2\pi\Delta l c / (f_r - f_0) \quad (4.112)$$

だけ変化するので、結局

$$\Delta\phi_{\text{total}} = \Delta\phi' + \Delta\phi'' \quad (4.113)$$

だけ、 $(f_r - f_0)$ の位相は変化し、受信機系 LO 系の参照信号として用いられるアンテナサイトでの f_r の位相もそれだけ変化する。

$$f_0 = f_r - f_0 \quad (4.114)$$

の場合には、すなわち $f_r = 2f_0$ であれば、ケーブルの伸び縮みに対する位相変化は、キャンセルする（実際は、 $f_r = 2f_0$ となる周波数を採用することは技術的に困難であるため、 $2f_0$ に近い周波数を採用）。

4.5.5 180 度位相スイッチング

直行する Walsh 関数で位相変調・復調することにより、システムに混入する DC 的な混信を除去することができる。ただし、変調後の混信は除去可能であるが、変調前に入った混信は除去することができない。表 1 では、2 素子（アンテナ i, j ）の例を示した。多素子の場合は、あらゆるアンテナ組み合わせで DC 的な混信を除去できるものでなければいけない（すなわち直行する Walsh 関数で位相変調を行う必要がある）。

Table 4.1: 2 素子干渉計の場合の 180 度位相スイッチングの変調パターンと出力

	時刻 T	時刻 $T + t_0$
変調パターン	Ant. i 0 deg.	0 deg.
	Ant. j 0 deg.	180 deg.
出力 (混信含む)	Ant. i $S + N(\text{DC})$	$S + N(\text{DC})$
	Ant. j $S + N(\text{DC})$	$-S + N(\text{DC})$
復調パターン	Ant. i 0 deg.	0 deg.
	Ant. j 0 deg.	180 deg.
出力 (混信含む)	Ant. i $S + N(\text{DC})$	$S + N(\text{DC})$
	Ant. j $S + N(\text{DC})$	$S - N(\text{DC})$
相関出力	$S^2 + N^2$	$S^2 - N^2$
相関出力の時間積分	$2S^2$ (信号成分のみ残る)	

4.5.6 90 度位相スイッチング

干渉計では、90 度位相スイッチングを用いて、LO に対して周波数の上側の信号 (Upper Side Band; USB) と下側の信号 (Lower Side Band; LSB) を分離することができる (このような方法をハード的に行うことにより、サイドバンド分離受信機を構成することができる。図 4.18 参照)。この原理の本質は、位相で USB と LSB の色分けが出来ることである (IF 信号の位相は、USB と LSB では ϕ_{L_0} の変化に対して逆向きに変化することに注意。表 2, 3 参照)。

Table 4.2: LSB, USB での位相変化

	Mixing 前 (RF)	Mixing 後 (IF 信号)
LSB:	$\exp\{i(\omega_{\text{LO}} - \omega_{\text{IF}})t + \phi_{\text{L}}\}$	$\exp\{i\omega_{\text{IF}}t - \phi_{\text{L}} + \phi_{\text{LO}}\}$
USB:	$\exp\{i(\omega_{\text{LO}} + \omega_{\text{IF}})t + \phi_{\text{U}}\}$	$\exp\{i\omega_{\text{IF}}t + \phi_{\text{U}} - \phi_{\text{LO}}\}$
	$\exp\{i(\omega_{\text{LO}} + \omega_{\text{IF}})t + \phi_{\text{U}}\}$	$\exp\{i\omega_{\text{LO}}t - \phi_{\text{LO}}\}$
	Mixing 後 (IF 信号)	
LSB:	$\{\exp\{i(\omega_{\text{LO}} - \omega_{\text{IF}})t + \phi_{\text{L}}\}\}^*$	$\exp\{i\omega_{\text{LO}}t + \phi_{\text{LO}}\}$
	$= \exp\{i\omega_{\text{IF}}t - \phi_{\text{L}} + \phi_{\text{LO}}\}$	
USB:	$\exp\{i(\omega_{\text{LO}} + \omega_{\text{IF}})t + \phi_{\text{U}}\}$	$\{\exp\{i\omega_{\text{LO}}t + \phi_{\text{LO}}\}\}^*$
	$= \exp\{i\omega_{\text{IF}}t + \phi_{\text{U}} - \phi_{\text{LO}}\}$	

4.5.7 Walsh 関数

Walsh 変換とは、Walsh 関数列 $\Psi_k(t)$ による直行変換である。Walsh 関数は、基本的には、2 進数的な関数で、連続系および離散的 Walsh 関数がある。その性質として、交代性と直交性がある。周期性を利用すると、無限長の Walsh 関数を定義することも可能である。連続系の場合の交代性と直交性は、

$$\int \Psi_k(t) dt = 0 \text{ for } k \neq 0 \quad \text{交代性} \quad (4.115)$$

$$\int \Psi_k(t) \Psi_l(t) dt = \delta_{kl} \quad \text{直交性} \quad (4.116)$$

Table 4.3: 90 度位相スイッチングの変調・復調と相関器出力

		時刻 T	時刻 $T + t_0$
変調パターン (LO 部)	Ant. i	0 deg.	0 deg.
	Ant. j	0 deg.	90 deg.
出力	Ant. i	$S_U + S_L$	$S_U + S_L$
	Ant. j	$S_U + S_L$	$S_U \exp(-i90) + S_L \exp(+i90)$
復調パターン (Mixing 後)	Ant. i	0 deg.	0 deg.
	Ant. j	0 deg.	90 deg.
出力 (混信含む)	Ant. i	$S_U + S_L$	$S_U + S_L$
	Ant. j	$S_U + S_L$	$S_U \exp(-i90) \exp(-i90)$ $+ S_L \exp(+i90) \exp(-i90)$ $= -S_U + S_L$
			$-S_U^2 + S_L^2$
相関出力		$S_U^2 + S_L^2$	$-S_U^2 + S_L^2$
相関出力の時間積分		$+ \rightarrow$ LSB のみ	$- \rightarrow$ USB のみ

離散系の場合の交代制と直交性は、

$$\sum_{n=0}^{N-1} \Psi_k(t_n) = 0 \quad \text{for } k \neq 0 \quad \text{交代性} \quad (4.117)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \Psi_k(t_n) \Psi_l(t_n) = \delta_{kl} \quad \text{直交性} \quad (4.118)$$

4.5.8 180 度位相スイッチングと 90 度位相スイッチング

実際には、180 度位相スイッチングと 90 度位相スイッチングをともに行う必要があり、それらを結合させたスイッチングパターンを採用する必要がある。野辺山ミリ波干渉計 (NMA) の場合には、90 度位相スイッチング (1 変調パターンは、8 変調で構成されている。1 変調パターンの長さ (変調数) は、素子数 n の場合には、 n 以上で n に最も近い 2^N となる数である必要がある) の 1 変調の中に、180 度位相スイッチングによる変調の 1 パターン (8 変調からなる) が入るように結合している。であるので、64 変調で 180/90 度スイッチングの 1 パターンを構成している。

4.6 電波分光、分光相関処理とデジタル信号処理

4.6.1 はじめに

受信機で受信された信号は、分光器で分光され、周波数スペクトル (各周波数での電波の強度) という形でデータが得られる。大気からの雑音も同時に受信されてしまうため、それらを取り除くための処理を行い、また電波強度のスケールを決める観測等も行う必要がある。

4.6.2 電波分光の必要性

輝線スペクトルの場合、電波分光してそれぞれの速度成分でイメージングし、輝線を放出している領域の運動または構造を知ることが天文学的に重要であることは明らかである。一方、連続波の観測においても、広い帯域幅で観測したい場合は、電波分光が必要になってくる。これには 3 つの理由があり、以下に説明する。

[遅延補正精度と分光] 帯域幅が広いとそれだけ遅延補正に高い精度が要求される。分光する場合には、各周波数チャンネルの幅によって、要求される遅延補正精度が決まるので、より補正が容易となる。ただし、遅延補正残差による帯域内での位相の傾きが分光された後の連続波スペクトルに現れるので、これを後処理で補正する必要がある (Δw 補正という)。

[観測視野と帯域幅] ある観測帯域幅 B で観測する場合、その視野中心で遅延補正を完全に行った場合を考える。この場合、視野中心ではなんら Coherence Loss は起こらないが、視野中心から少しでもずれるとその方向では遅延誤差が発生するので、Coherence Loss の原因となる。この効果は、基線長が長いほど顕著であり VLBI 観測では、特に問題になる。Coherence が保たれる領域を、視野中心からの離角 $\Delta\theta$ で表すと (基線長を b とする; 図 4.34 参照)、 $\pi \Delta\theta b B < 1$ であるから

$$\Delta\theta < \frac{c}{\pi b B} \quad (4.119)$$

基線長 10 km, $B = 4$ GHz とすると、 $\Delta\theta = 0.5$ arcsec となる。ただし、分光して各チャンネルで Imaging して足し合わせれば、この視野の制限は改善される。

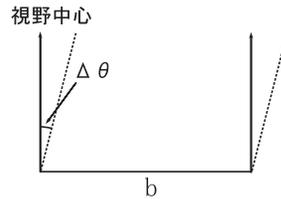


Figure 4.34: 基線長 b 、視野中心、視野中心からの角度 $\Delta\theta$ 。

[空間周波数 ($u-v$) 平面での誤差] 上で議論したことを別の角度から考えよう。基線長が大きい場合は、帯域幅 B の両端で u, v の大きさが大きくことなることになる。その差を Δu とすると、 $\Delta u = bB/c$ であるから、 Δu と $\Delta\theta$ の不確定性関係から、

$$\Delta\theta < \frac{2\pi}{\Delta u} = \frac{2\pi c}{bB} \quad (4.120)$$

この式から、積分時間の効果による視野の制限についても評価することができる。天頂方向に存在する天体については、 τ の間に Δu だけ変化する。その大きさは、

$$\Delta u = \frac{b\theta}{\lambda} = \frac{b\omega\tau}{\lambda} \quad (\omega: \text{地球自転の角速度}, \tau: \text{積分時間}) \quad (4.121)$$

であるので、この場合には、視野の制限はおおよそ以下のようなになる。

$$\Delta\theta < \frac{2\pi\lambda}{\omega\tau} \quad (4.122)$$

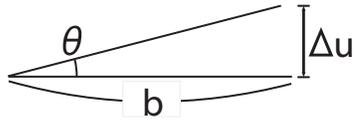


Figure 4.35: 積分時間内の基線長ベクトルの変化量。u-v 平面で Δu だけの不確実性が生ずる。

[Note] Fourier 変換の不確実性関係

我々が扱う Fourier 変換は、一般に積分範囲が $-\infty$ から $+\infty$ までである。しかし、実際には、観測や測定での範囲は限界があるためその区間全体にわたってある関数 $y(x)$ の値を知ることができず、有限の区間のみの測定となる。そのような場合には、以下のような Dirichlet $D(x)$ 関数を導入すると、無限大の区間での Fourier 変換に対応できる。

$$D(x) = 1 \text{ for } -\Delta X/2 < x < \Delta X/2 \quad (4.123)$$

有限の区間 ΔX のみで測定された関数 $y(x, \Delta X)$ の Fourier 変換 $Y(\omega, \Delta X)$ (たとえば、周波数スペクトル) は、 $y(x)$ の Fourier 変換 $Y(\omega)$ と、 $D(x)$ のフーリエ変換 $d(\omega)$ ($2\pi/\Delta X$ の周波数幅を持つ sinc 関数) との畳み込みになる。

$$Y(\omega, \Delta X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} D(x)y(x)e^{-i\omega x} dx \quad (4.124)$$

であり、

$$Y(\omega, \Delta X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega')d(\omega - \omega') d\omega' \quad (4.125)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega') \frac{\sin [(\omega - \omega')\Delta X/2]}{(\omega - \omega')/2} d\omega' \quad (4.126)$$

であるので、得られる周波数スペクトル $Y(\omega, \Delta X)$ は、 $2\pi/\Delta X$ 程度の周波数幅を持った $\Delta\omega$ との畳み込み、すなわちその幅程度に“なまされた”スペクトルとなる (つまり $\Delta\omega \simeq 2\pi/\Delta X$)。よって、Fourier 変換の 2 変数、 ω と X には、以下のような不確実性関係がなりたつ。

$$\Delta\omega \cdot \Delta X = 2\pi \quad (4.127)$$

この関係はいろいろなところで出てくる。たとえば、

[時間 周波数]

有限の観測時間	有限の周波数分解能
有限の時間分解能	有限の観測帯域幅

[空間周波 空間スケール]

有限の空間周波数 (最大の基線長)	有限の空間分解能
有限の空間周波数分解能 (最小基線長)	有限の空間幅 (検出できる最大の空間構造)

4.6.3 電波分光の方法

受信機で受信された信号は、分光器で分光され、周波数スペクトル（各周波数での電波の強度）という形でデータが得られる。大気からの雑音も同時に受信されてしまうため、それらを取り除くための処理を行い、また電波強度のスケールを決める観測等も行う必要がある。電波干渉計では、各アンテナからの信号の相互相関スペクトル（振幅、位相の周波数スペクトル）を得る必要があるため、位相情報を含んだ形の分光データを得なければならない。そのような分光相関器には、XF と FX の二つの type がある。いずれの方法も単一鏡の分光器として用いる（すなわち自己相関スペクトルを得る）ことができる。

- XF: Wiener-Khinchine の定理に基づく分光方法で、信号のラグ領域での自己相関関数（干渉計の場合には、相互相関関数）を求めて（すなわち X 算を最初）、その相関関数を Fourier 変換して（F 算）して、パワースペクトルを求める方法。
- FX: まず A/D 変換器からの信号を直接 Fourier 変換して周波数スペクトラムを得て、その各チャンネルを 2 乗検波（X 算）してパワースペクトラムに変換する方法。

これらについては、後でもう一度説明する。

4.6.4 デジタル信号処理

ここでは、相関器での処理の原理を理解するために、デジタル信号処理の基礎を見てゆくことにしよう。

A. 時系列データの離散化

時系列データ $g(t)$ があった時、デジタル化するという事は、時間軸上で離散化（Sampling, 標本化）し、値についても離散化することを意味する。アナログデータをデジタル化するには、Figure 4.36 で示した構成を持つ上記の構成の A/D 変換器を用いる。このようなサンプリングし、離散化（Quantization）する装置を A/D 変換器という。利点は、アナログ回路に比べて調整が楽、精度高い、周波数依存性はサンプル後の bandpass 特性が変化しない（ただし折り返しゆがみが生じることがある）、多チャンネルの相関器出力（スペクトル）が簡単に得られる、高い精度の遅延回路を実現可能（デジタルディレイ）など。欠点としては、ビット数が少ないと、量子化ノイズ発生、粗いサンプリングでは、観測の帯域幅を稼ぐことが出来ない、Quantization による高周波のシグナルが表れ、帯域幅が増大するなどがある（後述するように、Nyquist Sampling でも不十分で、Over-sampling を必要とするときもある）。

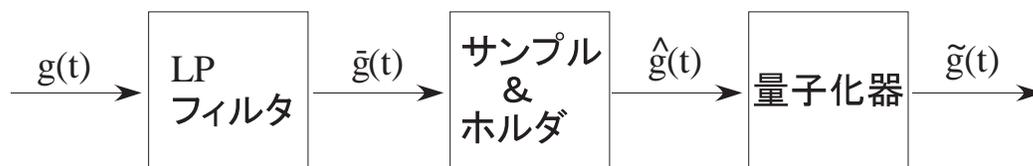


Figure 4.36: A/D 変換器の構成。

B. Nyquist の Sampling 定理

適当な sampling を行うと、連続的な時系列データ含まれる情報をまったく失うことなく、また歪みなく離散の時系列データに移すことができる。時系列データ $x(t)$ が $|f| < f_s$ に帯域制限されている場合 (band-limited) を考えよう。その場合、 $x(t)$ は、

$$0 < T_s \leq T_c = \frac{1}{2f_c} \quad (4.128)$$

をも満たす sampling interval T_s によって得られたサンプリングデータ

$$x_n = x(t_n) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.129)$$

によって、以下のように一意に表すことができる。

$$x(t) = T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \frac{\sin \pi f_s (t - T_s)}{\pi (t - nT_s)} \quad (4.130)$$

そのためには、サンプリング周波数は、帯域幅の 2 倍以上である必要がある。 T_s の条件は、周波数ドメインでは、

$$f_s \geq f_Q, \text{ where } f_s = \frac{1}{T_s} \quad (4.131)$$

この条件を満たさないと、折り返し歪み（もしくは、aliasing）を生じることになる²。

C. 折り返し歪み

$x(t)$ という時系列データを A/D 変換するような状況を考えよう。この信号がサンプル&ホルダーを通して出力される信号 $\hat{x}(t)$ という信号の周波数スペクトルにどのような歪みが生じるか見てみよう。 $\hat{x}(t)$ は、Sampling 関数 $s(t; T)$ を用いると (T は Sampling Interval)、

$$\hat{x}(t) = x(t) \cdot s(t; T) \quad (4.132)$$

$\hat{x}(t)$ の Fourier 変換 $\hat{X}(f)$ は、畳み込みの定理より、

$$\hat{X}(f) = X(f) * S(f; T) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f - f') S(f'; T) df' \quad (4.133)$$

$$s(t; T) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{1}{T} - n\right) \quad (4.134)$$

であるから、

$$S(f; T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int s(t; T) \exp[-2\pi i f t] dt \quad (4.135)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) \quad (4.136)$$

であるので、 $\hat{X}(f)$ は、 $X(f)$ と周期 $1/T$ を持つ $S(f; T)$ の畳み込みという形をしており、 $X(f)$ が折り重なったところでスペクトルの歪みを生じる (Figure 4.37 参照)。

D. 高次モードの周期的サンプリング

Nyquist のサンプリング定理の章では、 T_s という一定間隔のサンプリングを考えた。このようなサンプリングは、周期的サンプリング (periodic sampling) と呼ばれている。その場合、帯域幅は、 $|f| < f_s$ に制限されている場合を考えた。今、帯域が、 $f = n\Delta\nu - (n+1)\Delta\nu$ (n は整数) に制限されている場合を考えよう。 $f = n\Delta\nu - (n+1)\Delta\nu$ に帯域が制限されている場合でも、 $\frac{1}{2\Delta\nu}$ の周期で Sampling することにより、

²注: ここでは Sampling データの量子化はまだ考慮していない。

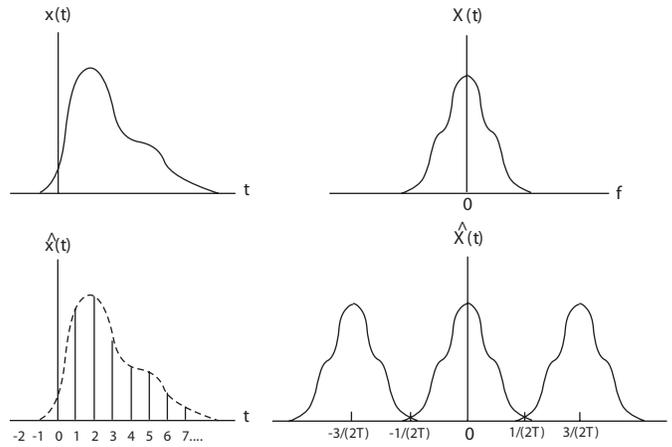


Figure 4.37: 周期的サンプリングと折り返しゆがみ。

情報を失うことなく離散化することができる。そのような passband を持つ時系列データ $x(t)$ を考えよう (passband は矩形を仮定)。その自己相関関数は、

$$r(\tau) = \langle x(t)x(t-\tau) \rangle \quad (4.137)$$

Wiener- Khintchine の定理より、

$$r(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) e^{2\pi i f t} df \quad (4.138)$$

$P(f)$ は power spectrum であり、仮定から以下のような形を持つ (負の周波数も含む) ので、以下のように書き換えられる。

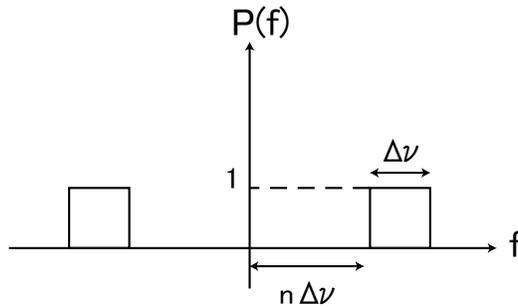


Figure 4.38: パワースペクトラム $P(f)$ の形。

$$r(\tau) = \int_{-(n+1)\Delta\nu}^{-n\Delta\nu} e^{2\pi i f t} df + \int_{n\Delta\nu}^{(n+1)\Delta\nu} e^{2\pi i f t} df \quad (4.139)$$

この式の右辺を実際に計算すると、

$$r(\tau) = \frac{\sin(\pi \Delta\nu \tau)}{\pi \Delta\nu \tau} \cos \left[2\pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta\nu \tau \right] \quad (4.140)$$

以下のような τ に対しては、 $r(\tau)$ は周期的にゼロとなる。すなわち、 $\frac{1}{2\Delta\nu}$ の間隔でサンプルする場合には、2つのサンプル $x(t)$ と $x(t + \frac{1}{2\Delta\nu})$ はちょうど相関しないことになる。すなわち独立データをサンプルできる。

$$\tau = \frac{1}{2\Delta\nu} k \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.141)$$

その間隔より大きくても、小さくても相関はゼロでないことに注意しよう（情報のロスになる）。このような $\frac{1}{2\Delta\nu}$ の間隔でのサンプリングを行うことにより情報をロスすることなく離散化が可能である。 $n = 0$ の場合は、baseband(もしくは videoband)でのサンプリングとよび、その場合は以下のようになる。

$$r(\tau) = \frac{\sin(\pi \Delta\nu \tau)}{2\pi \Delta\nu \tau} \quad (4.142)$$

$n > 0$ を高次モード sampling と呼ぶ。 $f_N = 2\Delta\nu$ を Nyquist Rate と呼び、 $f > f_N$ を oversampling、 $f < f_N$ を undersampling と呼ぶ。

[Quantization の効果] 量子化の効果は、

- 量子化ノイズの発生
- Bandwidth の増加 (少なくとも高いほうへ伸びる): Nyquist Rate でも undersampling, over-sampling によってある程度 recover 可能。
- 相互相関関数の歪みの発生: Van Vleck 補正等の量子化の補正を行って歪みを取る可能性がある。

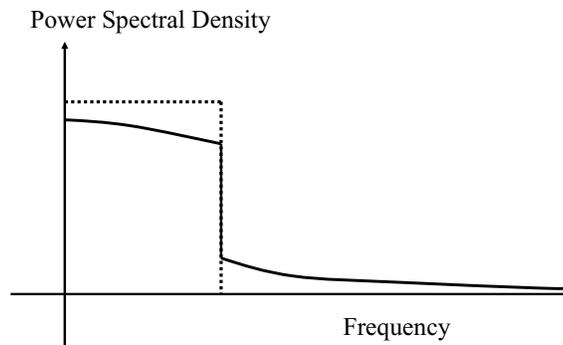


Figure 4.39: もともとの Power Spectral Density (点線) と、量子化によりバンド幅の増加したもの (赤)。

4.6.5 分光器の実際

A. XF 相関器

Wiener-Khintchine の定理に基づく分光方法で、信号のラグ (lag) 領域での自己相関関数 (干渉計の場合には、相互相関関数) を求めて (すなわち X 算を最初)、その相関関数を Fourier 変換して (F 算) して、パワースペクトルを求める方法。実際には、 $\delta\tau$ 刻みのラグを $-n\delta\tau$ から $+n\delta\tau$ まで $2n + 1$ 用意して、それぞれのラグに対応する相互相関関数を求め、それらを Fourier 変換する。

XF 相関器の Digitizer 部でサンプル&ホールドされ、さらに digitize された信号データは、Shift Register で $k\delta\tau$ だけラグが与えられ相関される。積分器 (integrator) では、データをため込む役割を持ち、ある程度積分した後にデータが読み出され、その後リセットされる。サンプリングレート 200 MHz であるので、積分時間が 1 秒なら 2×10^8 サンプルが積算される。この 1 秒程度成分下データは、その後 DFT あるいは

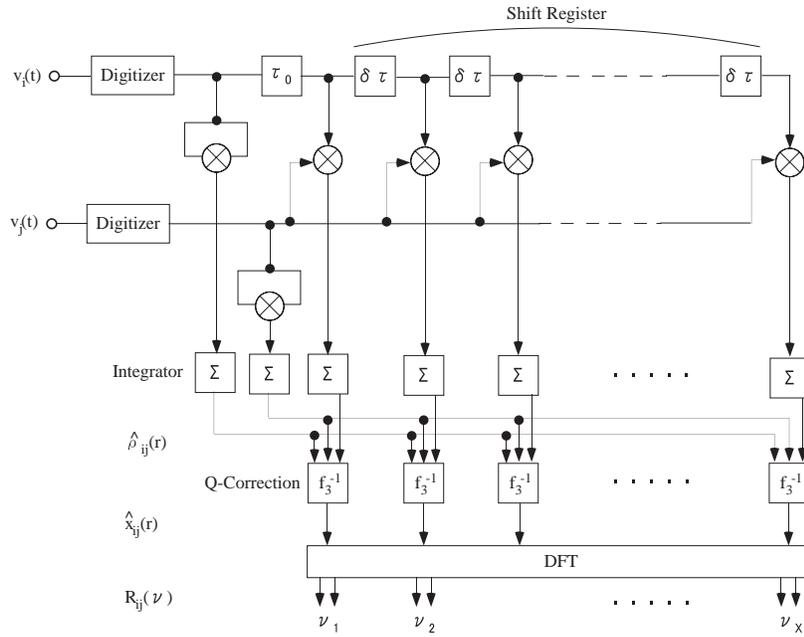


Figure 4.40: XF 相関器の構成の一例。

FFT され、スペクトルに変換される。このため、積分器より後の仕事は、非常にゆっくりでよい（この部分の装置の物量は少なく、コスト的に negligible となる）。

ラグ間隔 $\delta\tau$ として以下の条件を満たせば、理論的には情報の損失はない。すなわち、Sampling 定理より、

$$\delta\tau \leq \frac{1}{2\Delta\nu} \quad (4.143)$$

しかし実際には、以下の2つの誤差が含まれる。

1. Quantization によって $\Delta\nu$ の外に漏れ出した信号成分による aliasing
2. 有限の時間範囲の測定による、有限の周波数分解能の効果

以下では、2の効果について簡単に考えよう。相互相関スペクトル $X(f)$ は、相互相関 $r(\tau)$ を用いると、

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau \quad (4.144)$$

$\delta\tau$ きざみのラグの場合には、以下ようになる。

$$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r(\tau + k\delta\tau) e^{-2\pi i f k\delta\tau} \quad (4.145)$$

$|k| > K$ では、summation が行われないとすると、

$$\hat{X}(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t(\tau) r(\tau + k\delta\tau) e^{-2\pi i f k\delta\tau} \quad (4.146)$$

$t(\tau)$ は、Figure 4.41 のような階段関数 (truncation function) である。積のフーリエ変換はそれぞれのフーリエ変換の畳み込みなので、 $\hat{X}(f)$ は以下ようになる

$$\hat{X}(f) = \hat{T}(f) * X(f) \quad (4.147)$$

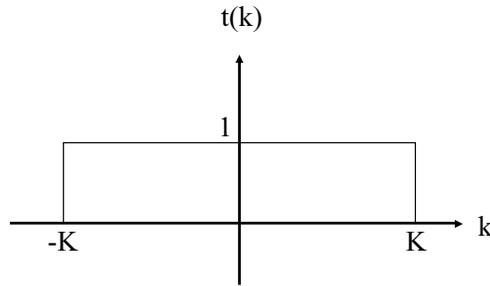


Figure 4.41: XF での truncation function $t(k)$ 。実際には、 k は整数しかとれないので、上図範囲で剣山関数となる。

$\hat{T}(f)$ は、sinc function となり、この sinc function で折りたたまれたスペクトルが現れる。 $\hat{T}(f)$ は、 f 方向の point spread function (channel passband function) であり、スペクトルの周波数分解能を与える。Sinc function の形からもわかるように、周波数分解能は、およそ $\frac{1}{2K\delta\tau}$ となる。通常は窓関数 (後述) を用いて、point spread function のサイドローブを押さえる。ただし、この場合は、周波数分解能が減少する。

B. FX 相関器

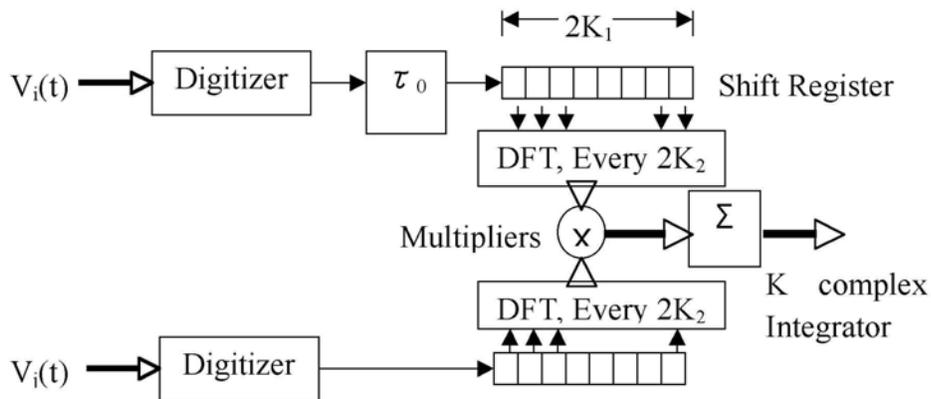
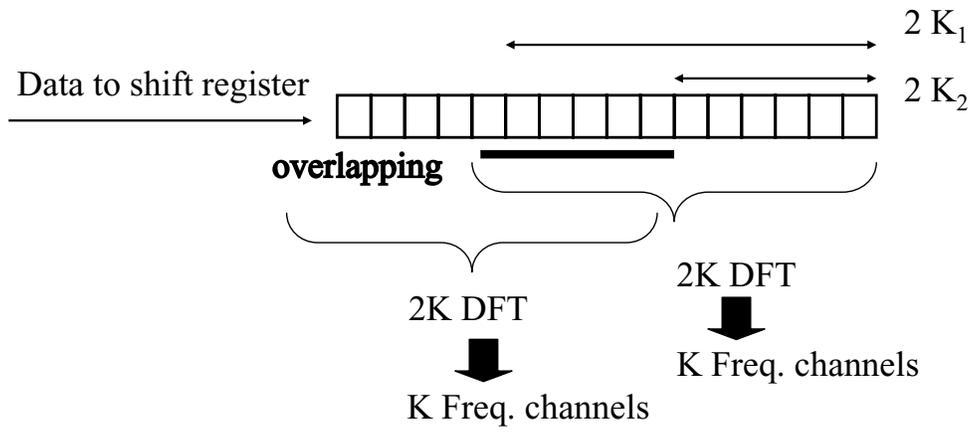


Figure 4.42: FX 相関器の例。 K は、掛け算器の個数でチャンネル数、 $2K_2$ が DFT を行う間隔、 $2K_1$ はシフトレジスタの個数。DFT を行うは最も簡単な場合は、 $K_1 = K_2 = K =$ 周波数 channel 数 (野辺山ミリ波干渉計もこれに対応)。ただしこの場合には、感度低下があるため、感度向上のために、 $K_1 > K_2$ (overlapping) もしくは、 $K_2 = K/2$ (Zero padding) の場合もある。

FX 相関器は、Digitize された信号が (サンプル後は $2\Delta\nu = 1/\Delta t$)、Shift Register にサンプル順に入力される ($\delta\tau$ 間隔)。その Shift Register から K 個のサンプルを取り出して DFT (もしくは、FFT) して K

Overlapping



Zero padding

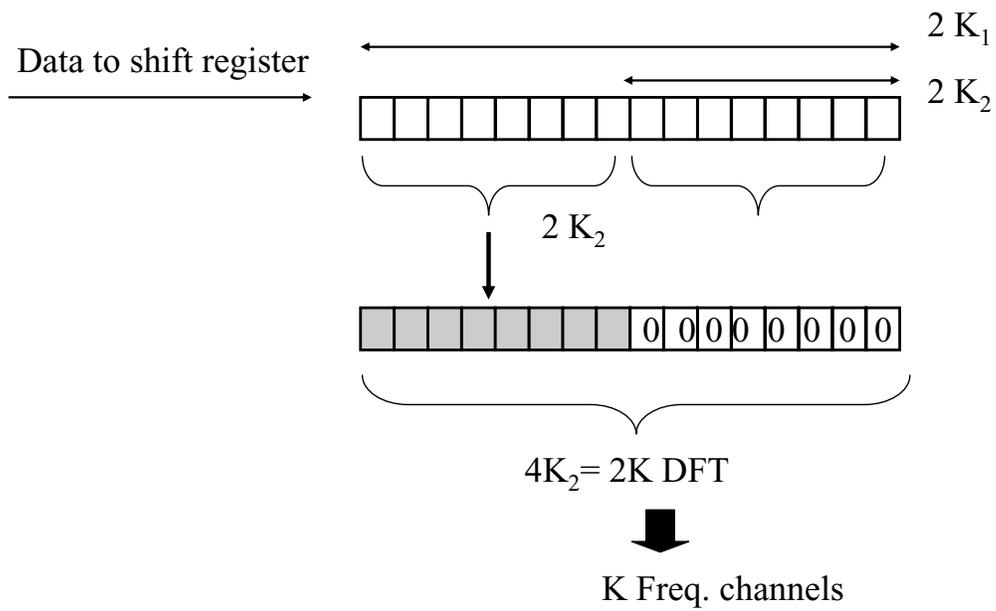


Figure 4.43: FX 相関器における overlapping (上図) と zero padding (下図)。

個の複素数の掛け算器によって K channel からなる相互相関スペクトルを得る。このスペクトルは、積分器によりため込まれ、出力される。

FX 相関器における monochromatic な信号に対する passband (point spread function) は、XF 相関器のものと本質的に異なる。それらについて調べてみよう。

今、長さ $2K$ の segment からなる DFT をそれぞれのアンテナ (i, j) 出力に対して考えよう (出力は、 K 個の complex データ)。

$$V_i(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t(k) v_i(\tau_0 + k\delta\tau) e^{-2\pi i k \delta\tau} \quad (4.148)$$

$$V_j(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t(k) v_j(k\delta\tau) e^{-2\pi i k \delta\tau} \quad (4.149)$$

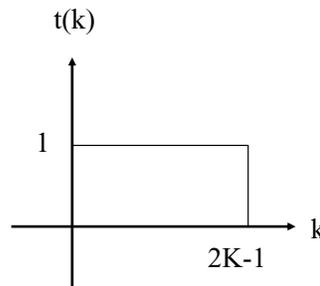


Figure 4.44: FX 相関器での、truncation function。実際には、 k は整数しかとれないので、上図の範囲で剣山関数となる。

これらを用いると、相互相関関数は、

$$X(f) = \langle V_i(f) V_j^*(f) \rangle \quad (4.150)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} s(k) \cdot s(k') \langle v_i(\tau_0 + k\delta\tau) v_j(k\delta\tau) \rangle e^{-2\pi i f(k-k')\delta\tau} \quad (4.151)$$

$$\langle v_i(\tau_0 + k\delta\tau) v_j(k\delta\tau) \rangle = r_{ij}(\tau_0 + (k - k')\delta\tau) \quad (4.152)$$

$l = k - k'$ とすると、上式は以下のように書き換えることができる。

$$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\int t(k') t(k - k') dk' \right] r_{ij}(\tau_0 + l\delta\tau) e^{-2\pi i f l \delta\tau} \quad (4.153)$$

ここで $W(l) = t(k) * t(k) = \int t(k') t(k - k') dk'$ と書けば

$$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} W(l) r_{ij}(\tau_0 + l\delta\tau) e^{-2\pi i f l \delta\tau} \quad (4.154)$$

sampling function $s(\tau)$ を用いて表すと、

$$\hat{X}(f) = X(f) * \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) s(\tau) e^{-2\pi i f(\tau - \tau_0)} d\tau \quad (4.155)$$

$$= X(f) * [\text{sinc}^2(K f \delta\tau) * S(f)] \quad (4.156)$$

これからわかるように、channel passband function は、 sinc^2 という形になる。XF 型に比べれば、 f 方向のサイドローブは小さいが、それでも強いメーザーのような信号に対しては問題になることがある。

$$X(f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left[\int t(k')t(k-k')dk' \right]_l r_{ij}(\tau_0 + l\delta\tau) e^{-2\pi i f l \delta\tau}$$

$$W(l) = t(k) * t(k) = \int t(k')t(k-k')dk'$$

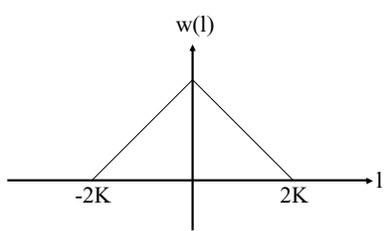


Figure 4.45: $t(k)$ の自己相関関数 $W(l)$

$$X(f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} W(l)r_{ij}(\tau_0 + l\delta\tau) e^{-2\pi i f l \delta\tau}$$

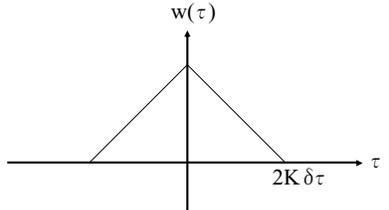


Figure 4.46: $W(\tau)$

|sinc| & sinc²

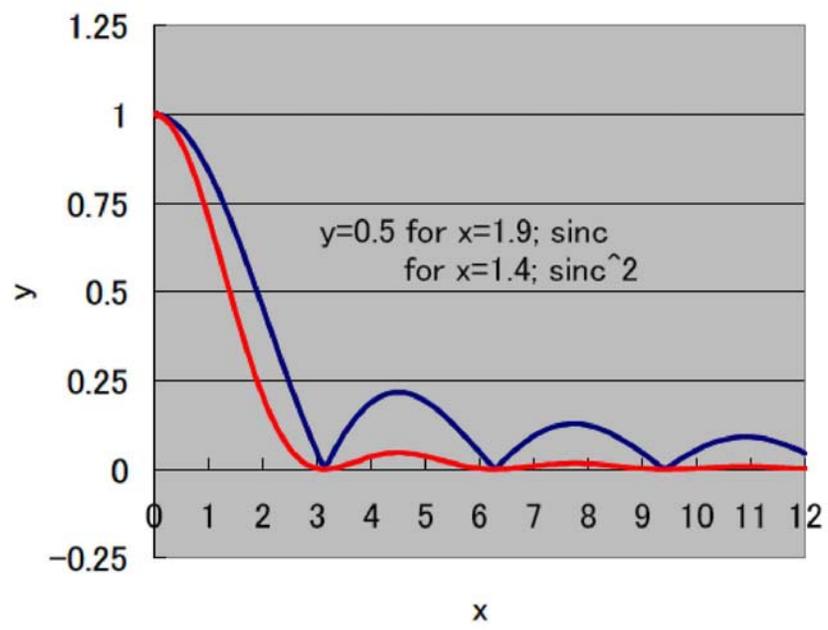


Figure 4.47: sinc function (絶対値) と sinc²。半値幅 (FWHM) は sinc で 3.8、sinc² で 2.8 となる。「サイドローブ」は sinc の方が大きいことが良くわかる。

C. スペクトルの推定誤差と窓関数

XF タイプの相関器の場合、monochromatic なスペクトルに対するレスポンスは、これまで見たように、出力は以下ようになる。 $T(f)$ は、ラグ領域でのサンプリング関数 $t(\tau)$ のフーリエ変換である。

$$(\text{出力}) = \delta(f - f_0) * [T(f) * S(f)] = T(f_0) * S(f_0) \quad (4.157)$$

ラグがあるところでトランケートされていると、 $T(f_0)$ は sinc function になり、大きなサイドローブが生じる。この f 方向のサイドローブをおさえるためには、適当な関数 $w(\tau)$ を $t(\tau)$ にかけてやればよい。結果として、 $\hat{T}(f) = T(f) * W(f)$ となり、サイドローブを押さえることができる。 W を窓関数という。通常、これにより周波数分解能は低下する。Illumination pattern と同様に考えることができる。窓関数としては、三角窓、von Han 窓、Blackman 窓など様々なものがある。

4.7 記録装置

4.7.1 記録装置の必要性・不要性

電波干渉計では受信した信号をデジタル化した後に一旦記録装置に保存して、後で再生して分光・相関処理を行うオフライン処理が可能である。結合素子型干渉計ではそのような観測手法を行うことはないが、VLBI では普通の手法である。

VLBI で用いる記録装置としては、長年に渡り磁気テープが用いられてきた。2000 年頃からは、ハードディスクを用いる記録が普及し始めている。

天体から到来した電波を、「波」の状態のまま記録することができるというのは、他の波長の観測にはない電波のユニークな特長である。「光子」としての検出をしていないので、何回でも再生して波の状態を再現できるから、以下のような利点を得られる。

- 素子アンテナがケーブルで結合できないほど遠く離れていても、干渉計を構成することができる。これが VLBI のエッセンスである。
- フリンジサーチの範囲を広げられる。VLBI 観測ではクロックやアンテナ位置の不定性が原因で、相関器の持つ相関窓（遅延時間、遅延変化率の誤差が許容できる範囲）の中でフリンジが得られないことがある。この場合、クロックパラメーター等を変更して再生・相関処理をやり直し、フリンジを探すことが可能である。
- 視野を広げることができる。干渉計の視野は素子アンテナのビームサイズで制限されるだけでなく、帯域幅や積分時間によっても制約を受け、VLBI では後者の方が卓越する。何回も信号を再生して相関処理を行い、その都度位相中心を変更することで、複数の視野が得られる。
- 干渉計アレイの素子数が相関器の許容する局数を上回っていても、複数回相関処理を行うことで、全ての基線の相関が得られる。
- 分光観測の周波数分解能を向上することができる。分光相関器の周波数分解能は、相関器が相互相関関数を取得できる遅延時間の範囲、すなわち階段関数 (truncation function) $t(\tau)$ の幅で制限される。遅延時間にオフセットを与えて何回も再生・相関処理することによって、階段関数の幅を再生回数の方だけ拡大することができ、周波数分解能を向上させられる。

一方で、記録装置を用いることの短所もある。

- コストの問題。記録装置や記録媒体は高価である。観測局には記録装置を、相関局には再生装置を備えなくてはならない。また、記録媒体のプールも必要である。

- 観測から結果を得るまでに時間差が生じる。リアルタイム観測なら観測時に相関出力をモニターすることで成否のチェックができるが、VLBI では観測時の失敗に気付くのが数日後ということも珍しくない。
- 観測できるデータ量は帯域幅と観測時間に比例するが、これが記録装置の性能で制限されてしまう。

近年通信ネットワークの発達は著しく、VLBI でも観測局でデジタル化されたデータを光ファイバーケーブルで相関局に送りリアルタイムで相関処理する、という光結合 VLBI も実現されている。記録装置に頼った干渉計の比率は減少傾向にあると考えられる。しかしネットワーク回線容量の制約は依然として残るし、離島などネットワーク整備の困難な地域もあり、記録装置を用いた電波干渉計はしばらく運用され続けるだろう。

4.7.2 記録装置に要求される性能

記録速度

干渉計の信号をデジタル化するときの性能要素にはサンプリング周波数 f_s (単位 sps : sample per second) と量子化ビット数 N_Q (単位 bit) がある。帯域幅 $\Delta\nu$ の信号を Nyquist sampling したときのサンプリング周波数 f_s は $f_s = 2\Delta\nu$ であり、サンプリング周波数が高いほど広帯域の信号を記録できるので、感度は向上する。 N_Q ビットで表現できる量子化した電圧の階調は 2^{N_Q} レベルであり、このレベルが多いほど感度は向上するし、相関係数とジビリティ振幅との関係が線型に近くなる。データの記録速度は $f_s N_Q$ で表され、単位は bps (bit per second) が用いられる。記録速度が速いほど高感度の観測ができるわけで、VLBI の観測性能を決める大きな要因である。

現在、磁気テープへの記録では 2 Gbps 程度の速度が達成されている。これは、1 bit/sample の量子化なら $f_s = 1$ Gsps, $\Delta\nu = 500$ MHz の帯域幅が、2 bit/sample 量子化なら $\Delta\nu = 250$ MHz 得られることに相当する。

さらに、近年ではハードディスクアレイを用いた記録装置の開発も進んでいる。ハードディスクの大容量化・低価格化は磁気テープのそれを大きく上回っており、記録速度もアレイにすることでテープと同等程度以上が実現されていることから、テープからハードディスクへの移行は時代の流れであろう。

記録容量

一つの媒体に記録できる容量が大きいほど、媒体の交換の頻度を少なくすることができる。容量が M byte = $8M$ bit 記録媒体で連続記録できる時間は $T = 8M/f_s/N_Q$ である。

カセットテープ形式の媒体では、VERA ターミナルのカセットで 640 Gbyte 程度の容量が実現できている。1024 Mbps の速度で記録すると、約 83 分の記録時間である。

オープンリールテープを用いる Mark IV の記録テープは直径 14 インチ (35 cm)、幅 1 インチ (2.5 cm) のオープンリールで、テープ長は 18,000 フィート (5486 m) あり、記録容量は 680 Gbyte である。1024 Mbps の速度で約 89 分の記録が可能である。

カセットテープは自動テープ交換機を用いて長時間の無人運用が可能であるのに対して、オープンリールは 1 巻毎に人力で交換を余儀なくされる。

ハードディスクアレイの場合、記録容量は 1 台のハードディスク容量 × アレイの台数となる。アレイの台数を 8 台とし、ハードディスク容量を 400 Gbyte とすると、3.2 Tbyte とカセットテープを上回る容量が得られる。

記録容量と同様に重要なのは、単位記憶容量当たりのコスト、それに単位記憶容量当たりの質量である。前者はそのまま運用コストに関わるし、後者は媒体の輸送費用に関わるからである。少し前まではこの点でオープンリールが最も優れていたが、近年ハードディスクの低価格化・高記録密度化によって、ハードディスクが最も優れた媒体と認識されるようになってきた。ただしハードディスクには輸送時の衝撃に弱いという課題もあり、何回使い回しできるか、という耐久性も加味する必要があるだろう。

時刻符号

VLBIの相関処理においては、再生された信号のタイミングが全ての観測局のデータで一致している必要がある。このような再生を、同期再生という。同期再生を実現するためには、電圧のサンプラー一つがどの時刻に取得されたのかを、記録時にマークしておかなくてはならない。このようなマークのことを、時刻符号という。

実際には時刻符号は全てのサンプルに付記する必要はなく、定期的に挿入すればよい。時刻符号と時刻符号の間で、再生時にビットスリップやビットメイクが起こらなければ、符号に挟まれたサンプルの時刻は全て既知になるからである。従って、記録時のエラー発生率が低いほど、時刻符号の間隔は長くしてもよいことになる。

時刻符号の挿入方法は、記録方法によって異なってくる。

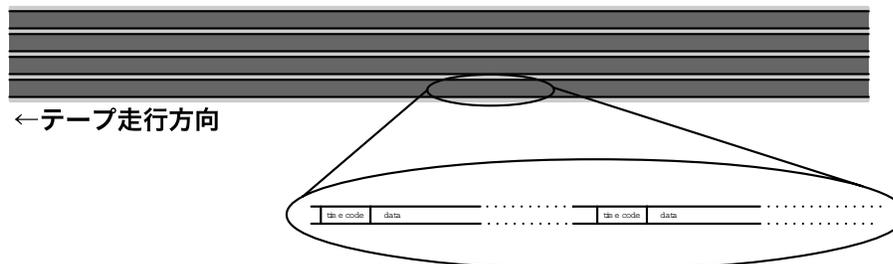


Figure 4.48: 固定磁気ヘッドと直線トラックの組合せによる磁気テープの記録方法。記録トラックは長手方向に連続した直線になる。

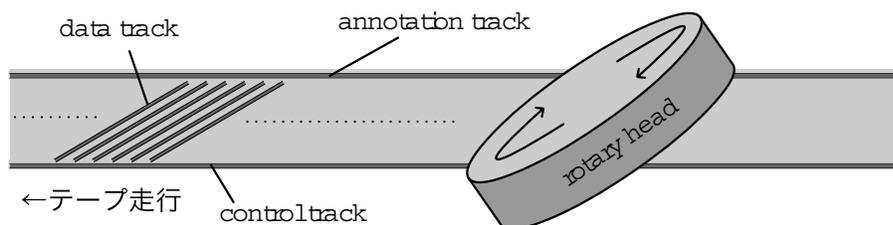


Figure 4.49: 回転ヘッドによる磁気テープ記録。記録トラックは斜めの短冊状に区切られる。control track や annotation track は固定磁気ヘッドによる記録トラックで、ここにカウンターや時刻符号を記録できる。

1. 直線トラック型テープ記録

オープンリールテープでは、固定されたヘッドに対して磁気テープが走行することで記録・再生が行われるので、記録トラックは長手方向に連続した直線になる。時刻符号は各トラック毎に、データストリーム中に挿入する必要がある。データ入出力の速度が一定になるように、データに上書きして時刻符号を書き込むことが多い。この場合、時刻符号が関連データに対して悪影響を与える可能性があるため、それを避けるために再生側では時刻符号をデコードしたのちに、その部分にさらにランダムコードを埋め込んで出力する。従って、時刻符号の分だけ有効なデータ量は減少し、信号雑音比は低下するが、その割合はわずかである。この方式の問題点は、再生しないと時刻符号を読み出せないため、テープの頭出しが困難なことである。テープの全長を再生しないと、目的とする時刻符号に到達できないかもしれないので、時間を要する。そのため、記録時に制御計算機がログを残し、再生する相関局へと送付する。ログの喪失は致命的である。

2. 回転ヘッド型テープ記録

回転ヘッド型テープ記録では、データトラックが斜めの短冊状に区切られる。記録ヘッドが回転ドラムの N 箇所に付けられているとすると、ドラム 1 回転毎に N 個のトラックが記録される。各トラック毎に記録が不連続になるので、その先頭を時刻のタイミング信号として用いることができる。データトラックとは別に、固定磁気ヘッドによる直線トラック (control track や annotation track) を平行して設けるのが普通で、ここにカウンターや時刻符号を記録できる。この方式の特徴は、テープの走行速度がゆっくりであることだ。高速記録にはヘッドとテープとの相対速度を上げることが重要になるが、この方式ではヘッドの回転速度で相対速度を稼ぐことができるので、テープの走行はゆっくりでよい。したがって、テープの早送り・巻き戻しは再生速度に比べて数十倍高速であり、頭出しが短時間でできる。

3. ランダムアクセス記録

テープがシーケンシャルアクセスしかできないのに対して、ハードディスクなどの記録媒体はランダムアクセスできる。このため、記録フォーマットの自由度は高い。計算機での利用の便を考えて、ファイルシステムにしてしまうのが普通である。適切なサイズのファイル毎にヘッダー部とデータ部を設け、時刻符号を含めた観測情報をヘッダー部に記録し、サンプリングされたデータをデータ部に格納すればよい。適当なまとまり毎にディレクトリを作成することで、整理が容易になる。頭出しは一瞬で可能だし、検索も容易にできる。

エラーレート

その他、記録装置・媒体には、ビットエラーレート (BER : Bit Error Rate) が低いことが求められる。ただし干渉計のデータ記録に用いる場合、計算機の記憶装置などに要求される程には BER は低くなくてもよい。

計算機で用いるデータなどでは、たとえば符号ビットが反転するだけでとんでもない事態を引き起こすので、BER $\sim 10^{-15}$ 程度と極めて低く押さえられている。もちろん媒体の生の状態ではこのような低い BER は得られないので、誤り訂正符号を用い冗長的にデータを記録することで、低い BER が実現できる。

干渉計のデータは BER が大きくても影響は限定的である。BER $\sim 10^{-2}$ 程度でも、システム雑音温度が 1% 増す程度の影響で済む。従って、記録速度のパフォーマンスを低下させてまで誤り訂正符号によって BER を低減するのは無駄である。ただし、ビットメイクやビットスリップによってサンプリングタイミングがずれると、重要な測定量である遅延時間が狂う。このため、定期的に時刻符号を挿入してタイミングを維持することが重要である。

4.7.3 記録装置の実際

Table 4.4 に、VLBI で用いられているさまざまな記録装置を載せる。

References

- [1] Jarosik, N. et al. 2003, ApJS, 145, 413
- [2] Kooi, J. W. et al. 2000, Int J. IR and MM Waves, 21, 689
- [3] Vila Vilaró, B. et al. 2005, ALMA Memo 531



Figure 4.50: (左) VERA 記録システムに用いられる DIR-2000 記録装置 (右) DIR-2000 用のカセットテープ



Figure 4.51: 三鷹相関局に設置された再生装置 (左) 8 台のカセット交換機 (右) 各カセット交換機には、2 台の DIR-1000 または DIR-2000 と、16 巻のカセットテープを格納できる。



Figure 4.52: (左) 三鷹相関局に設置された S2 および VLBA 記録装置 (右) VLBA 記録装置

Table 4.4: 主な VLBI 記録装置

記録システム	開発年	記録媒体	記録装置	記録速度 (Mbps)	容量 (GB)	開発元
Mark-3	1977	オープンリール	Honeywell M96	112	11	MIT/Haystack
K-3	1983	オープンリール	Honeywell M96	128	12	通総研鹿島
Mark-3A	1984	オープンリール	Honeywell M96	112	138	MIT/Haystack
K-4	1990	カセットテープ	DIR-1000	256	115	通総研鹿島
VLBA	1990	オープンリール	Honeywell M96	256	138	NRAO
S-2	1992	カセット×8	Honeywell M96	128	230	SGL/NRC
VSOP	1994	カセットテープ	DIR-1000	256	115	国立天文台
Mark 4	1997	オープンリール	Honeywell M96	1024	680	MIT/Haystack
VERA	2001	カセットテープ	Sony DIR-2000	1024	640	国立天文台
K-5	2002	3.5" HDD×8	ディスクアレイ	2048	120 × 8	通総研鹿島
Mark 5	2002	3.5" HDD×8	ディスクアレイ	1024	120 × 8	MIT/Haystack

Chapter 5

大気による干渉計観測への影響

廣田朋也

5.1 大気による干渉計観測への影響

電波干渉計による観測で最も重要なことは、ビジビリティの振幅と位相を精度よく測定することである。振幅は、2台の電波望遠鏡で受信されるパワーの相関される成分どうしの相乗平均で決まる(式 3.37)。一方、位相は2台の干渉計素子アンテナ間に到達する電波の到達時間差、つまり遅延時間と周波数によって決まる(式 3.14)。干渉計観測において、これらビジビリティ振幅と位相の測定に最も障害となるのは、大気による影響である。地球上に干渉計素子アンテナがある限り、受信機に到達する天体からの電波は必ず大気の中を通り、大気による吸収、屈折、位相揺らぎの影響を受ける。大気による吸収の影響で、天体からの電波は減衰し、特にサブミリ波帯では標高が高く乾燥したサイトでなければ観測は不可能になる。また、大気中では屈折や位相揺らぎによって、コヒーレンスロスによる強度の低下や分解能の悪化、ポインティングのエラーなどの影響が出る。本章では、これらの影響について説明する。

5.2 吸収

地球の大気は、対流圏、成層圏、中間圏、熱圏に分かれる(詳細は理科年表の「超高層大気」の項など他の文献を参照)。このうち、干渉計観測に最も影響があるのは、対流圏(troposphere)である。以下の説明では、単に「大気」という場合でもほとんどは「対流圏」を指している。対流圏は高度約10 kmsまでの大気の底にあたり、成分は窒素 N_2 、酸素 O_2 、水蒸気 H_2O などからなる。このうち、 O_2 と H_2O はセンチ波からミリ波・サブミリ帯にいくつかの吸収があるため、電波の透過率はFigure 5.1のように周波数によって大きく異なる。 H_2O による吸収は、電波領域では主に回転遷移によるものである。一方、 O_2 は電気双極子モーメントを持たないが、電子のスピンにより三重項状態になっており、磁気双極子モーメントによる遷移で吸収が起きている。日本国内の電波望遠鏡サイトで観測されているセンチ波からミリ波にかけての周波数付近でも、22 GHz(H_2O)、60 GHz(O_2)、118 GHz(O_2)、183 GHz(H_2O)などの吸収があり、22 GHz以外の吸収帯では地上からの観測はほとんど不可能である。国立天文台野辺山でも、45 m望遠鏡にはS40受信機とS80受信機の中間の周波数の受信機が搭載されていない、受信機115 GHzの $^{12}CO(J=1-0)$ の観測条件は天候によって大きく変化するが、少し周波数の離れた109 GHzの $C^{18}O(J=1-0)$ や110 GHzの $^{13}CO(J=1-0)$ は比較的観測が容易にできる、ということから大気による吸収の影響を実感できる。さらに波長が短いサブミリ波帯になると、 H_2O 分子の回転遷移による吸収が、325 GHz、380 GHz、439 GHz、448 GHz、475 GHz、557 GHz、621 GHz、752 GHz、988 GHz、1097 GHz付近にあるが、これらの遷移や赤外領域の吸収線が圧力によって広がることで吸収帯はほぼ連続的になり、周波数が高くなるにつれて大気の透過率は極端に小さくなっている(Figure 5.1)。そのため、野辺山のような標高1000mクラスのサイトでもサブミリ波観測は不可能になり、富士山頂や南極、マウナケア山頂、アタカマ砂漠のような低温で標高が高く、乾燥したサイトに望遠鏡を建設しなければならなくなる。

5.2.1 大気による吸収量の測定

ここでは、干渉計に限らず、電波望遠鏡による観測時に一般的に行われている大気による吸収量の測定方法について紹介する。

Figure 5.2のような、平行平板の大気を考える。天頂からの角度を $Z = \frac{\pi}{2} - EL$ 、天頂方向の大気の高さを L_0 とすると、天頂角 Z の時の大気の高さは $L(Z) = L_0 / \cos Z = L_0 \sec Z$ と表される。大気中の水蒸気による吸収は電波が通過する大気の高さ $L(Z)$ に比例するため、天頂角 Z の時の大気の光学的厚み $\tau(Z)$ (吸収量を表す係数)も $L(Z)$ に比例する。つまり、天頂方向の光学的厚みを τ_0 とすると、

$$\tau(Z) = \tau_0 \sec Z \quad (5.1)$$

$$\sec Z \equiv 1 / \cos Z \quad (5.2)$$

の関係が成り立つ。

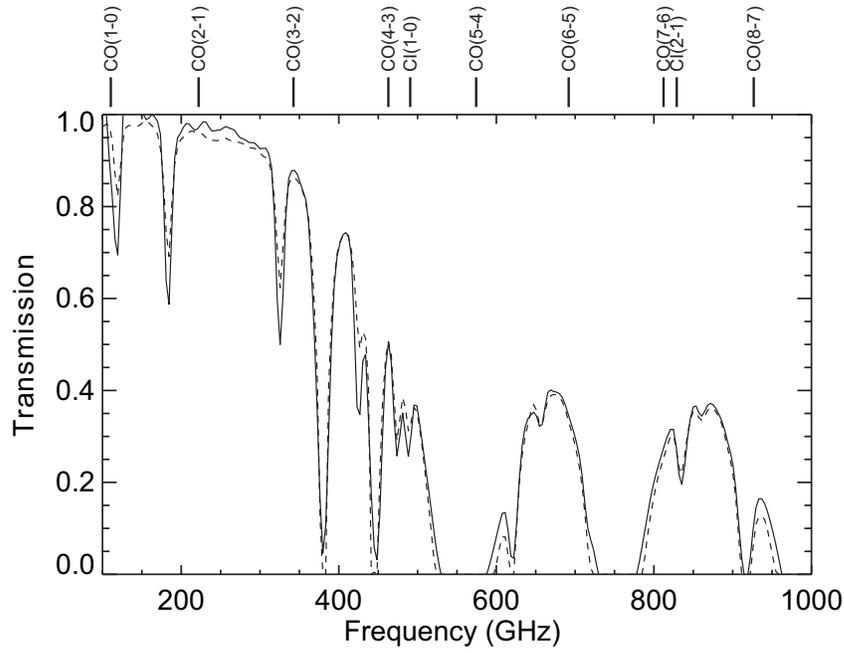


Figure 5.1: アタカマ砂漠での大気透過率測定結果 (Matsuo et al. 1998)。ミリ波サブミリ波帯で観測される CO、Cl スペクトル線の周波数も示した。

これを用いると、大気温度（気温）を T_{atm} とすると、天頂角 Z の時の大気からの電波の放射強度の観測値 $V(Z)$ は

$$V(Z) = G_s [T_{atm}(1 - e^{-\tau_0 \sec Z}) + T_{rx} + T_{ant} + \dots] \quad (5.3)$$

と表される。ここで、 G_s ¹は大気の放射強度をアンテナ温度 T の次元で表す時と観測される電圧値 V で表す時の変換係数である。第2項以降は、 T_{rx} は受信機の雑音温度（雑音の強度を温度の次元で表したもの）、 T_{ant} はアンテナに起因するブロッキング、スピルオーバーなどの雑音温度、... など観測装置に起因する雑音からの寄与である。式 (5.3) では宇宙背景放射を無視しているため、背景放射からの寄与も4項目以降にくり込まれることになる。一方、温度 T_{amb} の電波吸収体（一般的には、チョッパーホイール、R-Sky、などと呼ばれる）からの電波の放射強度を測定すると、その強度 V_R は

$$V_R = G_s [T_{amb} + T_{rx} + T_{ant} + \dots] \quad (5.4)$$

と書ける。 T_{atm} は吸収が起こる水蒸気が存在する領域の温度である。厳密には、 T_{atm} は水蒸気の分布するスケールハイト 1 km 付近までの温度分布や水蒸気の密度分布を仮定して決めなければならないが、現実的には困難である。そこで、一般的には、 T_{atm} は地上付近の気温に等しいと仮定し、さらに電波吸収体の温度 T_{amb} も気温に等しいと仮定することが多い。この時、式 (5.3)、(5.4) は

$$V_R - V(Z) = G_s [T_{atm} e^{-\tau_0 \sec Z}] \quad (5.5)$$

のような簡単な形で表される。式 (5.4)、(5.5) から G_s を消去すると、

$$\frac{V_R - V(Z)}{V_R} = \frac{T_{atm}}{T_{atm} + T_{rx} + T_{ant} + \dots} e^{-\tau_0 \sec Z} \quad (5.6)$$

¹簡単のため、ここでは SSB の場合の式を書いているが、基本的には DSB でも同じ考え方で議論ができる。

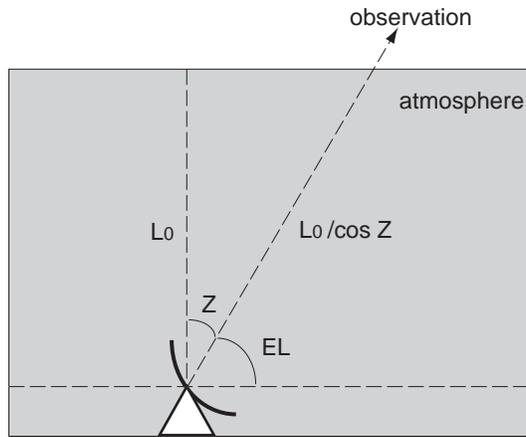


Figure 5.2: 平行平板大気の模式図。

が得られる。式 (5.6) の対数を取ることで、

$$\ln \left[\frac{V_R - V(Z)}{V_R} \right] = \ln \left[\frac{T_{atm}}{T_{atm} + T_{rx} + T_{ant} + \dots} \right] - \tau_0 \sec Z \quad (5.7)$$

が得られる。式 (5.7) を一次関数でフィッティングすることによって、天頂方向の大気の光学的厚み τ_0 、受信機やアンテナなど観測装置の雑音温度が求められる。測定結果の例を Figure 5.3 に示す。受信機やアンテナなど観測装置起因の雑音温度のうち、最も寄与が大きいのは受信機雑音であるため、 $(T_{rx} + T_{ant} + \dots)$ など全てをまとめて「受信機雑音温度」と呼ばれることもある。しかし、ここで言う「受信機雑音温度」は、純粋に受信機だけの寄与を意味するものではないことに注意が必要である (7.1.5、7.1.6 章参照)。

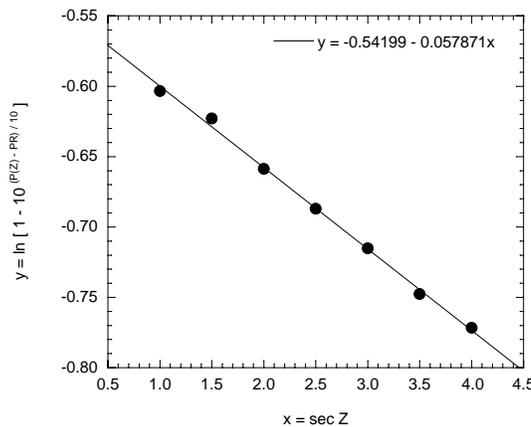


Figure 5.3: VERA 観測局における大気透過率の測定結果の実例。直線の傾きから、 $\tau_0 = 0.057871$ 、気温 0 度を仮定すると、装置に起因する雑音温度 $(T_{rx} + T_{ant} + \dots) = 196.5$ K、天頂方向の大気こみシステム雑音温度 $T_{sys} = 226.3$ K が得られる。

大気の透過率は、ハワイのマウナケア山頂や ALMA 建設候補地のサイトサーベイでの多くの測定例がある。Figure 5.1 はその一例である。CSO で現在稼働中の大気透過率測定用ラジオメータや ALMA サイトサーベイ用のラジオメータでは、主に 225 GHz (220 GHz) 帯の観測が行われ、他の周波数帯の透過率は経

験的な以下のような関係式

$$\tau_{225} \simeq 0.01 + 0.04 \times \left(\frac{w}{[\text{mm}]} \right) \quad (5.8)$$

$$\tau_{345} \simeq 0.05 + 2.5 \times \tau_{225} \quad (5.9)$$

$$\tau_{820} \simeq \tau_{690} \simeq \tau_{490} \simeq 20 \times (\tau_{225} - 0.01) \quad (5.10)$$

から推定されることもある (Masson 1994; Hirota et al. 1998)。ここで、 w は可降水量 (precipitable water vapor column) で、単位は mm である。

また、フーリエ分光器により、ミリ波からサブミリ波までのほぼ全周波数帯での大気透過率の観測も行われている (Matsuo et al. 1998; Matsushita et al. 1999; Matsushita & Matsuo 2003)。

5.2.2 システム雑音温度

電波望遠鏡による観測では、大気による吸収や装置に起因する雑音を全てまとめて、温度に換算したシステム雑音温度 T_{sys} で表すことが多い。システム雑音を用いることで、観測された信号の信号雑音比を計算したり、信号の輝度温度やフラックスを簡単に求めることが可能になる。ここでは、システム雑音温度の定義と測定法について述べておく。

3K のマイクロ波宇宙背景放射スペクトルを、光学的厚み τ の大気を通して地上から観測する場合、輝度は輻射輸送の方程式を用いて

$$I_\nu(\tau) = I_{\nu,cmb}e^{-\tau} + I_{\nu,atm}(1 - e^{-\tau}) \quad (5.11)$$

$$I_{\nu,cmb} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (5.12)$$

と表すことができる。電波領域では Rayleigh-Jeans の近似が成り立つ場合が多いため、

$$I_\nu \simeq \frac{2kT\nu^2}{c^2} \quad (5.13)$$

のようになり、電波の強度が温度に比例する。そこで、電波の強度を全て温度の次元 (輝度温度) で表すと、式 (5.11) は

$$T(\tau) = T_{cmb}e^{-\tau} + T_{atm}(1 - e^{-\tau}) \quad (5.14)$$

のように変換できる。 $T(\tau)$ は空を観測したときの輝度温度 (アンテナ温度)、 T_{cmb} は宇宙背景放射の温度 (~ 2.73 K)、 T_{atm} は大気温度である。 T_{atm} は厳密には気温ではなく、大気の放射する電波強度に対応する黒体の温度である。厳密には、輝度温度は後で述べる式 (5.22) のように表されるが、ここでは簡単のために式 (5.13) を用いて表している。式 (5.14) の右辺第 1 項は宇宙背景放射の信号成分、第 2 項は大気からの雑音成分である。実際に測定されるアンテナ温度には、大気以外にも受信機やアンテナなど装置に起因する雑音成分が含まれるため、観測されるアンテナ温度は式 (5.3) と同様に、

$$T(\tau) = T_{cmb}e^{-\tau} + T_{atm}(1 - e^{-\tau}) + T_{rx} + T_{ant} + \dots \quad (5.15)$$

のように表される。第 2 項以降は全て観測時の雑音からの寄与となっている。宇宙背景放射を観測した時の信号雑音比 (SNR , Signal-to-Noise Ratio) は、

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{T_{cmb}e^{-\tau}}{T_{atm}(1 - e^{-\tau}) + T_{rx} + T_{ant} + \dots} \\ &= \frac{T_{cmb}}{e^\tau [T_{atm}(1 - e^{-\tau}) + T_{rx} + T_{ant} + \dots]} \end{aligned} \quad (5.16)$$

であると考えられる。ここで、システム雑音温度 T_{sys} を

$$T_{sys} \equiv e^{\tau} [T_{atm}(1 - e^{-\tau}) + T_{rx} + T_{ant} + \dots] \quad (5.17)$$

のように定義する。観測法、積分時間、観測帯域幅を考慮すると、信号雑音比は

$$SNR = \alpha \frac{T_{cmb}}{T_{sys}} \sqrt{Bt} \quad (5.18)$$

のように表される。 α は 1 のオーダーの定数で、観測方法 (スイッチング、デジタル信号処理の方法など) に依存する。

また、天頂角 Z の天体を観測している時のシステム雑音温度 T_{sys} は、式 (5.3) を用いると、天頂角 Z で大気の放射強度を観測した時の出力 $V(Z)$ と

$$V(Z) = T_{sys} G_s e^{-\tau_0 \sec Z} \quad (5.19)$$

のような関係にあることがわかる。式 (5.3)、(5.4)、(5.5)、(5.19) を比較して、大気による吸収の影響を含んだシステム雑音温度は、

$$T_{sys}(Z) = \frac{V(Z)}{V_R - V(Z)} T_{atm} \quad (5.20)$$

によって得られる。式 (5.20) の $T_{sys}(Z=0)$ は、「大気込みシステム雑音温度」という意味で T_{sys}^* と表されることも多い。

5.2.3 チョッパーホイール法によるアンテナ温度較正

式 (5.20) のように求められた「大気込みシステム雑音温度」を用いて、天頂角 Z (仰角 $\frac{\pi}{2} - Z$) の天体観測時のアンテナ温度を求める簡便な方法の 1 つとして、チョッパーホイール法 (Chopper-wheel method、Ulich & Haars 1976 ; Kutner & Ulich 1981) がある。これは、いわゆる「チョッパー」、または「R-Sky」と呼ばれる電波吸収体の放射強度をキャリブレーションとすることによって、受信機出力をアンテナ温度に変換するという方法である。ここでは、チョッパーホイール法によるアンテナ温度較正法の原理、システム雑音温度の測定方法について、簡単にまとめる。

温度 T_{amb} のチョッパー (R) 観測時の受信機出力 V_R は、式 (5.4) のように表される。より厳密に DSB 受信機の場合を考えると、式 (5.4) は

$$V_R = G_s J(\nu_s, T_{amb}) + G_i J(\nu_i, T_{amb}) + V_{rx} \quad (5.21)$$

と書ける。ここで、 G_s 、 G_i はそれぞれ signal sideband ν_s 、image sideband ν_i での受信機のゲイン、 V_{rx} は受信機雑音、

$$J(\nu, T) \equiv \frac{h\nu/k}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (5.22)$$

は温度 T 、周波数 ν の黒体放射の輝度温度である。Rayleigh-Jeans の近似が成り立つ場合は、 $J(\nu, T) = T$ となる。一方、空 (Sky) 観測時の受信機出力 V_{sky} は、式 (5.3) のように表されるが、より厳密に DSB の場合を考え、さらにアンテナの能率なども考慮すると、

$$V_{sky} = G_s [\eta_l J'(\nu_s, T_s) + (1 - \eta_l) J(\nu_s, T_{sbr})] + G_i [\eta_l J'(\nu_i, T_i) + (1 - \eta_l) J(\nu_i, T_{sbr})] + V_{rx} \quad (5.23)$$

のように書ける。 η_l は rearward spillover、blockage、radiation loss の能率で、それぞれ

$$\eta_l = \eta_{rss} \eta_r \quad (5.24)$$

$$\eta_{rss} = \frac{\int_{2\pi} P_n(\Omega) d\Omega}{\int_{4\pi} P_n(\Omega) d\Omega} \quad (5.25)$$

$$\eta_r = \frac{G}{4\pi} \int_{4\pi} P_n(\Omega) d\Omega \quad (5.26)$$

で定義される。 P_n 、 G はそれぞれアンテナのパワーパターン、ゲインである。また、 $J'(\nu_s, T_s)$ 、 $J'(\nu_i, T_i)$ は signal sideband、image sideband における大気からの放射の輝度温度で、

$$J'(\nu_s, T_s) = J(\nu_s, T_m)[1 - e^{-\tau_s A}] + J(\nu_s, T_{bg})e^{-\tau_s A} \quad (5.27)$$

$$J'(\nu_i, T_i) = J(\nu_i, T_m)[1 - e^{-\tau_i A}] + J(\nu_i, T_{bg})e^{-\tau_i A} \quad (5.28)$$

のように表わされる。 T_m 、 τ_s 、 τ_i 、 A はそれぞれ大気からの放射領域の平均温度、signal sideband、image sideband における大気の光学的厚み、観測天体の高度における airmass であり、 $A = \sec Z$ である。以上の数式から、R-Sky の受信機出力の差

$$\begin{aligned} \Delta V_{cal} &\equiv V_R - V_{sky} \\ &= G_s[J(\nu_s, T_{amb}) - \eta_l J'(\nu_s, T_s) - (1 - \eta_l)J(\nu_s, T_{sbr})] \\ &\quad + G_i[J(\nu_i, T_{amb}) - \eta_l J'(\nu_i, T_i) - (1 - \eta_l)J(\nu_i, T_{sbr})] \end{aligned} \quad (5.29)$$

が得られる。

天体のスペクトルを観測した時の受信機出力 V_{source} は、

$$\begin{aligned} V_{source} &= G_s[\eta_l(1 - \eta_f)J'(\nu_s, T_s) + \eta_l\eta_f\{J(\nu_s, T_{ex})(1 - e^{-\tau})e^{-\tau_s A} \\ &\quad + J(\nu_s, T_{bg})e^{-\tau}e^{-\tau_s A} + J(\nu_s, T_m)(1 - e^{-\tau_s A})\} + (1 - \eta_l)J(\nu_s, T_{sbr})] \\ &\quad + G_i[\eta_l J'(\nu_i, T_i) + (1 - \eta_l)J(\nu_i, T_{sbr})] + V_{rx} \end{aligned} \quad (5.30)$$

と書ける。 η_f は forward beam coupling efficiency で、

$$\eta_f = \frac{\int_{source} P_n(\Psi - \Omega)B_n(\Psi)d\Psi}{\int_{2\pi} P_n(\Omega)d\Omega} \quad (5.31)$$

のように定義される。 $B_n(\Psi)$ は天体の輝度分布である。天体のスペクトル強度から空の放射 (背景放射) を差し引くと、

$$\begin{aligned} \Delta V_{source} &\equiv V_{source} - V_{sky} \\ &= G_s\eta_l\eta_f e^{-\tau_s A}(1 - e^{-\tau})[J(\nu_s, T_{ex}) - J(\nu_s, T_{bg})] \end{aligned} \quad (5.32)$$

が得られる。天体のアンテナ温度 (rearward spillover、blockage、radiation loss、大気による減衰を補正したアンテナ温度) は、

$$T_a^* \equiv \frac{\Delta V_{source}}{G_s\eta_l e^{-\tau_s A}} \quad (5.33)$$

$$\equiv \frac{\Delta V_{source}}{\Delta V_{cal}} T_c \quad (5.34)$$

$$= \eta_f(1 - e^{-\tau})[J(\nu_s, T_{ex}) - J(\nu_s, T_{bg})] \quad (5.35)$$

$$T_c \equiv \frac{\Delta V_{cal}}{G_s\eta_l e^{-\tau_s A}} \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} &= J(\nu_s, T_{sbr}) - J(\nu_s, T_{bg}) + \frac{G_i}{G_s}[J(\nu_i, T_{sbr}) - J(\nu_i, T_{bg})] \\ &\quad + (e^{\tau_s A} - 1)[J(\nu_s, T_{sbr}) - J(\nu_s, T_m)] + \frac{G_i}{G_s}\{J(\nu_i, T_{sbr}) - J(\nu_i, T_m)\} \\ &\quad + \frac{G_i}{G_s}(e^{\tau_s A - \tau_i A} - 1)[J(\nu_i, T_m) - J(\nu_i, T_{bg})] \\ &\quad + \frac{e^{\tau_s A}}{\eta_l}[J(\nu_s, T_{amb}) - J(\nu_s, T_{sbr})] + \frac{G_i}{G_s}\{J(\nu_i, T_{amb}) - J(\nu_i, T_{sbr})\} \end{aligned} \quad (5.37)$$

と書ける。SSB の場合、 $G_i \ll G_s$ より、

$$\begin{aligned}
T_c &= [J(\nu_s, T_m) - J(\nu_s, T_{bg})] \\
&+ e^{\tau_s A} [J(\nu_s, T_{sbr}) - J(\nu_s, T_m)] \\
&+ \frac{e^{\tau_s A}}{\eta} [J(\nu_s, T_{amb}) - J(\nu_s, T_{sbr})]
\end{aligned} \tag{5.38}$$

と簡単な形にできる。式 (5.38) の第 1 項は大気による吸収に依存しない定数項、第 2 項は大気の温度と rearward spillover、blockage、radiation loss による放射温度の差の補正項、第 3 項は R の温度と rearward spillover、blockage、radiation loss による放射温度の差の補正項を表わしている。なお、DSB の場合は、 G_i と G_s の比を輝度温度既知のラインを観測するなどして補正しなければならない。

一般的には、大気の温度、R の温度、rearward spillover、blockage、radiation loss による放射温度が全て等しいと近似し、さらに、背景放射が小さく、大気の温度が Rayleigh-Jeans の近似が可能であることを用いて、

$$T_c \sim T_{amb} \tag{5.39}$$

のように表わすことができると考えられている。式 (5.34)、(5.39) から、

$$T_a^* \sim \frac{\Delta V_{source}}{\Delta V_{cal}} T_{amb} \tag{5.40}$$

のように、天体のアンテナ温度が得られる。式 (5.40) から分かるように、 T_a^* は大気の影響、スピルオーバーなどによる能率には依存せず、大気の影響、rearward spillover、blockage、radiative loss が補正された、天体の電波強度を得ることができる。

大気こみのシステム雑音温度 T_{sys} は、式 (5.20) のように求められている。式 (5.20) と式 (5.40) を用いると、システム雑音温度とアンテナ温度の関係は、

$$T_a^* \sim \frac{\Delta V_{source}}{V(Z)} T_{sys} \tag{5.41}$$

のようになる。

まとめると、チョッパーホイール法によるアンテナ温度較正では、R、Sky、天体からの受信機出力の差 ΔV_{source} と ΔV_{cal} 、または ΔV_{source} と V_R の観測結果をアンテナ温度スケールに変換する。これらの計算の中では、

1. Rayleigh-Jeans の近似が成り立つ ($J(\nu, T) \sim T$)。
2. 宇宙背景放射は無視できる ($T_{bg} \ll T_{amb}$ など)。
3. rearward spillover などのロスによる放射温度は、R の温度と一致している ($T_{sbr} \sim T_{amb}$)。
4. R の温度と大気の放射領域の温度は一致している ($T_m \sim T_{amb}$)。

のような近似が暗黙の了解のうちに行われている。これらの影響により、アンテナ温度の測定値には数%-10%程度の誤差が含まれる。例えば、観測地の気温約 300 K に対して、R との温度差や実際に大気の放射の温度に ± 30 K の誤差があれば、それだけで温度スケールの較正に 10%程度の不定性が生じることになる。

5.3 屈折

大気は屈折率が 1 ではなく、しかも場所や気象条件によって変化する。そのため、大気中を通過する天体からの電磁波は屈折の影響を受ける。その結果、電波望遠鏡だけでなく、あらゆる波長帯の望遠鏡で観測す

る場合でも、Figure 5.4 のように、天体からの電磁波は実際に天体がある位置よりも仰角が高く浮き上がって見える。これを大気差と呼んでいる。大口径の電波望遠鏡では、大気差の補正を正しく行わなければ、低仰角では望遠鏡のポインティングも全く合わなくなる。また、屈折率が異なる経路を通過する電波には光路長差が生じる。相関器による遅延追尾や水蒸気ラジオメータ法による位相補償観測では、なんらかの方法でアンテナごとの伝播遅延を推定し、正しく補正を行わなければフリンジの検出すらできないことになる。

屈折率を議論する場合、観測地での空気屈折率を n_0 とすると、真空での屈折率からの差分が用いられる場合が多い。

$$N \equiv (n_0 - 1) \times 10^6 \quad (5.42)$$

を定義すると、 N は以下の経験的な式で表される (Thompson et al. 2001)。

$$N = 77.6 \frac{p_D}{T} + 64.8 \frac{p_v}{T} + 3.776 \times 10^5 \frac{p_v}{T^2} \quad (5.43)$$

$$= 77.6 \frac{P}{T} - 12.8 \frac{p_v}{T} + 3.776 \times 10^5 \frac{p_v}{T^2} \quad (5.44)$$

$$N \simeq \frac{77.6}{T} \left(P + 4810 \frac{p_v}{T} \right) \quad (5.45)$$

p_D 、 p_v 、 P はそれぞれ乾燥大気分圧、水蒸気分圧、大気圧 ($P = p_D + p_v$ 、全て hPa)、 T は気温 (K) である。式 (5.43) の第 1 項と第 2 項は空気中の乾燥大気成分の分子と水蒸気成分の紫外線領域の電子遷移に起因し、第 3 項は水分子の永久双極子モーメントによる回転遷移に起因する。式 (5.45) は Smith-Weintraub の式と呼ばれる 280 K 付近、100 GHz 付近の近似式である。式 (5.45) の精度は 100 GHz 以下では 1% の誤差であるが、高次の項を加えることでさらに精度を上げることができる。式 (5.43) で、永久双極子モーメントの項を無視した式、つまり式 (5.43) の第 3 項を 0 と近似した式

$$N \simeq 77.6 \frac{p_D}{T} + 64.8 \frac{p_v}{T} \quad (5.46)$$

は可視光帯での屈折率の式となる。

飽和水蒸気 p_{vs} は、Crane(1976) によると

$$P_{vs} = 6.11 \left(\frac{T}{273.16} \right)^{-5.3} \exp \left[\frac{25.2(T - 273.16)}{T} \right] \quad [\text{hPa}] \quad (5.47)$$

のように近似できる。この近似式は、 $T=240-310$ K では誤差 1% 以下の精度となっている。湿度 H は、 p_v/p_{vs} で定義される。式 (5.45) から屈折率を計算する際、最も推定が困難なパラメータは水蒸気分圧 p_v である。大気中の水蒸気密度は、1 km 程度のスケール高で減衰する指数関数的な分布をしており、地上の気温や湿度、気圧などの気象パラメータとは必ずしもよい相関があるとはいえないからである。実際には、水蒸気圧を求める場合は、地上付近の気象データから推定するという近似をするか、あるいは大気モデルを取り入れて地上付近の気象データと合わせて推定の精度を上げるようにしている。

Figure 5.4 のような屈折の影響を考えると、スネルの法則から

$$\Delta z \simeq a_1 \tan z_0 - a_2 \tan^3 z_0 \quad [\text{rad}] \quad (5.48)$$

$$a_1 = (n_0 - 1)(1 - H) \quad [\text{rad}] \quad (5.49)$$

$$a_2 = -\frac{1}{2}(n_0 - 1)^2 - (n_0 - 1)H \quad [\text{rad}] \quad (5.50)$$

$$H = 0.001254 \left(\frac{273.15 + T}{273.15} \right) \quad (5.51)$$

という式が得られる (式は理科年表の天文部・大気差の章を参照、導出過程は、Thompson et al. 2001、Stone 1996 などを参照)。ここで、 H は地球半径を単位とした大気のスケールハイトである。また、 Δz は

実際に生じるポインティングオフセット、 a_1 、 a_2 は定数項で、角度の次元は全てラジアンである。平均的な大気の下では、 $a_1 \sim 56$ 秒角、 $a_2 \sim 0.07$ 秒角となっている (Thompson et al. 2001)。

これらの計算例を、Figure 5.4 に示した。屈折の影響により、22 GHz 帯では低仰角になると数分角の大気差補正が必要となる。この大きさは 10m クラスの電波望遠鏡のビームサイズに比べてはるかに大きく、電波望遠鏡で観測をする場合、天体の位置は観測時刻と望遠鏡のある緯度・経度・標高や天体の赤道座標から単純に仰角と方位角を計算してアンテナを駆動しただけではポインティングが全く合わないことが分かる。そのため、気象データを取得し、大気差を補正することが必要不可欠となる。

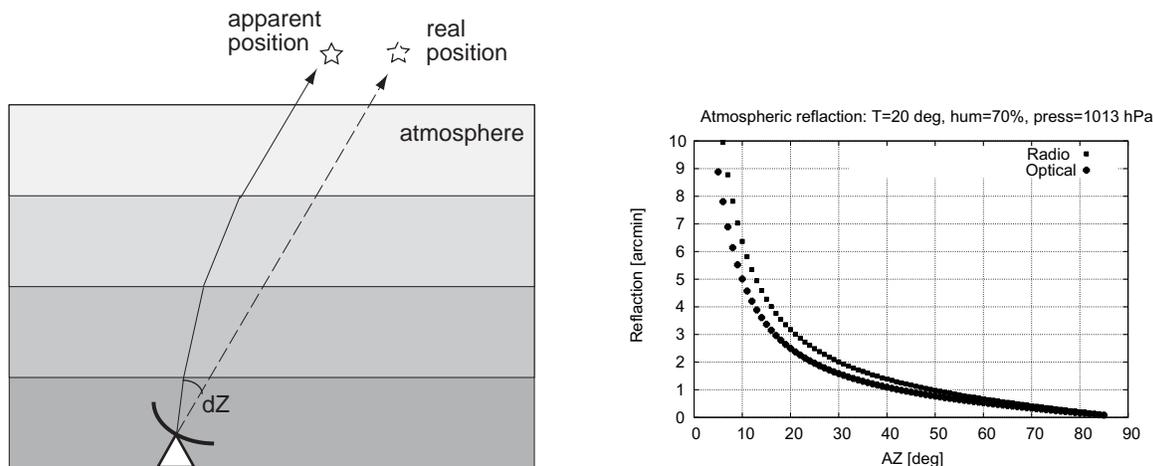


Figure 5.4: (左) 大気による屈折 (大気差) の概略。(右) 22 GHz 帯での大気差補正值の計算例。VERA で実際に使用しているプログラムの計算結果をプロットした。Radio が式 (5.43)、Optical が式 (5.46)。

5.4 対流層における水蒸気による位相揺らぎ

大気を通して天体の観測を行う地上アンテナによる電波干渉計では、大気の屈折率が時間的、空間的に変動している影響で、アンテナごとに異なる伝播遅延の影響を受ける。伝播遅延の成分としては、時間変動がほとんどない静的 (static) な成分と激しく時間変動する動的 (dynamic) な成分に分けられるが、このうち動的成分の寄与により大気の屈折率は時間的、空間的に激しく変動し、位相揺らぎが生じることになる。位相揺らぎの原因として最も主要な成分は、対流圏中の水蒸気成分である。対流圏の成分のうち、酸素や窒素などの乾燥大気による屈折率は時間的な変動がほとんどないのに対して、水蒸気は時間的、空間的に非一様な密度分布をしており、異なるアンテナで観測を行う干渉計では、各アンテナで受信される電波はそれぞれ異なる屈折率の媒質中を伝播することになり、結果的に干渉計で受信される電波の位相がそろわないことになるのである。これは、可視光での観測では“シーイング”に対応する。10-1000 km オーダー離れたアンテナで観測を行う VLBI だけでなく、10-100 m 間隔の結合素子型干渉計でも気象条件によってはイメージングに致命的な影響を与え得る。

対流圏中の大気の屈折率 n は当然真空の屈折率とは異なる。そのため、屈折率 n の大気中の距離 D を通過した電波の位相は

$$\phi_e = \frac{2\pi}{\lambda} nD \quad (5.52)$$

と表され、光路長 L_e は

$$L_e = \lambda \frac{\phi_e}{2\pi} = nD \quad (5.53)$$

となる。屈折率のうち、乾燥大気と水蒸気の寄与はそれぞれ

$$N = N_d + N_{wv} \quad (5.54)$$

$$N_d = 2.2 \times 10^5 \rho_{tot} \quad (5.55)$$

$$N_{wv} = 1.7 \times 10^9 \frac{\rho_{wv}}{T_{atm}} \quad (5.56)$$

のような関係が知られている。 N は屈折率 n と式 (5.42) のような関係がある。ここで、 N_d は乾燥大気の寄与分、 N_{wv} は水蒸気の寄与分、 ρ_{tot} は大気の密度 (単位は g cm^{-3})、 ρ_{wv} は水蒸気の密度 (単位は g cm^{-3}) である。可降水量 (precipitable water vapor column) w は、

$$w = \frac{1}{\rho_w} \int_0^\infty \rho_{wv} dh \quad (5.57)$$

$$\sim \frac{1}{\rho_w} D \rho_{wv} \quad (5.58)$$

のように表される。 ρ_w は水の密度で、 $\rho_w = 1 \text{ g cm}^{-3}$ である。式 (5.52)、(5.53)、(5.56) を用いて、光路長、位相は

$$L_e = 1.7 \times 10^3 \frac{w}{T_{atm}} \sim 6.3w \quad (5.59)$$

$$\phi_e \sim \frac{12.6\pi}{\lambda} w \quad (5.60)$$

と表される。式 (5.60)、(5.60) は 270 K で成り立つ近似式である。この光路長と可降水量の関係式はさまざまな条件下で実験的に確かめられている。この式を用いることで、可降水量から干渉計観測で必要な電波の位相の補正が可能になる。干渉計で観測される位相にも揺らぎが生じる原因は、 w が揺らぐためである。

5.5 位相揺らぎと構造関数

位相揺らぎの議論では、ある大きさを持った水蒸気の塊がアンテナ上空を通過する、という phase screen モデルを考える (Figure 5.5)。干渉計の基線長が水蒸気の塊のサイズよりも短ければ、2つのアンテナで受信される電波はほぼ同じ水蒸気の塊を通過することになり光路長差は小さいが、アンテナが離れるほど水蒸気の塊が独立になるため、光路長差が大きくなる。そのため、光路長差の時間変動は基線長が長いほど大きくなり、したがって位相揺らぎも大きくなると定性的に理解できる。

位相揺らぎの性質を定量的に記述するのが、構造関数 ((spatial phase) structure function) $D_\phi(b)$ と呼ばれる量で、

$$D_\Phi(b) \equiv \langle (\Phi(x+b) - \Phi(x))^2 \rangle \quad (5.61)$$

のように定義される (以下、Carilli & Holdaway 1999 とその参考文献)。 $\Phi(x)$ はある地点 x にあるアンテナで測定された位相、 $\Phi(x+b)$ は x から基線長 b 離れたアンテナで測定された位相、 $\langle \dots \rangle$ はアンサンブル平均を表す。電波干渉計の測定では、アンサンブル平均は時間平均に置き換えてもかまわない。この時、ベースライン b で得られるビジビリティ位相揺らぎの量は、

$$\Phi_{rms} \equiv \sqrt{D_\Phi(b)} \quad (5.62)$$

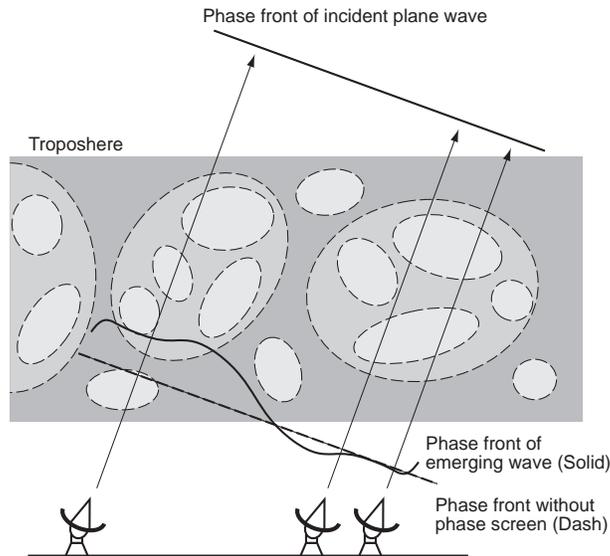


Figure 5.5: Phase screen モデルの概念図。対流圏内には大小さまざまなスケールの水蒸気の塊が存在している。天体からの平面波は、空間的、時間的に異なる屈折率の水蒸気の塊を通過することによって、光路長差が生じ、干渉計素子アンテナで受信される時には波面がゆがむ。近接するアンテナ（図の右2つのアンテナ）で受信される電波は共通の大気を通過するために光路長差は小さいが、離れたアンテナ（図の左のアンテナと右2つのアンテナ）間では異なる大気を通過するために光路長差が大きくなる。

で表される。詳細な議論は省略するが、Kolmogorov 乱流の理論によると、

$$\Phi_{rms}(b) = \frac{K}{\lambda_{mm}} b_{km}^{\alpha} \quad [\text{deg}] \quad (5.63)$$

のようになると予想される。 λ_{mm} は観測波長（単位は mm）、 b_{km} は基線長（単位は km）である。

Kolmogorov 乱流の理論によると、あるスケール距離 $b = W$ (outer scale length of the fluctuation) よりも長い基線長では $\alpha = \frac{1}{3}$ 、短い基線長では $\alpha = \frac{5}{6}$ になると予想される。これは、乱流層の広がりがある有限であることに起因する。 $b < W$ では、乱流は 3 次元的であり (thick screen)、 $b > W$ では乱流層は 2 次元的に近似できる (thin screen)。さらに、Kolmogorov 乱流の理論では、 $b > L_0$ で位相ゆらぎが基線長に依存しなくなる、つまり $\alpha = 0$ になると予想している。 L_0 は対流圏における水蒸気の揺らぎが相関を持つ最大の距離スケールに対応する。実際に VLA で測定された位相ゆらぎの基線長依存性を Figure 5.6 に示す。VLA サイトでは、基線長 1.2 km 以下では $\alpha=0.85$ 、1.2-6 km では $\alpha=0.41$ 、6 km 以上では $\alpha=0.01$ という結果が得られている。また、VLA サイトでは、冬季夜間は $K=220$ 、冬季日中と夏季夜間は $K=330$ 、夏季日中は 580 程度となっている (Sramek 1990)。標高が高く水蒸気量の少ない ALMA サイトでは、天候条件が良いときは $K=100$ 程度となっている。

W よりも小さい距離の範囲では、位相揺らぎは大気中の異なる領域を見る効果によって増加する。しかし、この距離を越えると、位相揺らぎは 2 地点間で無相関になるため、 $\Phi_{rms}(b)$ は大気構造の性質のみで決まる一定値となり、基線長には依存しなくなる。逆に、もし位相揺らぎが基線長が長くなるほど無限に大きくなるならば、地上での VLBI はほとんど不可能になってしまうことになる。

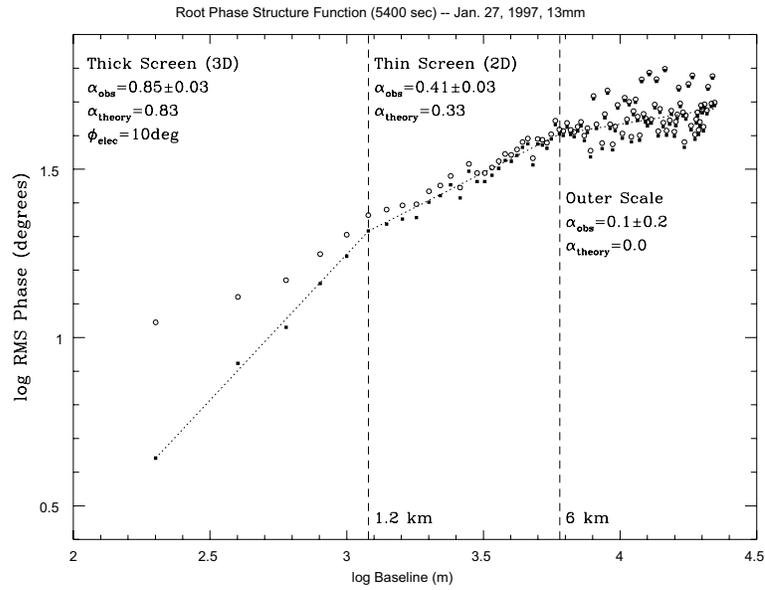


Figure 5.6: 構造関数 (root phase structure function) の測定例 (Carilli & Holdaway 1999)。横軸に基線長、縦軸に位相揺らぎの r.m.s. をプロットした。が VLA による 22 GHz 帯で 90 分間観測された電波源 0748+240 の位相揺らぎ、が から観測装置に起因する位相揺らぎ (10 度) を差し引いた残差を示している。構造関数のべきが変化するスケール長 (1.2 km、6 km) によって 3 つの領域に分けられる。観測時間は 90 分で、風速 10 m s^{-1} の時に乱流の移動距離は 54 km に対応する。乱流層の厚みは 1 km、outer scale length は 6 km と推定される。

5.6 位相揺らぎの影響

位相揺らぎがあることによって、電波干渉計観測は以下のような影響を受ける。これらの影響を避けるために、干渉計観測では Appendix B のような位相補償法が検討され、一部はすでに広く実行されている。

5.6.1 コヒーレンスロス

Φ_{rms} の位相揺らぎが含まれている場合、ビジビリティ $\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 \exp(i\Phi_{rms})$ の振幅は

$$\langle \mathcal{V} \rangle = \mathcal{V}_0 \langle \exp(i\Phi_{rms}) \rangle = \mathcal{V}_0 \exp\left(-\frac{\Phi_{rms}^2}{2}\right) \quad (5.64)$$

と表される。式 (5.64) はアンサンブル平均の代わりに時間平均を取っている。例えば、 $\Phi_{rms} = 1$ ラジアン の位相揺らぎがある場合、振幅は

$$\frac{\langle \mathcal{V} \rangle}{\mathcal{V}_0} = \exp\left(-\frac{\Phi_{rms}^2}{2}\right) \sim 0.61 \quad (5.65)$$

となり、約 40% のコヒーレンスロスが起こる。

5.6.2 シーイング

位相揺らぎにより、ビジビリティ振幅のロスが起こるだけでなく、電波でのシーイングが悪化し、分解能も悪化する。このため、位相揺らぎを較正することができなければ、どんなに基線長を長くしても電波干渉計

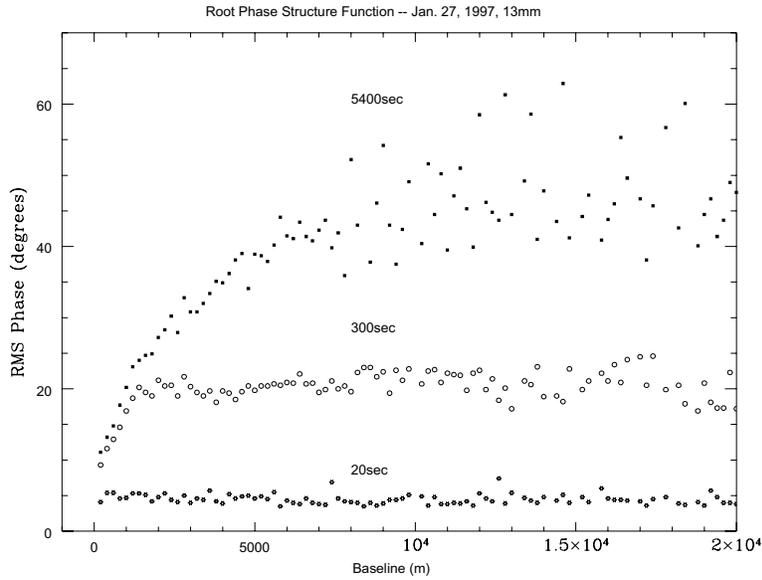


Figure 5.7: 構造関数の測定例 (Carilli & Holdaway 1999)。Figure 5.6 同様に、VLA による 22 GHz 帯での電波源 0748+240 で観測された位相揺らぎの基線長依存性をプロットした。は 5400 秒積分での結果で Figure 5.6 に示したものと同一データである。これは、スイッチングを行わない場合である。一方、は 300 秒、は 20 秒サイクルのスイッチングを想定した場合であり、高速スイッチングにより位相揺らぎが大幅に減少していることが分かる。

の分解能が回折限界ではなく、大気によって制限されることになる。式 (5.63)、(5.64) を用いると、ビジリティ振幅の基線長依存性が

$$\langle \mathcal{V} \rangle = \mathcal{V}_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{K'}{\lambda_{\text{mm}}} b_{\text{km}}^\alpha \right)^2 \right] \quad (5.66)$$

のように表される。ここで、 $K' = 2\pi K/360$ である。ビジリティ振幅が $1/2$ となる基線長は、

$$b_{1/2} = \left(\sqrt{2 \ln 2} \frac{\lambda_{\text{mm}}}{K'} \right)^{1/\alpha} \quad [\text{km}] \quad (5.67)$$

のように計算される。ALMA サイトでの値 $K' = 2\pi \times 100/360 = 1.75$ と $\alpha = 5/6$ を用いると、波長 1.3mm (230 GHz) 帯では $b_{1/2} = 0.9$ km と推定される。これは、位相揺らぎにより 1.3mm 帯での分解能が $\theta_{\text{seeing}} \simeq \lambda/b_{1/2} \simeq 0''.3$ に制限され、 $b_{1/2} = 0.9$ km よりも大きい基線長のデータは分解能の向上にはほとんど寄与しないことを意味する。ただし、基線長 1 km を超えると構造関数はほとんどフラットになり、位相揺らぎが基線長に依存しなくなる。そのため、シーイングは長い基線長でも無限に悪化するわけではない。

5.6.3 anomalous refraction

波長が短いサブミリ波帯や、大口径のアンテナでは、単一の電波望遠鏡のビーム内での位相揺らぎが大きい場合にポインティングが悪化する anomalous refraction という影響もある。例えば、乱流層が速度 $v = 10$ m s⁻¹ で望遠鏡の口径 $D = 10$ m を通過する時間は 1 秒であり、このタイムスケールで天体の位置が揺らぐことになる。そのため、望遠鏡のポインティングも揺らぎ、結果として干渉計素子アンテナの開口能率

が下がるのと同じ影響を及ぼす。ALMA の 12 m アンテナでは anomalous refraction によるポインティングオフセットは $0''.6$ 角程度と推定されており、特に高周波数帯での高精度なモザイク観測などではイメージングへの影響があると予想されている (2.3.7 章参照)。

5.7 位相揺らぎ測定の実際

位相揺らぎを調べる際、式 (5.61) の空間的な構造関数の代わりに、

$$D_{\tau}(\tau) \equiv \langle (\Phi(t + \tau) - \Phi(t))^2 \rangle \quad (5.68)$$

で定義される時間的な構造関数 (temporal structure function) $D_{\tau}(\tau)$ を測定することもある。水蒸気の塊が、構造を変えずに大気中を速度 v で移動する場合を考えると、 $D_{\tau}(\tau) = D_{\Phi}(v\tau)$ が成り立つ。VLA のように、様々な基線長のアンテナペアによって大気空間的な構造関数を計測することは実際には困難なため、普通は固定基線長の干渉計システムによって、時間的な構造関数を測定することで大気の位相揺らぎについて調べることが多い。

例えば、野辺山ミリ波干渉計などでは、3 台の小型アンテナによる干渉計システムを構成し、人工衛星からのビーコン波 (19.45 GHz) を受信することによって位相を測定するという位相モニター (シーイングモニター) が稼動している。この観測システムは、通信衛星からの 19.45 GHz ビーコン信号を 3 素子の 1.2m オフセットパラボラ鏡 + ベクトル電圧計のシステムで受信し、信号の相関を取るといってきわめてシンプルな干渉計システムとなっている。このシステムにより、Figure 5.8 のように野辺山観測所ではリアルタイムで大気の位相揺らぎを測定することが可能になっている。

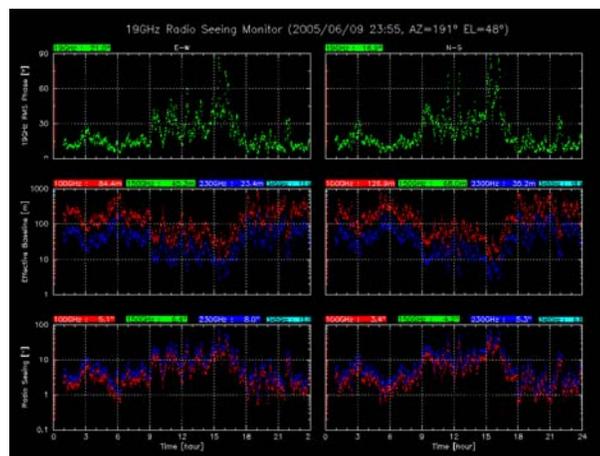


Figure 5.8: 野辺山での電波シーイングモニターによる測定結果。画面では、(上段)19.45GHz/300m ベースラインでみた位相のゆらぎ rms 値、(中段)19.45GHz で得られた位相ゆらぎを 100GHz または 230GHz でゆらぎに換算して求めた有効な最大ベースライン長 (位相ゆらぎの大きさが 1 radian 以下に収まる最も長いベースライン)、(下段) 電波シーイング (最大ベースライン長で達成される角度分解能) が、それぞれ東西方向、南北方向についてプロットされる。

位相モニターによる測定は、ミリ波干渉計サイトでの観測条件のリアルタイムでのモニターのほかに、ALMA や VERA の建設候補地での位相安定度のサイト調査でも長期間のモニター観測が行われており、これらのデータから、大気構造の研究なども可能になっている。このような位相モニターによって測定された時間構造関数を Figure 5.9 に示す。

位相モニターのほかにも、GPS によって天頂方向の遅延時間を測定することも可能で、VERA では相関器モデルや位相補償のデータ較正の精度向上に应用することを検討している。

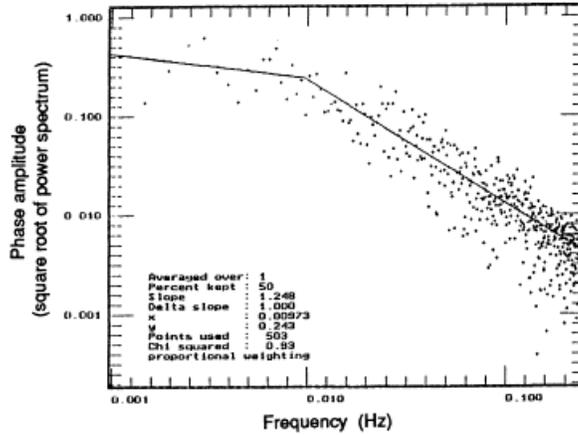


Figure 5.9: マウナケアで測定された基線長 100m の干渉計での位相揺らぎの時間依存性 (Masson 1994)。周波数は時間変化のスケールを表す。高周波数 (短時間) では、 $\phi(f) \propto f^{-1.25}$ のべきでフィッティングできる。一方、0.01 Hz よりも低周波数 (長時間) では、 $\phi(f) \propto f^{-0.25}$ に傾きが緩やかになっている。折れ曲がりの周波数から、phase screen model での風速の基線に沿った成分が推定できる。

5.8 電離層プラズマによる分散性遅延

天体から放射された電波が大気 (対流圏) 中を通過する際、場所や気象条件によって大気の屈折率が異なるために、アンテナごとに遅延時間差が生じることはすでに述べた。しかし、伝播遅延は対流圏での中性大気によるものだけでなく、電離層プラズマによる影響も受けている。

伝播遅延には、周波数に依存しない非分散性遅延と周波数に依存する分散性遅延がある。非分散性遅延は、おもに中性大気によるもので、水蒸気成分とそれ以外の分子 (酸素や窒素など) である乾燥大気によるものに二分されることはすでに述べた。一方、分散性遅延は、主に高度 60-10000 km の電離層中にある電子やイオンによって生じる。ただし、対流圏中の水蒸気によっても、水蒸気のラインのごく近傍の周波数帯では分散性の遅延の影響がある (Figure 5.10)。電離層中の電子やイオンは、遅延だけでなくファラデー回転により偏波角を回転させるという効果もあるが、これについては省略する。電離層を通過する電波に生じる光路長差は、

$$l_0 \sim 40.3 \text{ TEC} \left(\frac{\nu}{[\text{Hz}]} \right)^{-2} \quad [\text{m}] \quad (5.69)$$

とあらわされる (Thompson et al. 2001)。TEC は Total Electron Content の略で、視線方向の電子の柱密度 (m^{-2}) である。TEC は時刻 (昼か夜か)、季節、太陽活動によって大きく変動する。例えば、太陽活動の極大期の日中は、TEC は $5 \times 10^{17} \text{ m}^{-2}$ 以上となるが、夜間は $1 \times 10^{17} \text{ m}^{-2}$ に下がり、太陽活動の極小期には、TEC は極大期の 5-10 分の 1 程度になる。さらに、電離層プラズマによる伝播遅延も対流圏での中性大気による伝播遅延同様、静的成分と動的成分があるため、低周波数帯での観測 ($\sim 10 \text{ GHz}$ 以下) では電離層プラズマによる伝播遅延の補正、動的成分による位相揺らぎの補正を行う必要がある。特に、VLBI では観測局ごとに時刻や天体の仰角が大きく異なる場合もあり、これらの補正は必要不可欠である。

電離層プラズマの TEC は、太陽の黒点数、時刻、季節、その他パラメータを考慮した電離層モデルから推定してある程度の補正をすることができる。しかし、TEC の誤差は 40-50% もあり、十分な補正はできていない。また、TEC は地球磁場のモデルと合わせて通信衛星からの電波のファラデー回転測定によって求めることもできる。GPS による TEC の測定値は、NASA Goddard space flight center のウェブペー

ジなどから取得することもできる。低周波数帯での VLBI 観測では、複数周波数での観測によって群遅延を求め、電離層による分散性遅延を補正することができる。測地観測で X バンド (8GHz) と S バンド (2GHz) 同時観測を行うのは、電離層による分散性遅延を補正するためである。一方、ミリ波帯の高周波数になると電離層による遅延が及ばず位相誤差は小さく、一般的なミリ波干渉計や 22 GHz 帯以上の VLBI の観測データの位相較正時にはほとんど考慮されていない。しかし、ALMA や KVN、VLBA などで行われている (検討されている)、低周波数帯の天体を参照天体にし、高周波数でターゲット天体の位相補償を行う、という手法では、周波数依存性のある電離層による分散性遅延の影響も忘れてはならない。

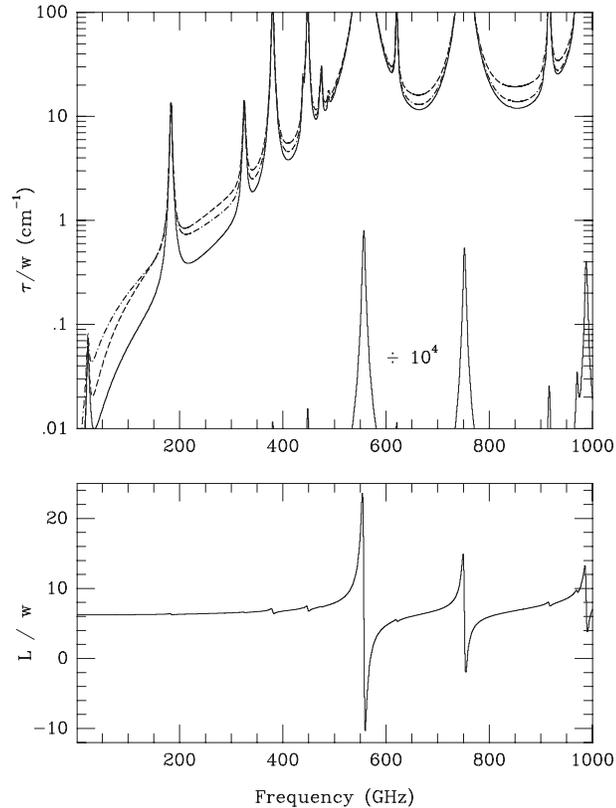


Figure 5.10: 大気の光学的厚み (上) と遅延 (下) の周波数依存性の計算値 (Sutton & Hueckstaedt 1996)。どちらも、可降水量 (mm) あたりの工学的厚みと遅延の値を図示している。温度は 270 K、気圧は 750 hPa。透過率の点線、鎖線、実線は大気モデルの違いによる。水分子の回転遷移の周波数、特に 557 GHz、752 GHz、988 GHz 付近で強い共鳴による分散性遅延の振る舞いが見られる。

References

- [1] Carilli, C. P. & Holdaway, M. A. 1999, MMA memo 262
- [2] Crane, R. K. 1976, in Method of Experimental Physics, Vol 12B, M. L. Meeks ed., (New York: Academic Press), 186
- [3] Hirota, T., Yamamoto, S., Sekimoto, Y., Kohno, K., Nakai, N., & Kawabe, R. 1998, PASJ, 50, 155
- [4] Kutner, M. L. & Ulich, B. L. 1981, ApJ, 250, 341

- [5] Masson, C. R. 1994, in ASP Conf. Ser. 59, Astronomy with Millimeter and Submillimeter Wave Interferometry, ed. M. Ishiguro & W. J. Welch (San Francisco: ASP), 87
- [6] Matsuo, H., Sakamoto, A., & Matsushita, S. 1998, PASJ, 50, 359
- [7] Matsushita, S., Matsuo, H., Pardo, J. R., & Radford, S. J. E. 1999, PASJ, 51, 603
- [8] Matsushita, S. & Matsuo, H. 2003, PASJ, 55, 325
- [9] Sramek, R. 1990, in Radio Astronomical Seeing, eds. J. Baldwin and S. Wang, (New York: Pergamon), 22
- [10] Stone, R. C. 1996, PASP, 108, 1051
- [11] Sutton, E. C. & Hueckstaedt, R. M. 1996, A&AS, 119, 559
- [12] Thompson, A. R., Moran, J. M., & Swenson Jr, G. W. 2001, Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy Second Edition, (New York: John Wiley & Sons)
- [13] Ulich, B. L. & Haas, R. W. 1976, ApJS, 30, 247

Chapter 6

世界で活躍する干渉計

廣田朋也

6.1 干渉計の種類

電波干渉計は、大きく分けると一箇所のサイトに全てのアンテナを配置し、ケーブルで信号を伝送してリアルタイムで相関処理を行う「結合素子型干渉計」と、遠く離れたアンテナで独立にデータを磁気テープやハードディスクなどに記録し、観測終了後に全データを集めて相関処理を行う超長基線電波干渉計 (VLBI) の2つがある。両者の最も大きな違いは、周波数標準・時計装置が共通か各アンテナで独立か、という点にある。この違いのために、観測データの位相較正方法などに大きな違いが生じることになる。一方、近年の光ファイバーネットワークの普及により、遠く離れた VLBI アンテナの信号を相関局に直接伝送して、ほぼリアルタイムで相関処理をする「光結合 VLBI」、「e-VLBI」という結合素子型干渉計と VLBI の中間的な観測も実現され始めている。結合素子型干渉計については、便宜上センチ波干渉計、ミリ波干渉計、サブミリ波干渉計のように観測帯域ごとに分けて取り扱われることが多い。

ここでは、主に日本の研究者にもなじみ深い電波干渉計について簡単に紹介する。

6.2 ミリ波干渉計、サブミリ波干渉計

6.2.1 NMA, RAINBOW

NMA(Nobeyama Millimeter Array) は国立天文台野辺山の口径 10 m アンテナ 6 台からなるミリ波干渉計である。受信帯域は 100 GHz、150 GHz、230 GHz 帯の 3 バンドが備わっており、150 GHz 帯では世界で唯一の干渉計である。アンテナ配列は、基線長 13-82 m のコンパクトな D 配列、26-163 m の中間的な C 配列、86-351 m の広がった AB 配列の 3 通りがあり、冬季の観測シーズン中に並び替えることによって短基線から長基線までのさまざまな (u, v) サンプリングが可能となっている。ただし、最も広がった AB 配列では、大気による位相揺らぎの影響が大きく、冬季の最も観測条件のよい時のみ行われている。同様の理由により、最も周波数の高い 1mm 帯の観測は 12 月から 2 月の厳冬期 (ベストシーズン) でも 20%程度となっている。

Table 6.1: NMA/RAINBOW の性能比較

受信機バンド名	3 mm 帯		2 mm 帯	1 mm 帯
観測可能周波数範囲	86 GHz-116 GHz 帯		126-152 GHz	213-237 GHz
周波数	88 GHz	110 GHz	147 GHz	230 GHz
T_{sys} (SSB) [K]	450	650	800	1500
開口能率	0.65/0.46	(0.60)/0.38	0.50/0.20	0.30/(0.10)
視野 (FWHP) [arcsec]	85/26	68/21	51/16	33/12
最小フリッジ間隔 (NMA は AB 配列) [arcsec]	2.0/1.7	1.6/1.4	1.2/1.0	0.77/0.65
最大フリッジ間隔 (NMA は AB 配列) [arcsec]	8.2/7.4	6.5/5.9	4.8/4.3	3.1/2.9
フリッジ検出感度 ^a [Jy]	0.8/0.2	1.3/0.4	1.9/0.7	5.8/2.8
イメージング感度 (ライン、系内) ^b [mJy/beam]	250/96	380/150	570/280	1800/1200
イメージング感度 (ライン、系外) ^c [mJy/beam]	11/4.2	17/6.9	25/12	78/47
イメージング感度 (連続波) ^d [mJy/beam]	1.0/0.38	1.5/0.60	2.2/1.1	7.0/4.2

データは NMA(10 m アンテナ、10 m-10 m 基線)/RAINBOW(45 m アンテナ、45 m-10 m 基線) で表示。

a: 1 GHz 幅、16 秒積分、 5σ

b: 31.25 kHz 幅、4 時間積分、 1σ

c: 16 MHz 幅、4 時間積分、 1σ

d: 2 GHz 幅、4 時間積分、 1σ

バックエンドには、帯域幅 1024 MHz/128 分光点数、または 512 MHz/256 分光点数の XF 型広帯域分光相関器 (UWBC) と帯域幅 32 MHz/2048 分光点数の FX 型狭帯域分光相関器の 2 つがあり、これらによって連続波、スペクトル線に最適な観測が可能になっている。



Figure 6.1: 国立天文台野辺山の NMA アンテナ (左) と 45 m ミリ波望遠鏡 (写真右端) も含む観測局全景。

野辺山宇宙電波観測所は、ミリ波干渉計と 45 m 電波望遠鏡が同じサイトにあるという特色を生かし、10 m アンテナ 6 台と 45 m 電波望遠鏡を組み合わせた 7 素子の結合素子型干渉計 RAINBOW を実現している。RAINBOW では 45 m 電波望遠鏡の追加により、NMA に比べて集光力が一挙に約 4 倍となり、感度が大幅に向上している。また、基線長自体は RAINBOW と NMA 単体では大きく変わらないものの、RAINBOW はフリッジ検出感度が高いために、NMA 単体では好条件時以外では困難な長基線 (AB) 配列での高空間分解能のイメージングで特に威力を発揮している。一方で 45m 電波望遠鏡の主ビームサイズが小さいため、NMA 単体に比べるとイメージングが可能な視野は非常に狭くなっている。また、ビームサイズの異なるアンテナで観測された visibility データの解析は困難が伴うため、RAINBOW はコンパクトな構造の天体を高空間分解能、高感度で観測するという目的に特化している。NMA、RAINBOW の主要な性能については Table 6.1 にまとめた。

6.2.2 OVRO, BIMA, CARMA

OVRO (Owens Valley Radio Observatory) ミリ波干渉計はカリフォルニア工科大学が運用するミリ波干渉計で、カリフォルニア州のオーウェンスバレーにあった。OVRO は口径 10.4 m のアンテナ 6 台で、観測周波数は 86-116 GHz と 210-270 GHz をカバーする。一方、BIMA (Berkeley Illinois Maryland Association) ミリ波干渉計はバークレー・イリノイ・メリーランド大学が共同で運用するミリ波干渉計で、同じくカリフォルニア州のハットクリークにあった。口径 6m のアンテナ 10 台からなり、他のミリ波干渉計に比べて比較的広がった天体の観測が可能という特徴がある。観測可能な周波数帯は 70-116 GHz、210-270 GHz となっている。

野辺山ミリ波干渉計のライバルとして長年活躍してきた OVRO、BIMA は、ともに 2004 年 6 月にシャットダウンされ、これらを組み合わせた CARMA (The Combined Array for Research in Millimeter-wave Astronomy) の建設が進行中である。OVRO、BIMA で搭載されていた 100 GHz 帯、200 GHz 帯に加えて 345 GHz 帯の受信バンドも計画されている。CARMA は基線長 10-150 m のコンパクトな配列から 0.25-2 km の長基線の配列まで 4 通りが計画されており、最大基線長配列では ALMA が完成するまではミリ波干渉計としては最高の分解能 (230 GHz 帯で $0''.1$) が達成される。現在サイトでの建設が進んでおり、予定通り計画が進めば 2005 年には運用が開始される。



Figure 6.2: OVRO(左) と BIMA(右) 干渉計。

6.2.3 IRAM PdBI

フランス、ドイツ、スペイン共同の IRAM が運用する口径 15 m のアンテナ 5 台からなるミリ波干渉計で、Plateau de Bure にあるため、PdBI (Interferometer) と呼ばれることもある。観測周波数帯は 82-116 GHz と 205-245 GHz の 2 バンドを共同利用にオープンしている。ミリ波干渉計の素子アンテナとしては最大の口径を持ち、さらに標高が高く観測条件のよいサイトに建設されているため、1 mm 帯では RAIMBOW をもしく感度を達成できることが特徴となっている。また、IRAM の 30 m ミリ波望遠鏡とあわせた 230 GHz でのミリ波 VLBI 実験やグローバルミリ波 VLBI にも参加している。



Figure 6.3: IRAM PdBI 干渉計。

6.2.4 SMA

SMA(Submillimeter Array) は、ハーバード・スミソニアン天文台と台湾天文天体物理研究所の共同プロジェクトとしてハワイ・マウナケア山頂付近 (標高 4050m 地点) に建設された、直径 6m のアンテナ 8 台で構成される初めての本格的なサブミリ波干渉計である。基線長は最大で 500m、観測周波数は 230 GHz、345 GHz、690 GHz 帯の 3 バンドで、230/690 GHz 帯、345/690 GHz 帯の 2 周波同時観測も可能になる。帯域幅 2GHz、両サイドバンドの実効的には 4GHz の広帯域観測が可能で、高感度な連続波観測やラインサーベイ観測にも特徴を發揮している。

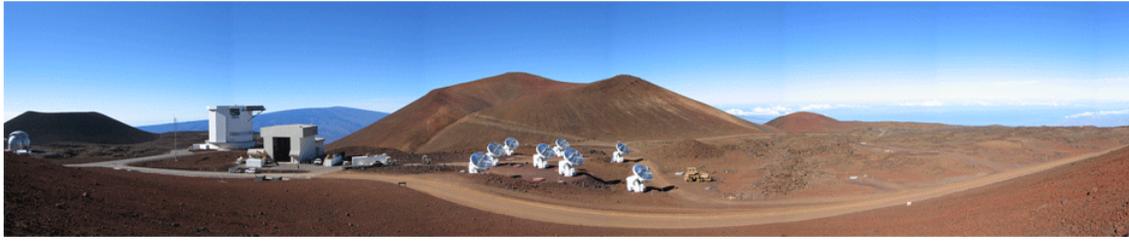


Figure 6.4: SMA。左端の銀色のドームはCSO、左から2番目の白いドームはJCMT。

6.2.5 ALMA

ALMA(Atacama Large Millimeter/submillimeter Array) は日米欧が共同でチリ・アンデスの標高 5000 m の高原に建設を進めているミリ波・サブミリ波帯の電波干渉計である。ALMA では、直径 12 m の高精度アンテナ 64 台と、広がった構造を捉えるための小口径・超高精度アンテナ 16 台 (直径 12 m が 4 台と直径 7 m が 12 台) の ACA(Atacama Compact Array) を組み合わせたシステムで、開口合成面積 100 m 鏡級の集光力と最大 14 km の基線長の配列による 10 mas の高空間分解能という、これまでのミリ波干渉計をはるかにしのぐ分解能と感度が達成される。主に銀河、星、惑星系の誕生と進化という天文学の最重要課題に挑むほか、宇宙における生命の起源に迫るなど、天文学以外の研究分野にも大きく貢献すると期待されている (Wootten 2001)。観測周波数帯は、Table 6.2 に示したようにミリ波から 950 GHz のサブミリ波帯まで、地上から観測可能な大気の窓をほぼ全てカバーするように 7-8 組の受信機システムの搭載を予定している。また、2 偏波同時が可能で、感度向上や偏波観測による磁場構造のイメージングも可能である。

Table 6.2: ALMA ステータスレポート (暫定版)

アンテナ	
アンテナ直径・素子数	12 m×64 (全数を移動) 7 m×12 (ACA: 半数を移動) 12 m×4 (ACA: 単一鏡として運用)
集光面積	7238 m ² + 914 m ² (ACA)
鏡面誤差	< 25μ m
指向誤差	< 0".6
配列形状	スパイラル
64 素子アレイ最小配列	150m
64 素子アレイ最大配列	14km
ACA 最小基線長	9m
視野	16".9 (345 GHz)
最高角分解能	0".012 (345 GHz)
受信機	
125-163 GHz, 385-500 GHz, 787-950 GHz	2 偏波: 日本担当
84-116 GHz, 211-275 GHz, 275-370 GHz, 602-720 GHz	2 偏波: 米欧担当
30- 40 GHz, 67- 90 GHz, 163-211 GHz	未搭載
相関器	
相互相関数	2016 + 66
最大帯域	8GHz×2 偏波
最大分光点数	8192/2 GHz

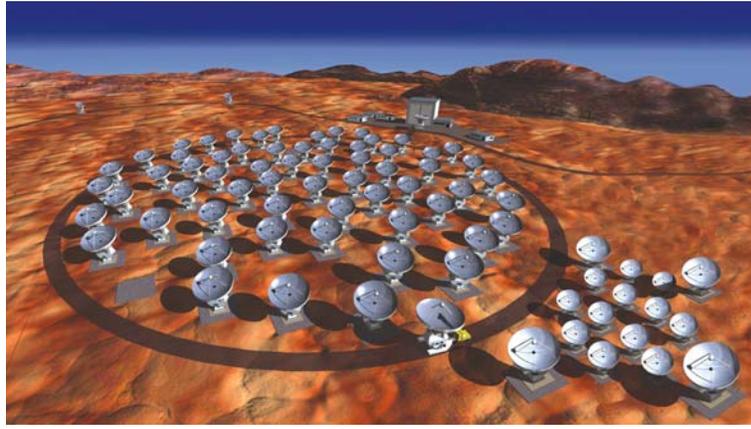


Figure 6.5: ALMA の完成予想図。右側のアンテナ群が ACA。

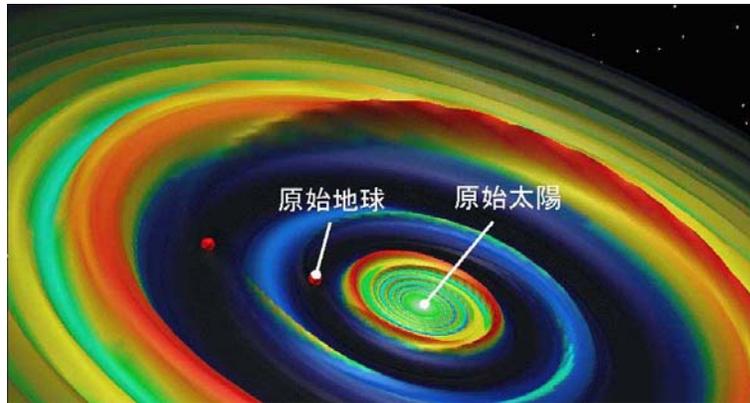


Figure 6.6: ALMA の観測対象の一つである惑星系形成領域の模式図。ALMA の最高分解能は 0.01 秒角であり、近傍星形成領域の距離 100 pc では 1AU の分解能に相当する。原始惑星系円盤で惑星が誕生する際にできる円盤の隙間のイメージングが可能になると期待される。

日本では野辺山ミリ波干渉計完成後まもなく、LMSA(Large Millimeter Submillimeter Array) 計画として大型ミリ波サブミリ波干渉計計画が検討されていたが、アメリカでも同時に大型ミリ波干渉計が計画され、さらにヨーロッパでもまもなく大型南天干渉計計画の立案・検討が始まったため、国際協力による様々なメリットを3者が認識し、1つの統一した ALMA 計画にまとまっている。国立天文台ではサブミリ波中心の観測にいち早く着目し、他国に先駆けて1992年よりチリで予備の調査を始め、1994年からサブミリ波透過率測定、電波シーイング測定や気象観測を進め、建設候補地の選定を行ってきたという経緯がある。

ALMA では、波長 950 GHz までの観測を目指しており、アンテナには非常に高い精度が要求される。これまでのサブミリ波アンテナとは異なり、ALMA ではアンテナ配列を変えるためにドームの導入が不可能である。このため、風・日射にさらされた条件でも、高精度なポインティング、高い鏡面精度、高速スイッチングにも対応可能なアンテナ駆動制御などが要求されており、量産を前に日本、アメリカ、ヨーロッパの3局でプロトタイプアンテナの製作と評価試験が行われている。

日米欧の三者が分担してシステム開発を進めており、日本は主に ACA システム、最も高い周波数帯のバンド 10 をはじめとした3バンドのサブミリ波帯受信機、次世代相関器などを担当している。受信機開発は、国立天文台、大阪府立大学、名古屋大学、東京大学と共同で、窒化ニオブチタン (NbTiN) や窒化ニオ

ブなどをベースにしたサブミリ波用の超伝導ミキサー素子の基礎的な開発、それを組み込んだミキサーの開発、カートリッジ型の受信機システム冷却系、全く新しいタイプのミリ波サブミリ波発信機であるフォトダイオードを用いた光局部発信源システムの開発に力を入れている。また、分光相関器については、現在はアメリカが開発を進めている XF 型分光相関器が最初に導入される予定であるが、これはサブミリ波の多くの分子輝線とダストの連続波を同時に分光相関処理することには対応していないため、第二世代の装置として日本が FX 型分光相関装置を開発しており、将来的には ALMA の本運用で採用される予定である。

建設が予定とおり進むと 2010 年完成であるが、アンテナが数台立ち上がり、現在運用中のミリ波サブミリ波干渉計を超える性能が発揮できる段階で、科学的な初期成果を上げるべく 2007 年頃より部分運用を始める予定である。2012 年から本格運用を開始することを目指して、現在開発が進められている。

6.3 センチ波干渉計

6.3.1 野辺山電波ヘリオグラフ

野辺山電波ヘリオグラフは、国立天文台野辺山太陽電波観測所にある太陽観測専用の結合素子型電波干渉計で、1992 年から毎日 8 時間の連続観測を行っている。太陽全面をカバーする広視野を高い空間分解能 (34GHz で 5") で撮像できるように、直径 80 cm の小型パラボラアンテナ 84 基を東西 490 m、南北 220 m の T 字型の線上に配置している。観測周波数は 17 GHz (左右両円偏波)、34 GHz (強度のみ) となっている。フレアのような時間変動する現象を捉えられるよう、活動時で 0.1 秒、静穏時で 1 秒の高い時間分解能での観測が可能となっている。共同利用観測は行われていないが、毎日観測される太陽の電波イメージは、ウェブページで公開され、アーカイブデータが研究者に公開されている。



Figure 6.7: 野辺山電波ヘリオグラフ。

6.3.2 VLA, EVLA

VLA (Very Large Array) はアメリカ国立電波天文台 (NRAO) が運用する、口径 25 m のアンテナ 27 台からなる電波干渉計で、ニューメキシコ州の標高 2150 m のサイトに建設されている。長さ 21 km の Y 字型のレール上にアンテナを配置することにより、最大基線長は 1 km から 36 km までの 4 配列 (と各配列の中間の配列) が可能になっており、さらに VLBA の Pie Town 局と結合 (Pie Town link) することにより 70 km の基線が追加され、空間分解能を約 2 倍向上させることも可能である。観測可能な周波数帯は、4 (0.073 - 0.0745 GHz)、P (0.3 - 0.34 GHz)、L (1.24 - 1.70 GHz)、C (4.5 - 5.0 GHz)、X (8.1 - 8.8 GHz)、U (14.6 - 15.3 GHz)、K (22.0 - 24.0 GHz)、Q (40.0 - 50.0 GHz) の 8 バンドを網羅している。1980 年代初頭の運用開始から現在まで、集光面積 (感度)、基線長 (分解能)、アンテナ素子数 (イメージング能力)、観測帯域な



Figure 6.8: VLA 干渉計。

ど、基本的な性能全てにおいて世界最大規模の干渉計といえる。また、全バンドで均一なアンテナによる2偏波同時受信が可能のため、偏波観測にも適している。さらに、高速スイッチングによる位相補償観測、Pie Town link による高空間分解能観測、VLA の27素子の全アンテナで独立に受信される信号の位相を合わせて (phase-up) 口径130m アンテナと同等の VLBI 素子アンテナとして観測を行う「Phased VLA」など、さまざまな観測モードに対応している。

現在、老朽化した VLA 各システムのアップグレード、受信機の更新とバックエンドの広帯域化、新たな8アンテナ素子の追加、現在よりも長基線 (350 km) や短基線 (30-250 m) の配列の追加などを実現する EVLA (Expanded VLA) 計画が進行中である。EVLA 計画は Phase I、Phase II の二期に分かれており、試験的な共同利用は2007年、最終版の完成は2010年の予定である。

6.3.3 ATCA

ATCA (Australia Telescope Compact Array) はオーストラリアにある、口径22mのアンテナ6台からなる南半球唯一の電波干渉計である。最大基線長は122m-6km、観測周波数帯は1.2-25GHzのセンチ波帯に加え、短基線のみでの観測ならば83.5-106GHzのミリ波帯もカバーしている。6素子のアンテナをPhase-upすることにより、VLBI観測に参加することも可能である。

6.3.4 GMRT

GMRT (Giant Metrewave Radio Telescope) は、インドにある口径45mアンテナ30台からなる結合素子型干渉計である。1kmの範囲に配置したコンパクトなアレイとそこから14kmのびるY字型のアームに配列されたアンテナにより、最大基線長は25kmまで延ばすことができる。その名の通り、観測波長は151MHz、235MHz、325MHz、610MHz、1420MHzのメートル波から21cmまでの長波長帯のみに限定される。1999年に観測を開始した比較的新しいアレイで、2002年から共同利用観測もスタートしている。

6.3.5 WSRT

WSRT (Westerbork Synthesis Radio Telescope) はオランダにある25m鏡14台からなる結合素子型干渉計である。14台のうち4台が可動式で、東西方向に伸びるレール上を移動させることで基線長は36mから2.7kmまで可変となっている。観測周波数帯は117MHzから8.6GHzまでの9バンドを備えている。各アンテナで独立に受信される信号の位相を合わせた phased array として EVN にも参加している。



Figure 6.9: オランダのウェスターボーク干渉計。直線状にアンテナが配列されている。

6.3.6 SKA

SKA (Square kilometer array) はその名の通り 1 km^2 の大集光力、最大基線長 3000 km の高空間分解能の実現を目指した電波干渉計で、2015 年部分運用開始、2020 年本運用開始を計画している。ALMA がサブミリ波の高周波数帯での高感度化に対し、SKA は $0.1\text{--}25 \text{ GHz}$ のセンチ波帯での高感度観測を目的としている。15ヶ国の国際協力により、現在建設候補地、デザインの検討が進められている。基本的な構想としては、小口径のアンテナ多数を用いることにより、広視野 (~ 1 度) を高い分解能 ($\sim 1 \text{ mas}$) で観測することが可能な仕様となっている。日本が参加するかどうかは決定していない。



Figure 6.10: SKA で提案されているデザイン。(左上) 中国が提案するアレシポのような巨大な鏡面のデザイン。(左下) カナダが提案する複数のパネルを組み合わせた巨大鏡面と飛行船で空中に配置した副鏡を組み合わせたデザイン。(中上) アメリカが提案する、口径 12 m のオフセットパラボラを多数組み合わせたアレイのデザイン。(中下) ヨーロッパが提案する aperture array のデザイン。(右上) オーストラリアが提案する口径 7 m の 64 台の Luneberg Lenses アンテナを採用したデザイン。(右下) オーストラリアが提案する $110 \text{ m} \times 15 \text{ m}$ の円筒状鏡面を採用したデザイン。

6.4 VLBI

6.4.1 VERA

VERA(VLBI Exprolation of Radio Astrometry) は日本国内 4 箇所に口径 20 m のアンテナを配置した最大基線長 2300km の VLBI ネットワークである。2002 年に 4 局が完成し、国立天文台と鹿児島大学が共同で運用を行っている。最大の特徴は、可動式のスチュワートプラットフォームに設置した受信機 2 台により、離角 0.3-2.2 度の 2 天体 (2 ビーム) を同時に観測して、相対 VLBI を行うことが可能な世界でも初めての装置が搭載されているという点にある (Figure 6.12)。22 GHz、43 GHz の 2 バンドが 2 ビーム観測に対応しており、その他に 1 ビームの通常の VLBI 用に 2 GHz、8 GHz の 2 バンドが測地観測用に搭載されている。2 ビーム同時受信による相対 VLBI の概要については、本テキスト Appendix B で紹介している。VERA では、2 ビーム位相補償により、座標系の基準となる活動銀河核やクェーサーなどの参照電波源に対する、銀河系内の H₂O、SiO レーザー源の位置計測を行い、系内天体の年周視差測定を目指している。これにより、銀河中心までの距離や銀河回転曲線の決定などが可能になると期待されている。

Table 6.3: VERA の性能

観測局	
所在地	岩手県水沢市、鹿児島県入来町、東京都小笠原村、沖縄県石垣市
最大基線長	2300 km (水沢-石垣間)
アンテナ	
主鏡口径	20 m
主鏡面精度	0.25 mm(rms)、パネル単体では 0.15 mm(rms)
駆動機構	経緯台、視野回転台とスチュワートプラットフォーム
2 ビーム離角	0.3-2.2 度
指向精度	0.002 度角 (風速 7 m/s 以下)
観測装置	
観測周波数帯	22 GHz、43 GHz(2 ビーム)、2 GHz、8 GHz(1 ビーム、測地用)
受信機	冷却 HEMT 増幅器 (22 GHz、43 GHz)
デジタルフィルタ帯域幅	8 MHz-256 MHz(帯域幅・分光点数・ストリーム数の柔軟な設定が可能)
レコーダ記録速度	1 Gbps
相関処理	三鷹 FX 型相関器



Figure 6.11: (左)VERA アンテナ配置図。最大基線長は水沢-石垣間の 2300 km。(右)VERA 入来局アンテナ。

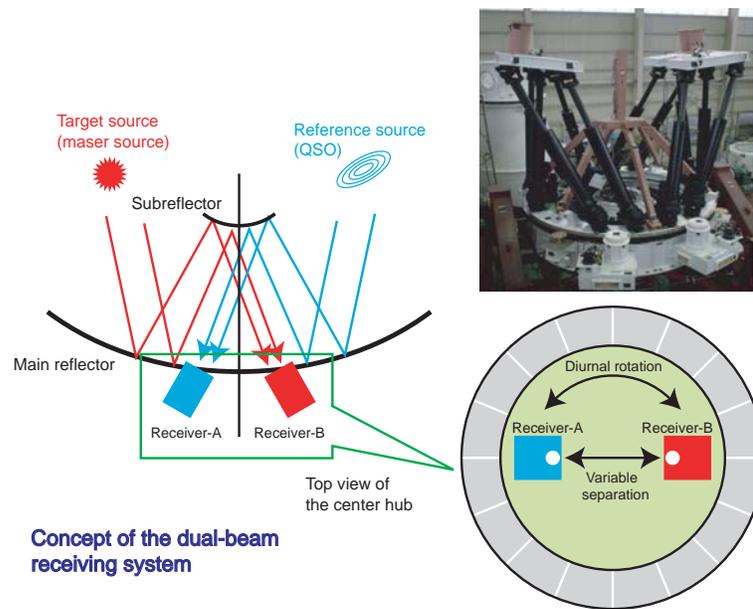


Figure 6.12: 2 ビーム受信機による相対 VLBI の原理の概略。VERA には視野回転台と 2 台のシュワートプラットフォームが設置されており、0.3–2.2 度の離角、任意の位置角の 2 天体を同時に観測できるようになっている。写真は工場で試験中のシュワートプラットフォーム。

VERA の完成前は、日本国内には 1990 年代に J-Net と呼ばれる野辺山 45 m 鏡、通総研 (現在の情報通信研究機構) 鹿嶋 34 m 鏡、水沢 10 m 鏡、鹿児島 6m 鏡の 4 局からなる VLBI ネットワークがあり、共同利用観測も行っていた。VERA が完成した後は、野辺山 45 m 鏡、鹿嶋 34 m 鏡の 2 局が VERA とネットワークを組み、22 GHz 帯の VLBI 観測を行っている。今後は 43 GHz 帯での共同利用観測も計画されている。

さらに、日本国内では北大 11 m、岐阜大 11 m、国土地理院のつくば 32 m、宇宙研白田 34m、山口 32 m アンテナも参加した、8 GHz 帯、または 22 GHz 帯の VLBI 観測 (大学連携 VLBI) ネットワークも構築され、試験的な観測が行われている。このうち、岐阜大、つくば、白田、山口、鹿嶋は光ファイバーネットワークでアンテナが結合されており、リアルタイムで相関処理が可能な「光結合 VLBI ネットワーク」にもなっている。

6.4.2 VLBA, HSA

VLBA (Very Long Baseline Array) はアメリカ本土とハワイ、バージン諸島に口径 25 m のアンテナ 10 台を配置した、最大基線長 8000 km の VLBI 専用ネットワークとしては世界最大の装置である。90 cm (0.312 - 0.342 GHz)、50 cm (0.596 - 0.626 GHz)、21-18 cm (1.35 - 1.75 GHz)、13 cm (2.15 - 2.35 GHz)、6 cm (4.6 - 5.1 GHz)、4 cm (8.0 - 8.8 GHz)、2 cm (12.0 - 15.4 GHz)、1 cm (21.7 - 24.1 GHz) のセンチ波帯での多くの観測バンドに加えて、7 mm (41.0 - 45.0 GHz)、3 mm (80.0 - 90.0 GHz) のミリ波 VLBI 観測も始まっている。また、全バンドで均一なアンテナによる 2 偏波同時受信が可能のため、現存する VLBI ネットワークの中では偏波観測において圧倒的に有利な仕様になっている。

VLBA は既存の VLBI 専用アレイとしては最大規模であり、VSOP や他のアンテナと組み合わせたグローバル VLBI ネットワークの中心となっている。現在は Phased-VLA、グリーンバンク 100 m 鏡、アレシボ 300 m 鏡、マックスプランク研究所 100 m 鏡を加えた High Sensitivity Array (HSA) としても、共同利用観測の公募が始まっている。HSA で観測可能な周波数帯は、0.33 GHz、0.61 GHz、1.4 GHz、5 GHz、8.4 GHz、15 GHz、22 GHz、43 GHz であるが、アンテナによっては周波数帯が制限される (アレシボでは 10 GHz 帯以下など)。いずれの周波数帯でも、VLBA 単体に比べて感度は 10 倍向上している。例えば

1 時間積分では、1.4 GHz 帯でのイメージ rms は HSA で $6.5 \mu\text{Jy}/\text{beam}$ 、VLBA 単体では $94 \mu\text{Jy}/\text{beam}$ 、22 GHz 帯でのイメージ rms は HSA(アレシボ除く) で $43 \mu\text{Jy}/\text{beam}$ 、VLBA 単体で $275 \mu\text{Jy}/\text{beam}$ となっており、ガンマ線バーストの残光検出など、微弱天体の観測に威力を発揮している。

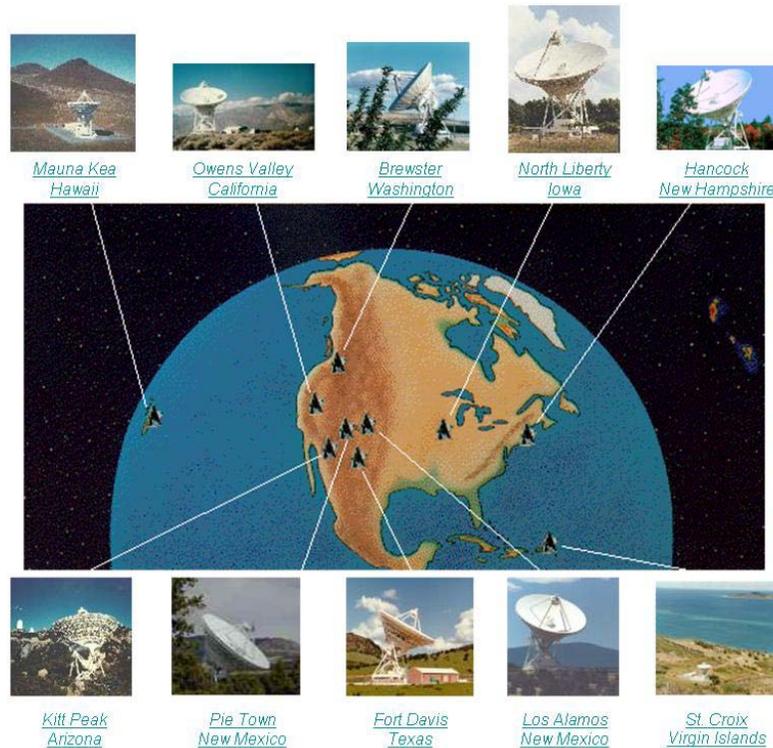


Figure 6.13: VLBA のアンテナ配置図。

6.4.3 EVN

EVN(European VLBI Network) はヨーロッパ各国や中国、南アフリカなどの 14 の組織や観測所によって運用されている 18 台の単一鏡アンテナが参加してネットワークが組まれている VLBI 網で、基線長は 198 km から 9169 km に及ぶ。観測周波数帯は 90 cm(デフォルトの中心周波数は 327 MHz)、50 cm(610 MHz)、18 cm(1664 MHz)、13 cm(2268 MHz)、6 cm(4992 MHz)、5 cm(6668 MHz、または 6030 MHz)、4 cm(8418 MHz)、2 cm(15362 MHz)、1 cm(22230 MHz)、7 mm(43214 MHz) で、センチ波からミリ波の主要なバンドを網羅しているが、各アンテナに搭載されている受信機が異なるため、周波数帯によって参加するアンテナが異なる。アンテナ数は、例えば 18 cm、6 cm 帯では 10 台、1 cm 帯では 9 台なのに対して、5 cm 帯では 6 台となっている。さまざまな研究機関、大学のアンテナが参加するため、コンソーシアムによって日程調整が行われている。現在は 3 週間の観測ブロックが年間 3 回から 4 回程度割り当てられて、ネットワークとしての運用が行われている。相関処理やユーザーサポートのために、オランダに JIVE という機関がある。現在は、ヨーロッパ圏内での光回線結合によるリアルタイム VLBI 化、磁気テープ記録からハードディスク記録への移行などにより、広帯域・高感度化が精力的に進められている。

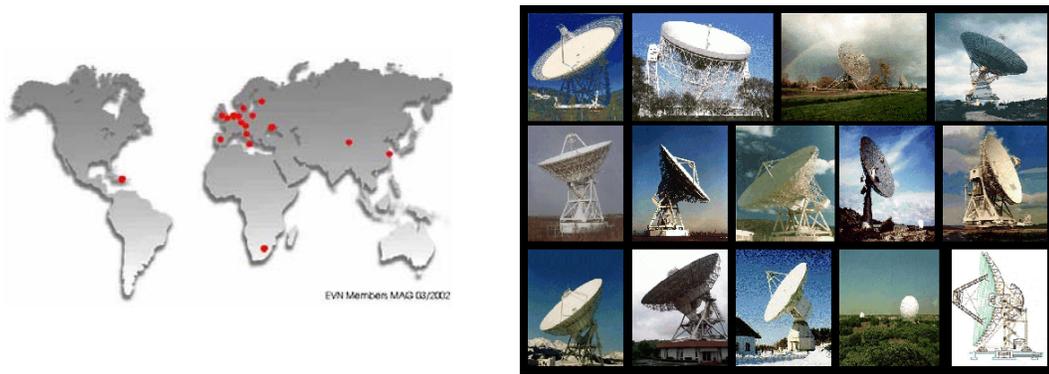


Figure 6.14: EVN 観測局と参加するアンテナ。

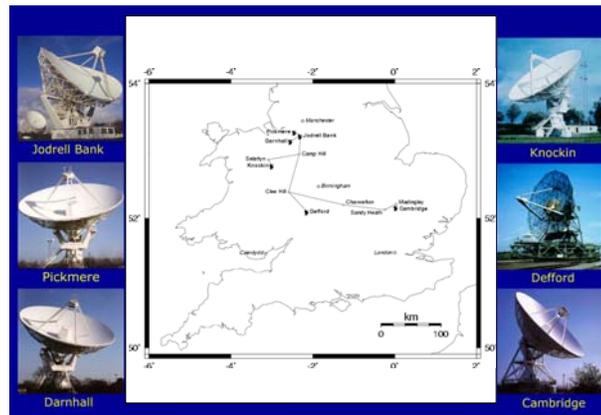


Figure 6.15: MERLIN 観測局と参加するアンテナ。

6.4.4 MERLIN, e-MERLIN

イギリス国内には、7 台の電波望遠鏡を無線で結合した最大基線長 200 km の MERLIN(Multi-Element Radio Linked Interferometer Network) がある。マンチェスター大学の Jodrell Bank Observatory によって運用されている。VLBI ネットワークとしては比較的基線長が短い範囲にアンテナが配置されているため、他の VLBI と VLA の中間的な分解能の観測で成果を上げている。

将来的には MERLIN をの高速光ファイバーネットワーク回線で結合し、1.5 GHz、5 GHz、22 GHz 帯で 4 GHz 帯域 (または 2 GHz 帯域 ×2 偏波) の広帯域観測を行う e-MERLIN 計画が進められている。

6.4.5 global millimeter VLBI

Effelsberg 100 m 鏡、Onsala 20 m 鏡、Metsähovi 14 m 鏡、IRAM の Pico Veleta 30m 鏡と PdBI、VLBA 8 局 (BR、SC のぞく) が参加するミリ波 VLBI のグローバルネットワークで、波長が短い (3 mm) ため VSOP をも超える世界最高の空間分解能 (50-70 μ as) を達成している。現在は 3 mm 帯の観測により、クェーサーや活動銀河核の連続波イメージング、SiO($J=2-1$) メーザーのマッピングなどが行われている。将来的には、NRO 45m 鏡など既存のアンテナや ALMA など計画中のアンテナも含めたネットワークへの拡張、2 mm、1.3 mm への高周波数化などによる高空間分解能、高感度化が期待される。さまざまな機関のアンテナが参加するため、共同利用観測は EVN のように年間数回の観測セッションが組まれて運用されている。

6.4.6 LBA

Australian Long Baseline Array(LBA) はオーストラリア国内の 7 台のアンテナが参加する VLBI ネットワークで、基線長は 100-3000 km、南アフリカの HartRAO のアンテナが参加した南半球 VLBI ネットワークを組むと最大基線長は VLBA を超える 10000 km におよぶ。観測周波数帯は 1.4-22 GHz の 9 バンドがあるが、アンテナにより観測可能周波数帯が異なるため、局数も周波数帯により異なる。オーストラリアの ATCA、LBA は、どちらも提案者は観測に参加しなければならず、VLBI の場合は局ごとに 1 人ずつ観測者を派遣しなければならない。プロポーザルは受け付けているようだが、実際には共同利用観測として使用するのには困難かもしれない。

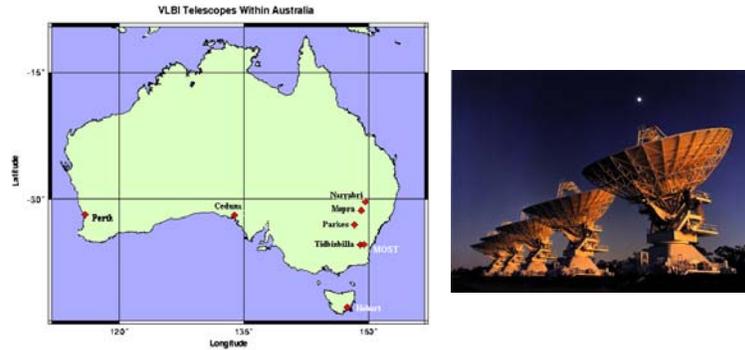


Figure 6.16: オーストラリアの LBA ネットワークと結合素子型干渉計 ATCA。

6.4.7 KVN

韓国で進められている VLBI 計画で、ソウル、ウルサン、済州島の 3 箇所に口径 21 m のアンテナ 3 台を配置したネットワークである。2 GHz、8 GHz、22 GHz、43 GHz、86 GHz、129 GHz のミリ波までをカバーし、多周波帯同時観測による位相補償が検討されている。すでに建設や装置開発が始まっており、2007 年からの観測を目指している。また、日本と韓国による VLBI 相関器の共同開発をはじめとした共同研究、さらに発展させた東アジア全域での VLBI ネットワーク構築のための議論も進められている。



Figure 6.17: KVN のアンテナ配置図。

6.4.8 VSOP, VSOP-2

VSOP(VLBI Space Observatory Programme) は国立天文台、宇宙科学研究所を始め、国内外の研究機関が共同で打ち上げた、口径 8m の電波望遠鏡を搭載した人工衛星「HALCA (Highly Advanced Laboratory for Communications and Astronomy、はるか)」と、地球上の電波望遠鏡を結合した VLBI 計画である。これまでに、12ヶ国、30 台以上の地上局アンテナが観測に参加している。観測周波数帯は 1.6 GHz と 5 GHz、衛星の軌道は遠地点 21600 km、近地点 560 km の楕円軌道で、最大基線長 30000 km が得られる。衛星の打ち上げは 1997 年 2 月 12 日に M-V ロケット 1 号機によって行われた。重量や大きさの制限があるため、モリブデン金メッキの糸で編んだメッシュのアンテナを 6 本の伸展マストによって展開するという方式が採用された。展開自体は無事成功しているが、残念ながら 22 GHz 帯では開口能率が 0.1% となっており、観測は 1.6 GHz、5 GHz のみに限定されている。大型パラボラアンテナの展開以外にも、水素メーザー周波数標準の地上からの供給、観測データの地上での記録など、人工衛星独特の手法が実用化されている。

Table 6.4: VSOP と VSOP-2 の性能比較

	VSOP	VSOP-2
口径	8 m	12 m
周波数	1.6 GHz, 5 GHz, (22 GHz)	8 GHz, 22 GHz, 43 GHz
遠地点高度	21400 km	30000 km
近地点高度	560 km	1000 km
軌道決定精度	3-80 m	3 cm
指向速度	0°.0375/秒	0°.3/秒
受信機冷却	なし	あり
偏波受信	片偏波	両偏波
ダウンリンクレート	128 Mbps	>1 Gbps
空間分解能	0.45 mas(5 GHz)	38 μ as (43 GHz)
スペクトル観測	可	可
偏波観測	(不可)	可
位相補償観測	不可	可
位置天文	不可	可

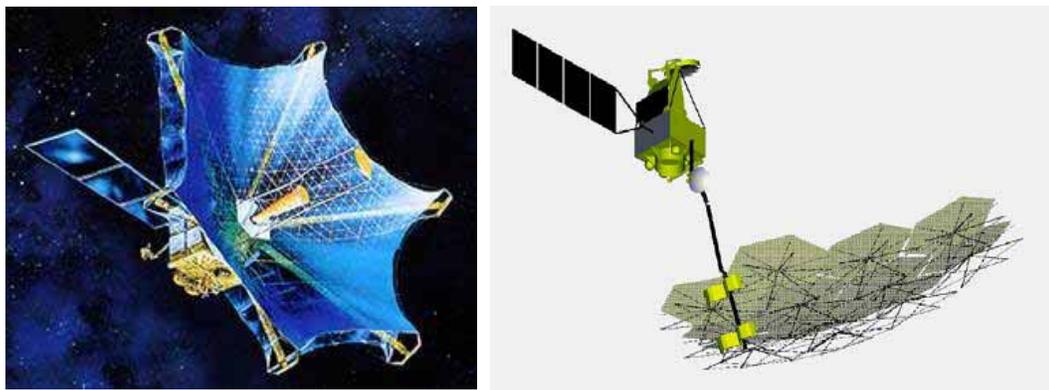


Figure 6.18: VSOP(左) と VSOP-2(右)。VSOP は口径 8 m のカセグレン焦点アンテナ、VSOP-2 は開口能率を高めるために口径 9 m のオフセットパラボラ鏡が計画されている。

VSOP は、打ち上げ以来 5 年間の耐用年数を大幅に超える長期間観測を行い、多くの成果をあげてきたが、2002 年に公募観測を締め切っている。現在は、国立天文台、宇宙科学研究所により後継機である VSOP-2 計画が進められている。VSOP-2 は、前身の計画 VSOP よりも、分解能は 10 倍、感度 10 倍、観測周波数 10 倍にし、活動銀河核の降着円盤とブラックホールのイメージング、原始星近傍の降着円盤と磁気圏のイメージングを目指している。

VSOP、VSOP-2 の基本仕様は、Table 6.4 にまとめた。VSOP-2 の口径は「はるか」よりも大きい 9 m のオフセットパラボラ鏡、衛星の軌道は遠地点高度約 30000 km、近地点高度約 1000 km の楕円軌道で、最大基線長 40000 km を計画している。観測帯域は 43 GHz のミリ波までの 3 バンドをカバーし、最高 $38 \mu\text{as}$ の空間分解能でのイメージングが可能となる。打ち上げは 2011 年をめざしている。受信システムは冷凍機で冷却され、左右両偏波受信、1 Gbps の広帯域で地球局へダウンリンクし、連続波観測の感度向上を目指している。また、スイッチング位相補償観測、位置天文観測に対応可能なように、衛星の姿勢制御や位置決定精度をこれまで以上に高精度化するよう、工学的な検討がなされている。

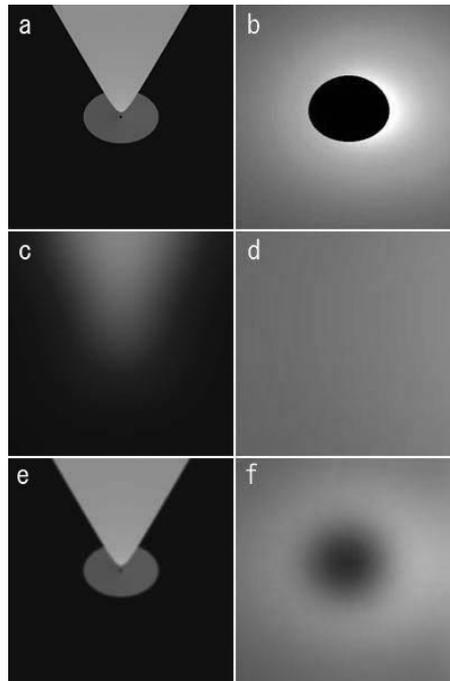


Figure 6.19: VSOP-2 で巨大ブラックホールを観測した時のシミュレーション結果。(a) がシミュレーションによる降着円盤とジェット構造。(b) はその拡大図で、中心にブラックホールによる影が見える。(c)、(d) は VSOP の分解能で観測した場合で、分解能が足りないため降着円盤やブラックホールは見えない。(e)、(f) は VSOP-2 で観測した場合で、降着円盤とブラックホールの影が見分けられると予想される。画像提供: 高橋芳太, 嶺重慎 (京都大学)

6.5 干渉計の応用

6.5.1 SELENE/RISE

VLBI を応用した研究例として、宇宙科学研究所が中心となって 2007 年初めに打ち上げ予定の月探査周回衛星 (SELENE) 計画のミッションの一つである RISE 計画がある。RISE 計画は、国立天文台のプロジェクトとして進められている。

RISE 計画では、Figure 6.20 のようにリレー衛星搭載中継器 (RSAT) と相対 VLBI 用電波源 (VRAD)

の位置を相対 VLBI によって高精度で決定し、月の重力場を明らかにすることを目指している。VLBI 観測の地上局は VERA が中心となる予定である。RSAT ミッションは、子衛星のリレー衛星 (Rstar) を用いて、地球局 リレー衛星 周回衛星 リレー衛星 地球局という経路で、周回衛星が月の裏側を回っている間もドプラー観測を行うミッションで、月に応用するのは世界初である。これによって、これまで表側の軌道からの外挿から間接的にしか推定できなかった裏側の重力場が直接観測できるようになり、月重力場のモデルの精度、信頼性が大きく向上することが期待できる。一方、VRAD ミッションは、相対 VLBI による二つの子衛星 (VLBI 用電波源搭載の Vstar と Rstar) の間の角距離の観測値から衛星の軌道を測定し、月の重力場推定に応用するもので、地球から月を見る視線方向と直交する方向の軌道変化を観測でき、視線方向の速度変化を観測するドプラー観測と相補的な関係にある。観測では S/X 帯の複数の搬送波を用いて X 帯での位相を 10 度以下の精度で決定し、月面上での位置決定精度 20cm(基線長 2000 km を仮定) を達成できると期待される。RSAT と VRAD 両者を組み合わせた 3 次元の軌道決定、並びに月重力場推定も世界初の試みであり、これによっても月重力場モデルの系統誤差の除去に大きく貢献することが期待できる。

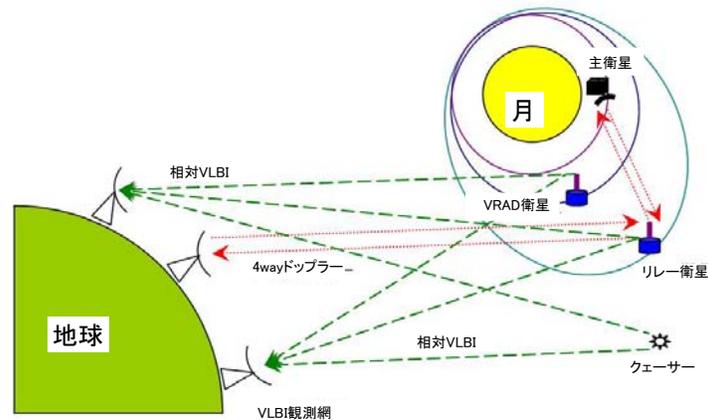


Figure 6.20: RISE による衛星軌道決定観測の概略。画像提供:花田英夫 (国立天文台水沢観測所)

References

- [1] Wootten, A. (eds.) 2001, "Science with the Atacama Large Millimeter Array (ALMA)", ASP Conf. Ser. 235, ASP, ISBN 1-58381-072-2

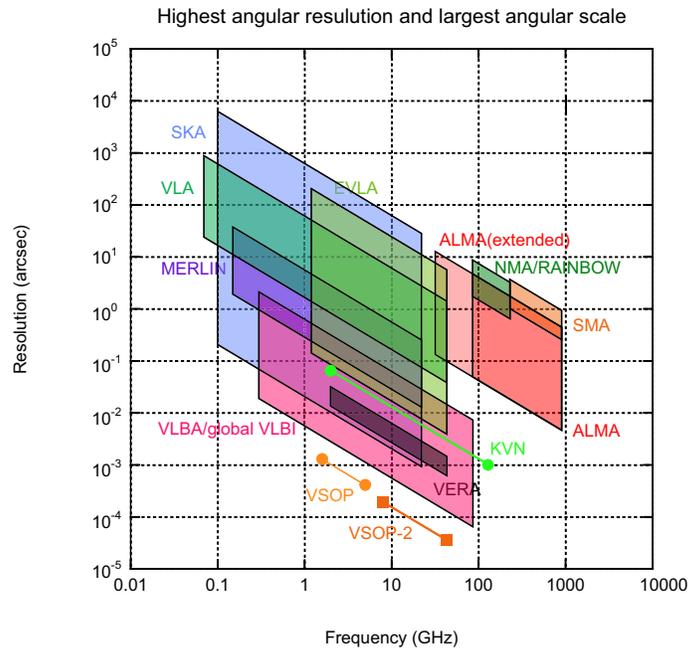


Figure 6.21: 主な電波干渉計の空間分解能。結合素子型干渉計では、最も基線長の長い配列でのビームサイズと最も基線長の短い配列でのビームサイズを示した。また、VLBI では、最も長い基線長のフリッジ間隔と最も短い基線長のフリッジ間隔を示した。

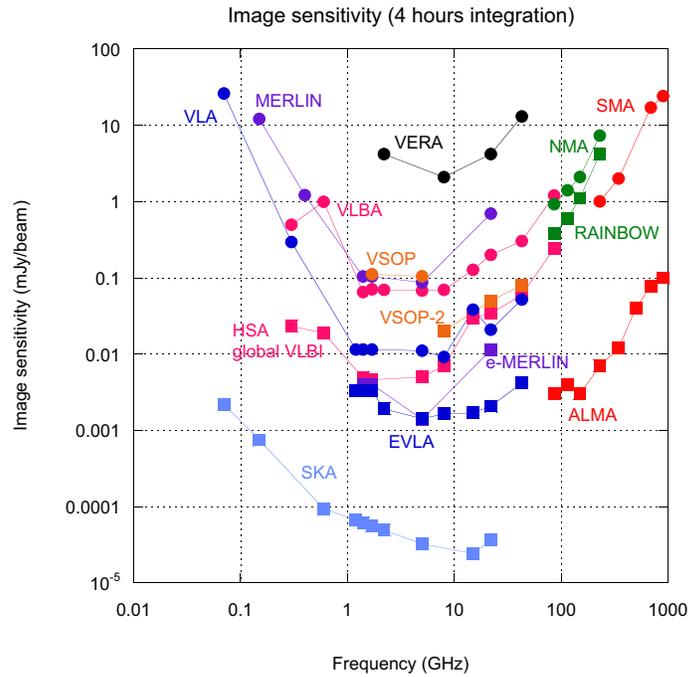


Figure 6.22: 主な電波干渉計のイメージング感度。全て ON 点積分時間 4 時間で計算した。VSOP、VSOP-2 の場合は VLBA10 局との観測の場合について計算した。

Chapter 7

干渉計データの解析

亀野誠二・川辺良平

7.1 振幅と位相の較正

較正 (Calibration) とは、特性を持つ装置を使って観測された測定量から、真の物理量を推定する処理である。真の物理量が装置の伝達関数によって測定量として得られる関係式を観測方程式と呼ぶ。較正を行うには、この観測方程式を把握してその中に含まれるパラメータを調べる必要がある。

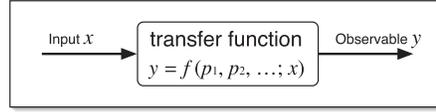


Figure 7.1: 観測方程式と較正の概念。観測者が手にする測定量 y は、真の物理量 x が伝達関数 $f(p_1, p_2, \dots; x)$ を経て出力されたものである。 y と x の関係を観測方程式という。真の物理量を知るためには観測方程式の関数形を知るとともに、パラメータ p_1, p_2, \dots を調べる必要がある。これが較正の手続きである。

干渉計はビジビリティを測定してそれを元に天体の輝度分布を求める装置であるが、相関器から出力されたビジビリティと天体の輝度分布との間にも観測方程式があり、較正の処理が必要になる。この章では、相関器から出力されたビジビリティデータの振幅を較正して、物理的に意味のあるフラックス密度に変換する方法について述べる。まずアンテナ温度とフラックス密度の関係について復習したのち、システム雑音温度の測定結果を用いたアプリアリ (*a priori*: 先験的) 較正方法について紹介したい。次に、フラックス密度が既知の較正天体を用いて相対的な較正を行う方法を述べる。

7.1.1 天体の輝度分布から相関器出力への観測方程式

天体の輝度分布 $I_\nu(l, m)$ とビジビリティ $\mathcal{V}_\nu(u, v)$ との関係は、van Cittert–Zernike theorem によって以下のように与えられるのだった。

$$\mathcal{V}_\nu(u, v) = \iint \mathcal{A}(l, m) I_\nu(l, m) \exp[-2\pi i(ul + vm)] dl dm \quad (7.1)$$

ここで、 l, m は位相追尾中心からの方向余弦、 \mathcal{A} は素子アンテナのビームパターンである。式 (7.1) は、ビジビリティが $\mathcal{A}(l, m) I_\nu(l, m)$ のフーリエ成分であることを示している。アンテナ番号 i と j がつくる基線は時間とともに空間周波数成分 $(u^{i,j}(t), v^{i,j}(t))$ を掃くので、式 (7.1) は時間の関数として

$$\mathcal{V}_\nu^{i,j}(t) = \iint \mathcal{A}(l, m) I_\nu(l, m) \exp[-2\pi i(u^{i,j}(t)l + v^{i,j}(t)m)] dl dm \quad (7.2)$$

と書ける。真のビジビリティ $\hat{\mathcal{V}}_\nu^{i,j}(t)$ から測定されたビジビリティ $\mathcal{V}_\nu^{i,j}(t)$ への伝達関数は、

$$\hat{\mathcal{V}}_\nu^{i,j}(t) = g_i(t) g_j^*(t) \mathcal{V}_\nu^{i,j}(t) + \epsilon_{i,j} \quad (7.3)$$

と書くことができる。ここで g は各素子アンテナの複素ゲインであり、 $\epsilon_{i,j}$ は各ビジビリティの誤差である。この g の振幅と位相を求めることが、較正の重要な過程である。

FX 型の相関器から出力されるクロスパワースペクトルは、それがそのまま各周波数毎の「測定されたビジビリティ」である。一方 XF 型の相関器からは相互相関関数 $\rho(\tau)$ が出力されるが、これを $\tau \leftrightarrow \nu$ のフーリエ変換することでクロスパワースペクトルが得られる。多くの場合相関器出力は任意の単位の数値なので、自己相関 (あるいはパワースペクトル) で割ることによって正規化し、非線型性の補正をしてから振幅の補正を行って、較正済みのビジビリティを得る。この処理過程をまとめたものを Figure 7.2 に示す。

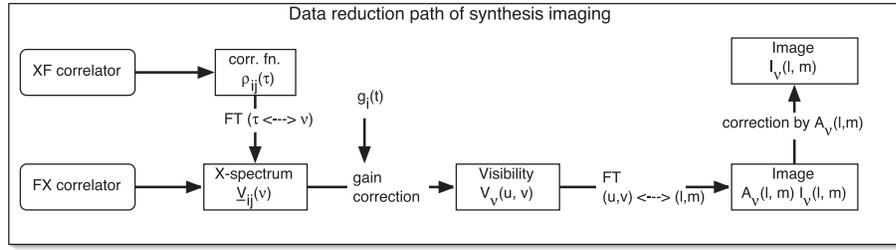


Figure 7.2: 干渉計のイメージングにおけるデータ処理の過程。相関器から出力される生データは相互相関関数 $\rho(\tau)$ またはクロスパワースペクトル $\hat{Y}_{i,j}(\nu)$ である。これに素子アンテナの複素ゲイン g の補正を施して、較正済みのビジビリティ $V_{ij}(u, \nu)$ を導出する。較正済みのビジビリティを広範な空間周波数にわたって集めれば、そのフーリエ変換から輝度分布を得ることができる。

7.1.2 フラックス密度とアンテナ温度の関係

アンテナ温度 T_A は、天体からアンテナに入射する電波の電力を温度換算したもので、単位は K (Kelvin) である。フラックス密度¹ S (単位: $\text{W Hz}^{-1} \text{m}^{-2}$) との関係は

$$T_A = \frac{SA_e}{2k} \quad (7.4)$$

で表される。ここで A_e はアンテナ有効開口面積 (単位: m)、 k はボルツマン定数 ($= 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$) である。分母に 2 が付くのは、偏波が 2 成分あるうちの 1 成分だけを取り出せることを表している。

天体から到来する放射のパワー T_A に対して、雑音 T_{sys} が付加されたものが、相関器への入力である。 T_{sys} には、大気からの放射、地面からの放射の漏れ込み、受信機で発生する雑音などが含まれる。

雑音はアンテナ毎に独立で無相関であるのに対して、天体からの放射は共通なので相関 (干渉) する成分が含まれる。天体が点源であれば T_A 全てが相関するが、一般には相関する成分はその一部であるので、 T_A のうち相関する成分を T_c と置く。この T_c をフラックス密度に換算した

$$S_c = \frac{2kT_c}{A_e} \quad (7.5)$$

を相関フラックス密度と呼び、これが求める「較正されたビジビリティ振幅」である。

相関器から出力される正規化相関係数 ρ は、それぞれのアンテナで受信されたパワーのうち相関する成分の割合で決まり、それらの幾何平均となるので、

$$\rho_{ij} = \frac{\sqrt{T_{ci}T_{cj}}}{\sqrt{(T_{Ai} + T_{sysi})(T_{Aj} + T_{sysj})}} \quad (7.6)$$

で表すことができる。ここで添え字の i, j はアンテナ番号に対応する。従って干渉計のビジビリティ振幅 S_c についての観測方程式は式 (7.6) に式 (7.5) を代入して得られる

$$S_{cij} = \frac{2k\sqrt{(T_{Ai} + T_{sysi})(T_{Aj} + T_{sysj})}}{\sqrt{A_{ei}A_{ej}}} \rho_{ij} \quad (7.7)$$

となることがわかる。

式 (7.7) で相関器から出力される相関係数 ρ_{ij} と求めるビジビリティ振幅 S_c の関係が得られた。この S_c は基線および時刻の関数であるため $S_{cij}(t)$ と書くことができ、基線と時刻から (u, ν) が一意に対応するので $S_c(u, \nu)$ と記述できる。この $S_c(u, \nu)$ を $(u, \nu) \rightarrow (l, m)$ の 2 次元フーリエ変換することによって電波像 $I(l, m)$ が得られるわけである。

¹電波天文では S の単位として便宜上 Jy ($= 10^{-26} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2}$) を用いることが多い。

Table 7.1: さまざまなアンテナの SEFD

電波望遠鏡	口径 (m)	有効開口面積 (m ²)	システム雑音温度 (K)	SEFD (Jy)	備考
「はるか」	8	27.1	80	8,140	4.8 GHz 帯
NMA 10m	10	50	300	16,600	90 GHz 帯
VLBA	25	330	30	250	4.8 GHz 帯
野辺山 45m	45	1000	100	280	22 GHz 帯
Effelsberg	100	3780	26	19	1.6 GHz 帯
Arecibo	305	30400	28	2.5	1.6 GHz 帯

* ここに示した数値は典型値であって、実際の観測時の状況によって変化します。

各アンテナ毎の感度を定める要素として SEFD (System Equivalent Flux Density) を

$$\text{SEFD} = \frac{2k(T_A + T_{\text{sys}})}{A_{\text{ei}}} \quad (7.8)$$

と定義すると、式 (7.7) は

$$S_{\text{cij}} = \rho_{\text{ij}} \sqrt{\text{SEFD}_i \cdot \text{SEFD}_j} \quad (7.9)$$

と記述できる。このように SEFD はアンテナ単体の感度を表す量であり、「相関係数あたりのフラックス密度」と直観的に理解できる。SEFD が小さいほど高感度のアンテナである。

たいていの観測では、 $T_A \ll T_{\text{sys}}$ であることが多い。たとえば野辺山 45m 鏡を使って観測する場合、1 Jy のフラックス密度は約 0.3 K に相当するが、これは典型的なシステム雑音温度が 100 K 程度のオーダーであるのに比べて十分小さい。このような場合は式 (7.8) は

$$\text{SEFD} = \frac{2kT_{\text{sys}}}{A_{\text{ei}}} \quad (7.10)$$

と近似できる。

Table 7.1 に例としてさまざまなアンテナの SEFD を列挙した。

7.1.3 振幅のアプリオリ較正

前節でジビリティ振幅を較正するには SEFD を求めればよいことを示し、それにはアンテナの有効開口面積 A_e とシステム雑音温度 T_{sys} を測定すればよいことがわかった。アプリオリ較正では、有効開口面積とシステム雑音温度をそれぞれ独立に測定して SEFD を求める。その測定原理について述べてみよう。

7.1.4 有効開口面積の測定

有効開口面積は通常観測所の責任において測定されており、一般利用者が測定することはあまりない。例えば野辺山 45m 鏡では毎年共同利用開始直前の 9 月から 10 月の時期に測定されて、そのデータが Web 上²で提供されている。「はるか」³や VLBA⁴でも測定が適宜行なわれていてデータが公開されている。

有効開口面積を測定するには、フラックス密度が既知の較正天体を観測してアンテナ温度を測ればよい。既知のフラックス密度 S と測定されたアンテナ温度 T_A を式 (7.4) に代入すれば有効開口面積が求まる。

較正天体の条件としては、(1) アンテナの主ビームに比べて十分小さいかあるいは形状が既知で補正が可能であること、(2) 電波源のフラックス密度が既知であること、(3) 十分に電波が強くて高い信号雑音比

²NRO45m の開口能率 <http://www.nro.nao.ac.jp/~nro45mrt/NEW45M/45OPENUSE/OpenUse/eff2001.html>

³「はるか」の較正データ <http://www.vsop.isas.ac.jp/obs/HALCAcal.html>

⁴VLBA のアンテナゲイン ftp.aoc.nrao.edu/pub/vlba_gains.key

(SNR) が得られること、を満たすものが望ましい。この条件を満たすものとして、ミリ波帯では惑星やコンパクト HII 領域が、センチ波帯では Cyg A や Cas A などが用いられる。

開口面積そのものは観測中に変動しないが、仰角による鏡面の重力変形、風による鏡面の変形、アンテナ指向誤差 (pointing error) などの影響で有効開口面積は観測時間内で変動する。観測条件がよければこれらの原因による変動は補正可能で、たとえば重力変形は仰角の関数としてテーブルが提供されているし、指向誤差は定期的に指向チェックを行うことによって補正できる。風による変形の補正は大変困難で、Self Calibration などの手法に頼ることになる。

7.1.5 システム雑音温度の測定

システム雑音温度の内訳は、受信機で発生する受信機雑音温度 T_{RX} と大気放射 T_{sky} が大きく、その他に背景放射、地面からの放射漏れ込み、アンテナやビーム伝送系で発生する雑音などの影響がある。ここではまず受信機雑音温度の測定方法を述べた後で、大気を含めた雑音について話を進めたい。

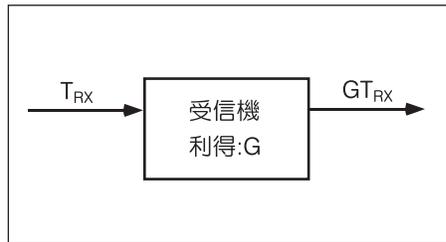


Figure 7.3: 入力換算雑音温度の考え方。

受信機温度は「入力換算雑音温度」として評価される。これは Figure 7.3 に示したように、入力がゼロの状態でも雑音を受信機に入力されているかのように表現するもので、受信機の利得 (gain) を G としたときに出力を温度換算したものが GT_{RX} となる。帯域 B 当たりのパワーで書けば、出力が $P = GkT_{RX}B$ となる。

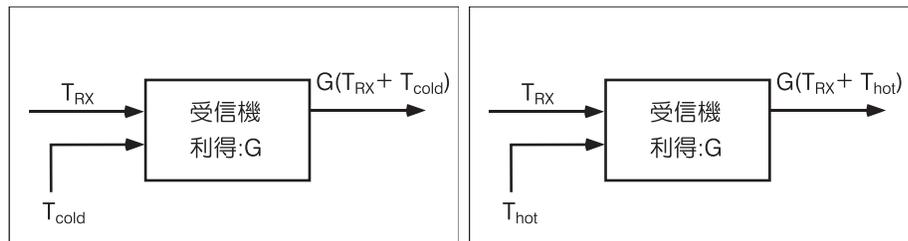


Figure 7.4: hot / cold 入力時のパワー

受信機雑音温度は、放射パワーが既知の雑音源を受信機に結合することによって測定することができる。この雑音源としては、室温の電波吸収体 (absorber)、液体窒素に浸した電波吸収体、あるいはノイズダイオードなどが用いられる。電波吸収体を使った受信機雑音温度の較正について原理を説明しよう。受信機の入力を室温 T_{hot} の電波吸収体 (黒体と見做せる) に終端させた場合には、出力は $G(T_{hot} + T_{RX})$ になる。同様に液体窒素の温度 T_{cold} にある電波吸収体に終端させると、出力は $G(T_{cold} + T_{RX})$ となる。両者の比をパワーメーターで測定すれば G が消去される。その値が Y だったとすると、

$$Y = \frac{T_{hot} + T_{RX}}{T_{cold} + T_{RX}} \quad (7.11)$$

となる。 T_{RX} について解けば、

$$T_{RX} = \frac{T_{hot} - Y T_{cold}}{Y - 1} \quad (7.12)$$

となる。 $T_{hot} \sim 293 \text{ K}$ (室温)、 $T_{cold} \sim 78 \text{ K}$ と既知だから、 T_{RX} が求まる。

パワーメーターによる測定値はデシベル (dB) で出力されることが多い。受信機出力のパワー比が hot と cold との間で $y \text{ dB}$ であったとき、 $Y = 10^{\frac{y}{10}}$ という関係になる。

例題

hot と cold の間で受信機出力の比が 4.0 dB あったときの受信機雑音温度を求めよ。

解答

$$Y = 10^{\frac{4}{10}} \simeq 2.51$$

$$T_{RX} = \frac{293 - 78Y}{Y - 1} \simeq 64 \text{ K}$$

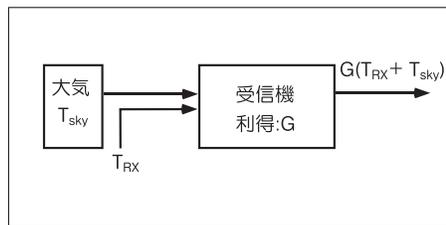


Figure 7.5: 大気放射を加えたシステム雑音温度

次にアンテナを天体の方向を向けてみる。天体からの放射が無視できるとき (あるいは天体のちょっと脇を向けたとき) の受信機出力は、大気からの放射が加わって $G(T_{sky} + T_{RX})$ となる。ただしここではアンテナ雑音や漏れ込みは無視している。この $T_{sky} + T_{RX}$ がシステム雑音温度 T_{sys} に相当する。この状態での受信機出力パワーは GT_{sys} となる。これを、受信機入力を常温の電波吸収帯に終端させたときのパワー $G(T_{RX} + T_{hot})$ と比較すれば T_{sys} が求められる。パワーの比 Y' は

$$Y' = \frac{G(T_{RX} + T_{hot})}{GT_{sys}} \quad (7.13)$$

となるから、 Y' をパワーメーター等で測定すれば、

$$T_{sys} = \frac{T_{RX} + T_{hot}}{Y'} \quad (7.14)$$

と求まる。

なお、ここで算出した T_{sys} には、天体からの放射が大気吸収によって弱まる影響が含まれていない。このため、「大気込みシステム雑音温度」と呼ばれる量とは値が異なる。この影響については次節で述べる。

7.1.6 大気吸収の補正

大気からの放射 T_{sky} は、大気の色温度が $T_{atm} \text{ K}$ で光学的厚みが τ とすると、輻射輸達の式から

$$T_{sky} = T_{atm}(1 - e^{-\tau}) \quad (7.15)$$

で与えられる。一方、天体から到来する電波は大気で吸収を受ける。本来のフラックス密度が S_0 だったとき、電波望遠鏡に到達するフラックス密度は $S = S_0 e^{-\tau}$ に減衰する。そこで τ を求めて補正を行わなければならない。

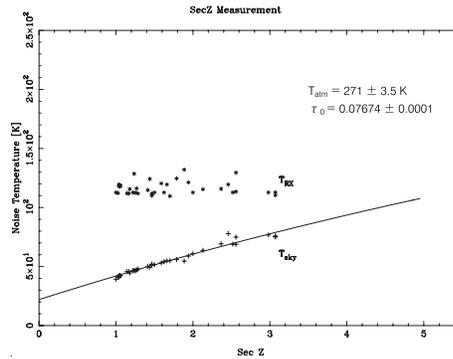


Figure 7.6: 大気の吸収係数を測定した例。野辺山 45m 鏡を使った 43 GHz 帯での測定結果で、横軸は天頂角 Z の正割 (secant) で、縦軸に雑音温度を示している。フィットした結果、 $T_{\text{atm}} = 271 \pm 3.5 \text{ K}$ 、 $\tau_0 = 0.07674 \pm 0.0001$ が得られた。 $\tau = 0$ の外挿において T_{sky} がゼロでないのは、その他の要因 (アンテナ雑音、ビーム伝送計の損失、地面からの漏れ込み等) をここに繰り込んでいるため。

大気を平行平面層で近似すると、 τ は天頂角 Z の関数として $\tau = \tau_0 \sec Z$ と記述できる。ここで τ_0 は天頂における光学的厚みである。これを式 (7.15) に代入すれば

$$T_{\text{sky}} = T_{\text{atm}}(1 - e^{-\tau_0 \sec Z}) \quad (7.16)$$

という方程式が得られるので、さまざまな天頂角に対して T_{sky} を測定すればフィッティングによって T_{atm} と τ_0 が求められる。 τ_0 が観測中に大きく変動しなければ (あるいは τ_0 を十分な頻度で測定すれば)、観測中の天頂角は既知だから τ の時間変化が求められて補正が可能となる。

ところで、式 (7.16) で $\tau_0 \ll 1$ の時には T_{atm} と τ_0 の分離度が悪くなる。 $T_{\text{sky}} \simeq T_{\text{atm}} \tau_0 \sec Z$ となるから $T_{\text{atm}} \tau_0$ はよく決まるものの、それらの配分が定まらないのだ。この場合 T_{atm} を仮定して与えてやれば τ_0 が定まる。よくやる手は「気温と同じにする」ことである⁵。

さらに、 $T_{\text{atm}} = T_{\text{hot}}$ と仮定すると「大気込みシステム雑音温度」を簡単に求めることができる。この仮定のもとでは、電波吸収帯が大気の外にあって内側にあって同じ出力となるはずなので、受信機の直前で終端させた電波吸収帯は大気の外で終端させたのと同じ測定をしていることになる。「大気 + 受信機」を一セットと見做したシステム雑音温度 T_{sys}^* に対して、天体方向を向けたときの出力は $G' T_{\text{sys}}^*$ 、電波吸収帯に終端させたときの出力は $G'(T_{\text{sys}}^* + T_{\text{hot}})$ となる。このパワー比

$$Y^* = \frac{G'(T_{\text{sys}}^* + T_{\text{hot}})}{G' T_{\text{sys}}^*} \quad (7.17)$$

を測定すれば、「大気込みシステム雑音温度」 T_{sys}^* は

$$T_{\text{sys}}^* = \frac{T_{\text{hot}}}{Y^* - 1} \quad (7.18)$$

と簡単に求まる。

この「大気込みシステム雑音温度」は単一望遠鏡観測ではよく利用されるが、干渉計観測で相関係数からビジビリティ振幅を求めるときに使うと問題がある。

⁵実際には上空のやや温度の低い層からの放射が効くので気温より小さめの値のほうがよくフィットするようだ。

7.1.7 量子化損失など

相関係数 ρ からビジビリティ振幅 S_c へ変換する観測方程式 (7.7) には、実は考慮すべき補正項がいくつか残っている。そのような影響について触れておこう。

量子化損失

詳しくはデジタル信号処理のところで述べられるが、アナログ信号をデジタル化する際に有限ビット数で量子化するために起こる損失である。多くの干渉系では 1 から 3 ビット (階調数が 2 から 8) で量子化が行っていて、2 ビットの量子化が主流になりつつある。このとき、入力レベルを最適化した場合には 12% の損失 (88% の量子化効率) が発生する。正しいビジビリティ振幅を得るには、量子化損失の補正を行う必要があるが、通常この補正はソフトウェアの内部で自動的に行なわれているはず。

量子化ビット数を増やして階調を細かく表現できるようにすれば量子化損失は小さくなるが、扱うデータ量が増えるために記録系や相関器の物量が増すというインパクトがある。「同じ物量なら量子化ビット数を増やすよりサンプリング周波数を増やして広帯域で観測したい」という、ケチで欲ばりな戦略が採用されることが多い。

フリッジ追尾損失

これもデジタル信号処理の問題で、フリッジ回転を補正するために遅延や位相の追尾を相関器内部で数値的に行う場合に発生する。

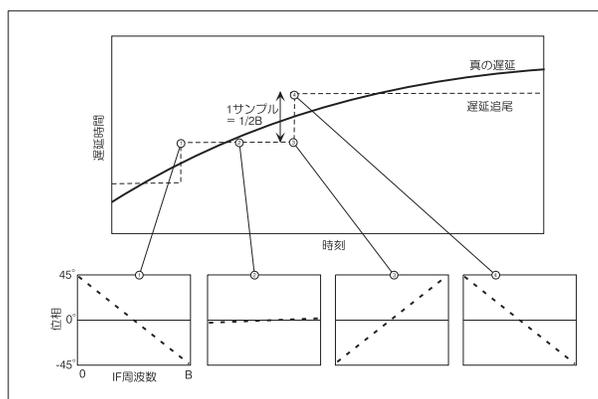


Figure 7.7: デジタル化した信号の遅延追尾。連続的に変化する遅延 (実線) に対して、相関器内では離散的にしか追尾できない (破線) ので、最大 $1/2$ サンプル時間の遅延誤差が発生する。帯域中心で遅延追尾を行っている場合に、帯域内で位相残差が残る様子を下部に示す。

まず遅延追尾であるが、デジタル化した信号の遅延追尾を相関器内で行うには離散的にしかできなため、連続的に変化する真の遅延量に対して追尾誤差が発生する。遅延誤差 $\Delta\tau$ に対して、帯域内の周波数 f_{IF} における位相誤差は $\Delta\phi = 2\pi(f_{IF} - f_{tr})\Delta\tau$ となる。ここで f_{tr} は追尾周波数で、帯域中心で追尾するときには $f_{tr} = \frac{1}{2}B$ (B は帯域幅) となる。ナイキストレート (サンプリング周波数が帯域幅 B の 2 倍) でサンプリングを行っている場合には、サンプリング間隔は $1/2B$ なので、遅延誤差は $-\frac{1}{4B} \leq \Delta\tau \leq \frac{1}{4B}$ の範囲に収めることができる。従って位相誤差の分布は帯域内周波数の関数として $-\pi(f_{IF} - f_{tr})/2B \leq \Delta\phi \leq \pi(f_{IF} - f_{tr})/2B$ であり、帯域の両端で $-\pi/4 \leq \Delta\phi \leq \pi/4$ になる。位相誤差によって信号強度は $\cos \Delta\phi$ に減少するので、

効率の期待値 $\langle \eta \rangle$ は f_{IF} の関数として

$$\begin{aligned} \langle \eta(f_{IF}) \rangle &= \frac{\int_{\Delta\tau=-\frac{1}{4B}}^{\frac{1}{4B}} \cos\left[2\pi\left(f_{IF} - \frac{B}{2}\right)\Delta\tau\right] d\Delta\tau}{\int_{\Delta\tau=-\frac{1}{4B}}^{\frac{1}{4B}} d\Delta\tau} \\ &= \frac{2B}{\pi(f_{IF} - B/2)} \operatorname{sinc} \frac{\pi(f_{IF} - B/2)}{2B} \end{aligned} \quad (7.19)$$

と sinc 関数の形になり、帯域の両端で効率は 0.90 (10%の損失) と無視できない。連続波観測の場合には効率を帯域内で平均したものが全効率 $\langle \eta \rangle$ になる。

$$\begin{aligned} \langle \eta \rangle &= \frac{\int_{f_{IF}=0}^B \langle \eta(f_{IF}) \rangle df_{IF}}{\int_{f_{IF}=0}^B df_{IF}} \\ &\simeq 1 - \frac{\pi^2}{288} \end{aligned} \quad (7.20)$$

と、効率約 0.966 (約 3.4%の損失) となる。

なお FX 型の相関器では、分光した後に周波数ごとの位相調整をすることによってサンプリング間隔より細かな遅延追尾ができる (これを Δw 補正と呼ぶこともある) ので、損失は小さくできる。分光点数 N 点に対して Δw 補正を行った場合、遅延追尾誤差は $-\frac{1}{4NB} \leq \Delta\tau \leq \frac{1}{4NB}$ に押さえることができる。効率は位相誤差の \cos なので損失は遅延誤差の 2 乗で近似できるから、損失は $\sim 1/N^2$ のオーダーで減少する。

次にフリンジ回転追尾 (あるいは位相追尾) であるが、NMA ではローカル周波数の位相を回転させることによってフリンジ回転追尾をアナログ的に行っているのだから問題はない (追尾誤差は後述のコヒーレンス損失に帰着される)。VLBI では多くの場合フリンジ回転を相関器内部で離散的に行うので、追尾できる位相に誤差が発生し、損失の原因となる。フリンジ位相をどれだけきめ細かく表現できるかによって損失が決まるわけだ。

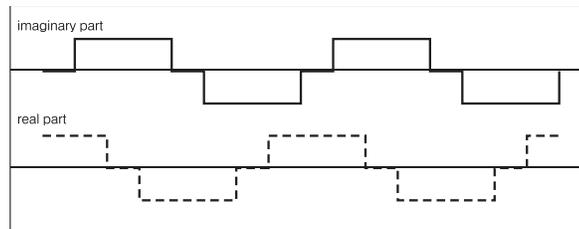


Figure 7.8: 実部・虚部ともに 3 レベルでフリンジ追尾をする例。フリンジ周波数で+と-が反転する信号を生成し、入力信号とかけ算をした後に、出力を抑圧するパターンと掛け合わせれば実現できる。この場合位相誤差は $-\pi/8 \leq \Delta\phi \leq \pi/8$ の間で一様分布し、振幅は 1 と $\sqrt{2}$ が半々に現われる。

XF 型相関器では回路を簡単にするため実部・虚部それぞれを 3 レベル程度で近似することが多い。この場合、Figure 7.8 に示すようなフリンジ回転パターンと入力信号とを掛け合わせて、実部・虚部それぞれを時間積分することになる。位相誤差は $-\pi/8 \leq \Delta\phi \leq \pi/8$ の間で一様分布するので、この影響で効率は $\sin(\pi/8)/(\pi/8) \simeq 0.974$ となる。さらに振幅が 1 と $\sqrt{2}$ とが半々に現われる。全サンプルを同じ重みで積分するのが理想的であるのに対して、重みが凸凹になる影響で信号雑音比が低下する。各サンプルの分散 σ_i^2 を重み w_i で積分したとき、平均値の分散 σ^2 は

$$\sigma^2 = \frac{\sum w_i^2 \sigma_i^2}{(\sum w_i)^2} \quad (7.21)$$

で表されるから、等価重みづけのときに比べて分散が増える割合は $\frac{1^2 + \sqrt{2}^2}{(1 + \sqrt{2})^2} / \frac{1^2 + 1^2}{(1 + 1)^2} = 6(3 - 2\sqrt{2})$ となる。

従って信号雑音比は $\sqrt{\frac{1}{6(3-2\sqrt{2})}} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \simeq 0.986$ 倍になる。位相と重みづけの両方の損失を合わせると、効率は約 0.960 で約 4%の損失となる。

FX 型相関器ではより細やかなフリンジ回転追尾をしていることが多い。例えば三鷹 VSOP 相関器ではフリンジ位相を 7 ビット (128 レベル) で表現しているので、位相誤差による損失は 10^{-5} のオーダーである。

帯域ミスマッチ

特に VLBI で問題になる項目。それぞれのアンテナは通常同じ観測周波数にチューニングされているが、地球の自転や軌道運動 (スペース VLBI の場合) によるドップラー効果のため、天体の系から見ると観測周波数帯域が微妙にずれている。このため各基線で有効な周波数帯域は、ドップラー効果でずれを起こした周波数が共通する部分となる。この影響は短基線の干渉系ではほとんど無視できるが、ミリ波 VLBI やスペース VLBI では無視できない量となる。

基線ベクトル D の両局の間で起こるドップラー効果による周波数ズレ $\Delta\nu$ は、

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{\dot{D} \cdot s}{c} \quad (7.22)$$

で与えられる。ここで ν_0 は観測周波数であり、 s は天体の方向ベクトルである。地球上のアンテナの場合、基線の時間変化は地球の自転が原因なので、自転角速度 $\omega_e \simeq 7 \times 10^{-5} [\text{rad s}^{-1}]$ を用いて

$$\begin{aligned} \dot{D} \cdot s &= (D \times \omega_e) \cdot s \\ &\sim D_{ew} \omega_e \end{aligned} \quad (7.23)$$

と書ける。例えば 230 GHz (波長 1.3 mm) で 8,000 km 基線の VLBI 観測を行った場合、ドップラー効果による周波数ずれは 430 kHz にも達する。

スペース VLBI の場合は、基線ベクトルの時間変化は衛星の軌道運動が主要項になる。例えば「はるか」による波長 6 cm の観測では、軌道運動の速度が最大で 10 km s^{-1} に達するためドップラー効果は 170 kHz 程度になる。

この影響は分光相関器を用いて相関処理したときに帯域の端を切り落とせば問題がなくなる。より根本的には観測時の周波数をドップラー効果の影響を考えて追尾する「波面追尾周波数制御」を行えばよい。

コヒーレンス損失

コヒーレンス損失は、位相が散っているビジビリティを時間積分・周波数積分するために振幅が減少することである。位相が散る原因としては、大気中の伝搬遅延変動、周波数標準の位相変動、観測システムの信号伝達経路長変動などが挙げられる。特に大気の変動は制御ができないため、現代の干渉計はこの問題で性能が制約されているといっても過言ではない。大気による位相変動を押さえるには、大気の無いスペースや影響の小さい高地で観測するか、位相補償観測を行うしかない。

積分時間内での位相揺らぎが σ_ϕ の標準偏差をもつ正規分布だったとき、ビジビリティを積分した結果の振幅は、式 (3.25) に示すように $\exp\left(-\frac{\sigma_\phi^2}{2}\right)$ 程度に下がる (Figure 3.10 参照)。

7.1.8 較正天体を用いた相対較正

アプリアリ較正の原理は、相関係数とビジビリティ振幅との間の変換係数を一つ一つ丹念に測定する方法であった。それに対して相対較正は、ビジビリティ振幅が既知の較正天体を観測したときの相関係数を使って SEFD を算出し、目的天体に応用するやり方である。アプリアリ較正では全ての項目を拾い上げるのは難しいので、現実にはこの両者を組み合わせて振幅の較正を行うのが安全である。

原理は単純なもので、ビジビリティ振幅が S_{cij} となるような較正天体の観測を行ったときに相関器から出力される相関係数が ρ_{ij} だったとすると、観測方程式 (7.9) は

$$\begin{pmatrix} \log S_c(1,0) \\ \log S_c(2,0) \\ \log S_c(2,1) \\ \log S_c(3,0) \\ \log S_c(3,1) \\ \log S_c(3,2) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & 1 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log g_0 \\ \log g_1 \\ \log g_2 \\ \log g_3 \\ \vdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \log \rho_{1,0} \\ \log \rho_{2,0} \\ \log \rho_{2,1} \\ \log \rho_{3,0} \\ \log \rho_{3,1} \\ \log \rho_{3,2} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

と線型化できる。ここで $g = \sqrt{\text{SEFD}}$ とした。これを最小自乗の意味で g について解けばアンテナ毎の SEFD が求められるわけだ。アンテナ素子数が 3 以上であれば基線の数（つまり方程式の数）がアンテナ素子数（未知数の数）を上回るので、連立方程式を解くことができる。

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \log S_c(1,0) \\ \log S_c(2,0) \\ \log S_c(2,1) \\ \log S_c(3,0) \\ \log S_c(3,1) \\ \log S_c(3,2) \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} \log g_0 \\ \log g_1 \\ \log g_2 \\ \log g_3 \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\rho} = \begin{pmatrix} \log \rho_{1,0} \\ \log \rho_{2,0} \\ \log \rho_{2,1} \\ \log \rho_{3,0} \\ \log \rho_{3,1} \\ \log \rho_{3,2} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad (7.25)$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & 1 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

とベクトル表示すれば式 (7.24) は

$$\mathbf{S} - \boldsymbol{\rho} = P\mathbf{g} \quad (7.26)$$

となり、両辺に左から P^T を掛けて解けば、

$$\mathbf{g} = (P^T P)^{-1} P^T (\mathbf{S} - \boldsymbol{\rho}) \quad (7.27)$$

となる。アンテナ素子数が 3 以上のとき $P^T P$ はかならず正則であるので解が得られる。

較正天体に要求される項目は以下のようなものである。

1. フラックス密度が既知であること。
2. 点源または構造が既知であること。
3. 十分な信号雑音比が得られる程度にフラックス密度が強いこと。

「『有効開口面積の測定』のところと同じじゃんけ！」というつつこみが聞こえてきそうだが、点源への要求がシングルディッシュのものより厳しく、干渉計の合成ビームサイズに比べて十分に小さいことが望ましい。合成ビームの細い VLBI では、このような条件をもつ天体を見つけるのが困難になる。

フラックス密度 S を持つ点源の場合、輝度分布は $I(l, m) = S\delta(l - l_0, m - m_0)$ とデルタ関数の形で近似できる。ここで (l_0, m_0) は天体の位置である。ビジビリティは輝度分布のフーリエ変換で得られるので、 $S_c(u, v) = S \exp[-2\pi i(ul_0 + vm_0)]$ となり、ビジビリティ振幅は任意の (u, v) において S なので、較正が楽にできる。

7.1.9 ミリ波サブミリ波観測におけるフラックス密度の絶対較正

ミリ波干渉計などでは、複数の配列での観測を行う必要があるため、通常 Calibrator として用いる QSO などの点状電波源の Flux をしっかり、観測の時々で測定しておく必要がある。

QSO などの点状電波源のフラックス密度は時間変動することが多いので、フラックス密度の基準としては二次的な参照源 (Secondary Calibrator) である。Secondary Calibrator のフラックス密度を較正するには、時間的に安定した輝度と構造を持った天体が必要である。惑星は一様な輝度温度の円盤でモデル化でき、円盤のサイズは予測可能であるし、輝度温度もある程度の精度で推定できるので、標準・参照天体として用いられる。そのような参照電波源を Primary Calibrator と呼ぶ。

Flux 較正は、標準・参照となる惑星と、Calibrator を切り替えて観測し、惑星の強度 (Zero Baseline での振幅の推定値) から Calibrator の強度をスケールさせる (Bootstrapping と呼ぶ)。

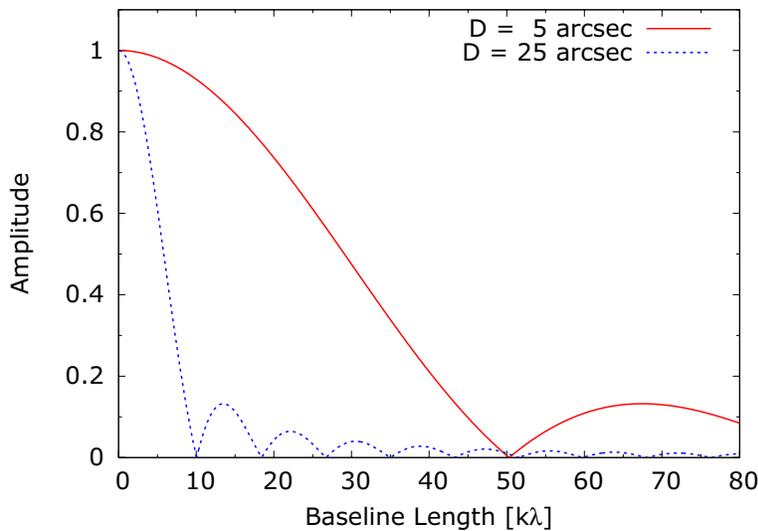


Figure 7.9: 輝度が一様な「円盤」を観測した場合の、ビジビリティ振幅の基線長依存性。視直径が 5 秒角と 25 秒角の場合を示している。最初に振幅がゼロになる「First Null」は、フリンジ間隔が円盤視直径の 0.82 倍の所に相当する。

惑星など輝度が一様な円盤を観測した場合のビジビリティ振幅は、1 次ベッセル関数 J_1 を用いて式 (7.28) のように表される。

$$|V(D_\lambda)| = 2S_0 \frac{J_1(\pi\theta_D D_\lambda)}{\pi\theta_D D_\lambda} \quad (7.28)$$

ここで $D_\lambda = \sqrt{u^2 + v^2}$ は空間周波数の絶対値でフリンジ間隔の逆数、 θ_D は円盤の視直径、 S_0 は全フラックス密度で、輝度が I_0 のとき $S_0 = \pi\theta_D^2 I_0/4$ である。Figure 7.9 にビジビリティ振幅のグラフを載せている。

振幅が半分に落ちるのはフリンジ間隔が視直径の約 1.42 倍のところ、First Null は視直径の約 0.82 倍のところである。なので、最短基線が作る最小フリンジ間隔は、惑星視直径の 1.5 倍以上が望ましい。実際には、観測データを式 (7.28) でフィットし、ゼロ基線長での振幅レベルを推定する。

上記の条件を考慮すると、ミリ波干渉計でのフラックス密度較正には、視直径の小さく、強度も中程度の Uranus (およそ 3.5 秒角) もしくは、Neptune (およそ 2.3 秒角) を用いるのが望ましい。火星 (視直径 3.6 – 24 秒角) も視直径が小さい時は用いることが可能である。

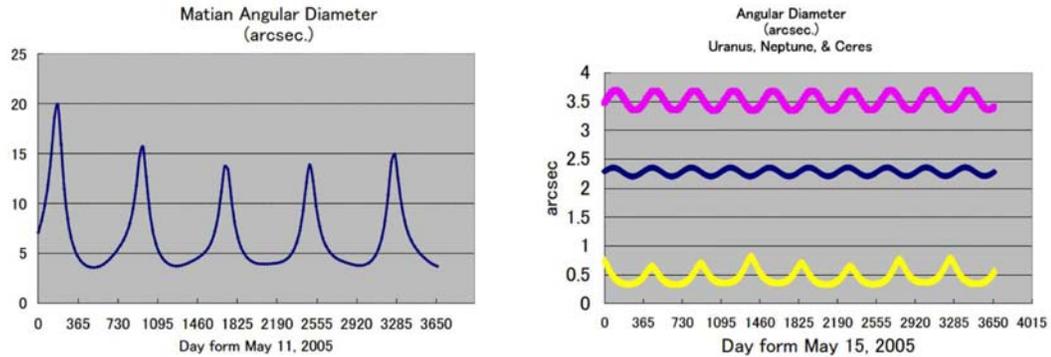


Figure 7.10: 今後 10 年間の惑星の視直径の変化。(左):火星の視直径。(右):天王星, 海王星, 小惑星セレスの視直径。

フラックス密度較正の精度には以下の要因が関係する。

- 仮定する惑星「円盤」の温度の誤差や、惑星の温度の非一様性
- 惑星から Secondary Calibrator への Bootstrapping 時の誤差

Uranus, Neptune のミリ波サブミリ波での温度は火星との比較から温度が推定されているが (Griffin & Orton 1993)、火星の輝度は、輝度温度モデルから推定している。絶対精度は、10%程度 (もしくはそれより悪い) である。Bootstrapping も大きな誤差要因となるが、素子アンテナの主ビーム (視野直径) および最大フリッジ間隔より十分小さな惑星を選ぶこと、大気差の補正のしっかり行うこと、大気条件、観測条件の良いときに観測を行うことにより数%以下の精度に収めることが可能である。最近の NMA での $\lambda = 3$ mm の実験では、Bootstrapping の再現性 (Repeatability) で 1 – 2%の精度を達成している。素子アンテナの主ビームに対して、惑星が十分小さくない場合には、主ビームと惑星「円盤」の結合率、 η_{cmb} 、の補正を行う必要がある。この場合、主ビームの形の推定誤差やまた、指向誤差が、Flux 較正の精度を決める大きな要因となる。

絶対強度較正について簡単に補足しよう。ミリ波では、周波数が高いということもあり、絶対較正は困難であり、これまでほとんど行われていなかった。しかし、最近の観測・実験の例がある。

一つは、WMAP 衛星による絶対強度測定で、およそ 2%以下の精度で木星の輝度温度が決められている (Figure 7.11 左参照)。宇宙空間での観測であり、またそもそも宇宙背景放射の異方性を超高精度に測るための装置である、非常に高い精度での測定を実現している。

一方、波長 1 cm での BIMA 干渉計での実験例がある。標準ホーンとの比較から高い精度を実現している (Figure 7.11 右参照)。

2007 年には、Planck 衛星が打ち上げられ、ミリ波からサブミリ波にかけての惑星 (ただし、明るい木星、火星が主であると思われる) の絶対測定が行われるであろう (ただし、惑星には季節変化があり、限られた時期のデータとしての位置づけとなる)。また一方で、そのデータを利用して、惑星の輝度温度のモデル化の精度の向上させることが期待できる。

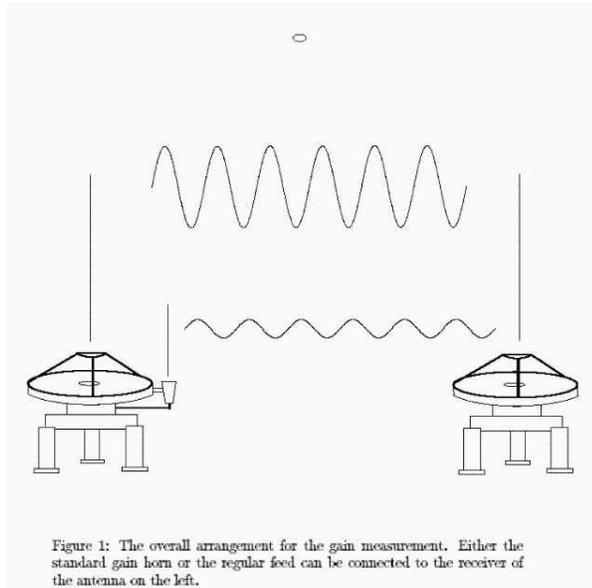
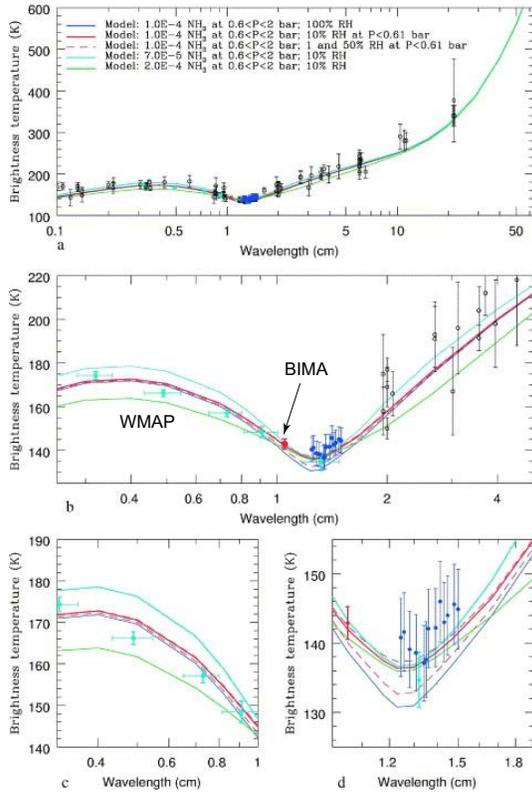


Figure 1: The overall arrangement for the gain measurement. Either the standard gain horn or the regular feed can be connected to the receiver of the antenna on the left.

Figure 7.11: (左): 木星の輝度温度の測定例 (Page et al. 2003; Gibson et al. 2005)。WMAP 衛星では、波長 9, 7.6, 5, 3 mm において高精度 (1-1.5%) の絶対測定がなされた。BIMA では、標準ホーンを参照した波長 10.5mm での測定が行われた。(右):BIMA による木星輝度温度実験の模式図。まず、右のアンテナを参照アンテナとし、標準ホーンと被測定アンテナ (左) を切り替えながら木星等を干渉計観測して、標準ホーン (SH) と被測定アンテナ (6 m) のアンテナゲイン比 G_{SH}/G_{6m} を測定。標準ホーンのゲインは計算・測定から高精度に推定し、被測定アンテナのアンテナゲインのゲインと Ω_{MB} を推定。被測定アンテナによる木星の観測から $T_{B \text{ measured}} = (\Omega_P/\Omega_{MB}) \cdot T_{B \text{ Jupiter}}$ という関係を用いて、28.5 GHz での木星の輝度温度を推定した。

7.1.10 位相誤差の原因

位相中心の誤差

観測時に行う遅延追尾・位相追尾は天体のノミナル位置に対して行い、この位置を位相中心 (phase center) と呼ぶ。実際の天体の位置が位相中心からずれていると、これに対応した位相のオフセットが生じる。

簡単のため、位相中心を原点とした天球面上の座標系で、赤経・赤緯のズレが $\Delta s = (\Delta\alpha, \Delta\delta)$ だったとする。位相のオフセット $\Delta\phi$ は

$$\Delta\phi = 2\pi(u\Delta\alpha + v\Delta\delta) \tag{7.29}$$

$$= \frac{2\pi\nu}{c} \mathbf{D} \cdot \Delta\mathbf{s} \tag{7.30}$$

で表すことができる。位相オフセットが周波数に比例することからわかるように、これは遅延のオフセット

$$\Delta\tau = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial\phi}{\partial\nu} = \frac{\mathbf{D} \cdot \Delta\mathbf{s}}{c} \tag{7.31}$$

にほかならない。

地上に固定したアンテナによる干渉計の場合、空間周波数 u, v は 1 恒星日周期で変化するので、位相中心のズレによる位相オフセットも 1 恒星日周期で変化する。位相オフセットの 1 恒星日周期成分を取り出すことは、位置天文観測の基礎である。

アンテナ位置の誤差

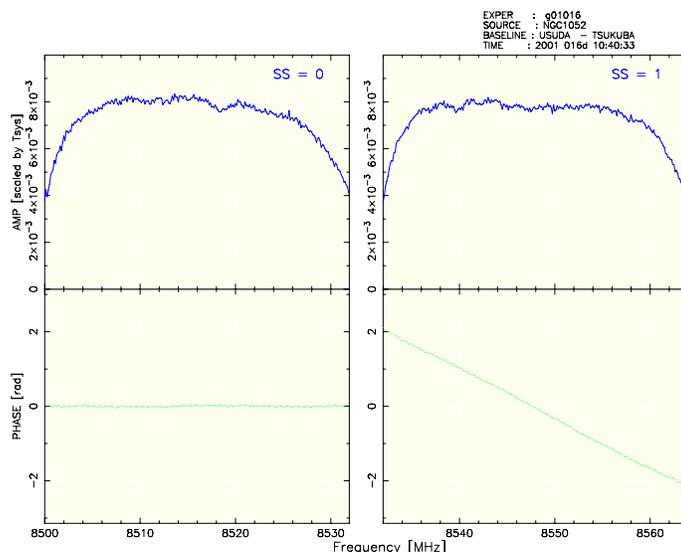


Figure 7.12: 遅延残差がない場合 (左) と残っている場合 (右) のクロスパワースペクトル。横軸が観測周波数で、縦軸が上のパネルではクロスパワースペクトルの振幅、下のパネルでは位相を示している。左の帯域 (SS=0 とある) に対しては遅延残差を補正してあるが、右の SS=1 にはサンプリング周期の $-3/2$ 倍 (-23.4375 nsec) の遅延残差がある。このため帯域内で位相が直線的に傾いている。

相関器で遅延追尾するには幾何学的遅延の値を計算する必要があり、基線ベクトルに D 依存する。アンテナの位置に誤差があると、遅延残差の原因となる。

幾何学的遅延は τ_g は $D \cdot s/c$ で与えられ、Figure 3.3 で定義したような座標系 $D = (X, Y, Z)$ をとると、

$$\tau_g = \frac{1}{c} [-X \sin \delta \cos H + Y \sin \delta \sin H + Z \cos \delta] \quad (7.32)$$

が得られる。ここで H, δ は天体の時角と赤緯である。基線ベクトルに誤差 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ があると、式 (7.32) への応答として遅延残差が現れるわけである。

幾何学的遅延のうち X, Y にかかる項は 1 恒星日周期で変化するので、天体の位相中心からのズレによる遅延残差と同様の振舞いをする。また Z に起因する項は時間に対して固定のオフセットを生むが、そのオフセットは天体の赤緯に依存するので、較正天体と目的天体が離れていると補正できない。

結合素子型干渉計では (u, v) 台にパリエーションをもたらすためにアンテナ配列を変更する操作をしばしば行うので、その度に基線ベクトルの較正を行う必要がある。いろいろな (H, δ) の天体を観測して遅延残差を測定して、式 (7.32) を元に線型の最小二乗法で $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ を解くわけである。一旦据え付けて基線ベクトルの較正をしたら、アンテナ配列を変更しないかぎり基線ベクトルはほとんど変化しないであろう。

VLBI では地殻の運動によってアンテナの位置が動く影響が表れる。プレート運動は速い場所では ~ 10 cm yr $^{-1}$ 程度もあるので観測波長に比べて無視できない。そこで、ある頻度で基線ベクトルを較正するだけでなく、後述するFRINGEサーチが必要になる。VLBI は天文学だけでなく、このような地殻の運動を測定する目的でも利用される。これを測地 VLBI (geodetic VLBI) という。

大気中の伝搬遅延

大気中の屈折率の時間変化によって電波の伝搬時間が変動し、位相がゆらぐ。この影響は、遅延時間が周波数に依存しない非分散性遅延と、依存する分散性遅延の二つに大別できる。前者は主に中性の大気成分によるもので、さらに窒素や酸素などの乾燥成分と水蒸気成分に分けられる。一方分散性遅延は電離層のプラズマに起因する⁶。分散性遅延は周波数 ν に対して ν^{-2} に比例するという性質を持つので、低周波数ほど影響は深刻だが、波長 1 cm 未満では影響が小さいのでここでは深くは触れない。詳しくは Thompson et al. (2001) を参照。

中性大気による遅延量の増加分 (excess path) は、気体分子で吸収された電波が位相差をもって再放射することに起因する。乾燥成分による excess path は天体の方向の柱密度に比例するので、観測地の気圧 P_0 [hPa] に比例して温度 T [K] に逆比例する。また、天頂角 z のときは $\sec z$ 分だけ長くなる。水蒸気は極性を持つ分子であり、乾燥大気よりも大きな誘電率を持つ。水蒸気分圧を p_V としたときの excess path L [m] は、Thompson et al. (2001) によると、

$$L = 0.00228P_0 \sec z(1 - 0.0013 \tan^2 z) + \frac{750p_V \sec z}{T^2}(1 - 0.0003 \tan^2 z) \quad (7.33)$$

と近似される。水蒸気分圧 p_V は相対湿度 H と飽和水蒸気分圧 p_{VS} の積で与えられる。 p_{VS} は Crane (1976) のモデルを用いて、

$$p_{VS} = 6.11 \left(\frac{T}{273.16} \right)^{-5.3} \exp \left(\frac{25.2(T - 273.16)}{T} \right) \quad (7.34)$$

で記述することができる。このように観測時の気温・気圧・相対湿度を測定することによって、天頂角 z 方向の excess path を見積もることができ、相関器で遅延追尾をする際にこの量を繰り込むことができる。

ところが、乾燥大気成分は比較的一様であるのに対して、水蒸気成分は局所的に大きく柱密度が変動するという特徴をもつ。これは水分子が極性を持つために凝集しやすいという性質があるからだ⁷。このため水蒸気成分による excess path の変動はモデル化が難しい。その統計的性質の研究はあるものの、時々刻々の excess path の値を予測して相関器で補正することは大変難しい。このような予測できない遅延量は、観測時に測定して補正するより他にない。

水蒸気による excess path の測定は、水蒸気が放射する輝線の輝度温度をラジオメーターで測定するアプリアリな方法と、較正天体を観測したときの遅延残差や位相残差から求める相対較正の二通りがある。

excess path の時間変動は、基線長が長くなるほど大きくなるという性質を持つ。これは、ある大きさを持った水蒸気の塊が風に流されてアンテナの上空を通過するという phase screen モデルで説明される。基線長が短ければその上空にある水蒸気の塊がほぼ共通なので excess path の差が相対的に小さいが、アンテナが遠く離れると phase screen が独立なものになるので excess path の差が大きく変動するようになるわけだ。水蒸気塊の大きさに対する個数の分布は構造関数 (structure function) と呼ばれ、大きさに対して冪乗則で表されるような分布をしているので、基線長に対して位相変動の大きさも冪乗則で近似できる。結合素子型干渉計の場合は、excess path の変動に相関が十分残っている程度の基線長 (もちろん気象条件等に依存するが) なので、較正天体と目的天体の観測を数分程度の時分割で行って excess path の補正を行うことが可能である。

一方 VLBI では素子アンテナ毎に excess path の時間変動は独立である。従って excess path の変動時間スケール (コヒーレント時間) よりも長時間の積分を行うには困難を伴う。後述のようにコヒーレント時間内の積分でピジビリティを十分な信号雑音比で検出できれば、そのピジビリティ位相を用いて遅延残差を補正することが可能である。そのためには観測天体が短い積分時間でも検出できるほど強い電波源でないといけない。ここに VLBI の感度を大きく制約する条件が存在する。較正天体と目的天体との間をコヒーレント時間よりも短い時間に切り替えたり、VERA のように 2 ビームで同時受信すれば、この制約から解放される。この観測手法は相対 VLBI と呼ばれる。

⁶星間プラズマや惑星間プラズマが問題になる場合もあるが、ここでは割愛する。

⁷天気図を見ても気圧配置はなだらかな分布を示すのに対して、「ひまわり」で見た雲の分布は小さな空間スケールで分布にムラがあることから、簡単に理解できる。

周波数標準・位相伝送系に起因する誤差

VLBI の場合はアンテナ毎に独立した周波数標準（通常は水素メーザー原子時計を用いる）を使って周波数変換を行うため、各素子アンテナ毎に別々の位相オフセット $\Delta\phi$ が付加される。

結合素子型干渉計の場合は共通な周波数標準を用いるので位相オフセットは素子アンテナ毎に独立ではないが、周波数標準から局部発振器までの位相伝送系における遅延は素子アンテナ毎に異なっているので、やはり位相オフセットが付加される。ただしその位相オフセットは VLBI の場合ほどには速く変動しないので、較正天体と目的天体とを時分割で切り替えて観測すれば、補正することが可能である。

さらに中間周波数帯 (IF) のアナログ信号をデジタルに変換するときのサンプリング・クロックも周波数標準からの基準信号に準拠しており、タイミングのズレが発生しうる。特に VLBI ではアンテナ毎にサンプリングのタイミングずれは原子時計の時計合わせの差に相当するのでとても大きい。ほとんどの VLBI アンテナでは GPS (global positioning system) の時刻符号を受信して時計合わせをしており、その精度は $\sim 10^{-7}$ sec 程度である。ほとんどの観測が MHz 帯以上の周波数で行われていることを考えればこの精度では不十分であり、重大な遅延残差が含まれる。

帯域通過特性

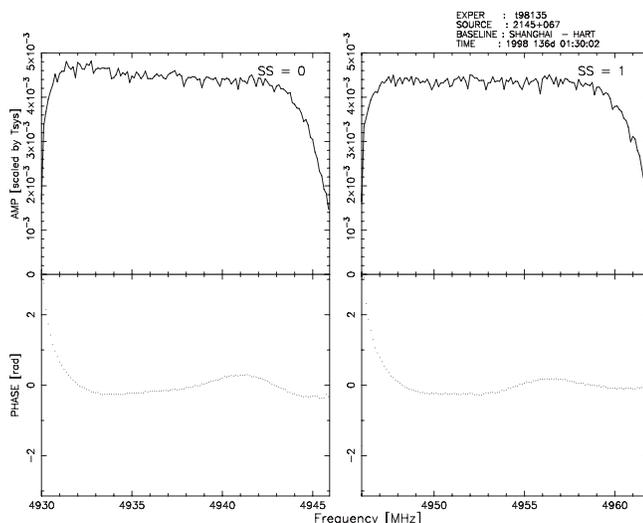


Figure 7.13: 連続波源 2145+067 を Shanghai-Hartbeesthoek 基線で観測して得られたクロスパワースペクトル。本来の天体のスペクトルは振幅・位相共に一定であるが、観測装置の帯域通過特性のために振幅・位相ともに平坦ではなくなっている。特に観測帯域の端で特性の変化が著しい。図が左右二つあるのは観測帯幅 32 MHz を 16 MHz のフィルター二つに分けて受信しているため。

アンテナ・受信機・周波数変換器・増幅器・信号伝搬路・帯域制限フィルターなどの機器は全て周波数ごとに特性を持つ。どの周波数でも通過特性や付加される位相量が一定であるのが理想だが、実際には周波数に対して複雑な特性を持つことが多い。この帯域通過特性⁸ (bandpass characteristics) を振幅・位相を併せて $H(\nu) = |H(\nu)| \exp(i\phi(\nu))$ と書く。

パワースペクトルが $S(l, m, \nu) = S(\nu)I(l, m)$ と構造が周波数に依存しない天体（連続波源）を観測した場合、得られるクロスパワースペクトル $\hat{S}_{i,j}(\nu)$ は

$$\hat{S}_{i,j}(\nu) = \mathbf{H}_i(\nu)\mathbf{H}_j^*(\nu)S(\nu) \int_{l=-\infty}^{\infty} \int_{m=-\infty}^{\infty} I(l, m) \exp(2\pi i(ul + vm)) dl dm \quad (7.35)$$

⁸ 「バンドパス特性」と呼んだり、「パンキアラ」などと言う人もいる。

となる。

Figure 7.13 に、連続波源を観測して得られたクロスパワースペクトルを示す。振幅項は二つのアンテナの帯域特性の積であり、位相項は差になる。

帯域通過特性の補正を行わないと、正しい振幅や位相が得られない。特にスペクトル線観測を行う場合には、周波数成分（視線速度を反映していることが多い）ごとの位相が正しくないと周波数毎に得られるチャンネルマップの相対位置が保存されないため、この補正は重要である。連続波天体を観測する場合でも、位相特性が帯域内で平坦でないと、ビジビリティを周波数方向に積分する際にコヒーレンス損失を生じるため、帯域通過特性の補正は重要である。

位相誤差要因のまとめ

位相誤差の要因についてまとめると、以下のようになる。

1. 遅延時間に帰着されるもの

位相残差が周波数に対して比例関係にあることが特徴である。アンテナ位置、天体の位置、大気（非分散性）の伝搬遅延、周波数標準から出力されるクロックなどが当てはまる。

2. 位相に帰着されるもの

位相残差が周波数に依存せず一定であることが特徴である。局部発振器の位相や相関器での位相追尾の残差がこれに相当する。

連続波観測などで観測帯域内を積分して周波数方向に1点にした後などは、遅延時間と位相とが1対1対応になるので区別しないでもよい。

3. 帯域特性に帰着されるもの

機器の特性によって帯域内での位相が平坦から外れる影響である。帯域特性は時間に対して変動が少ないことが期待される。

7.1.11 較正天体を用いた位相誤差の較正

遅延の較正

この操作は VLBI 観測では必須であるが、結合素子型干渉計では不要な場合が多い。遅延に残差が現れる要因として、アンテナ位置（基線ベクトル）、天体の位置、大気中の伝搬遅延、周波数標準のクロックなどを挙げたが、結合素子型干渉計の場合一旦アンテナを設置したら基線ベクトルは大きく変化することはない（地殻変動があっても局所的には影響が小さい）、基線長が VLBI ほどには長くないので天体の位置精度に対する影響は小さい。また、クロックは共通だから変動量は小さい。大気の伝搬遅延は問題となるが、基線長が短い場合は大気ゆらぎが全アンテナに共通でキャンセルするので、VLBI に比べるとましである。

しかし VLBI の場合には上記の影響をもろに受けるので、相関器の出力にはサンプリング間隔 $1/2B$ を越える遅延残差が残っていることが普通である。この場合帯域 B 内での位相傾斜が残るので、これをそのまま周波数方向に積分するとコヒーレンス損失が起こる（式 7.20 を参照）。

そこで相関器から出力されたビジビリティを元にして遅延残差を求めて、積分時のコヒーレンス損失を最小にする操作が必要になる。この操作をフリンジサーチ (fringe search あるいは fringe finding) という。通常の VLBI 観測ではフリンジサーチの時に遅延残差 $\Delta\tau$ だけでなくその時間変化率 $\Delta\dot{\tau}$ も求める。

アンテナ対 i, j の基線で観測されたビジビリティ $\hat{V}_{i,j}$ は、真のビジビリティ $V_{i,j}$ に対して以下のように

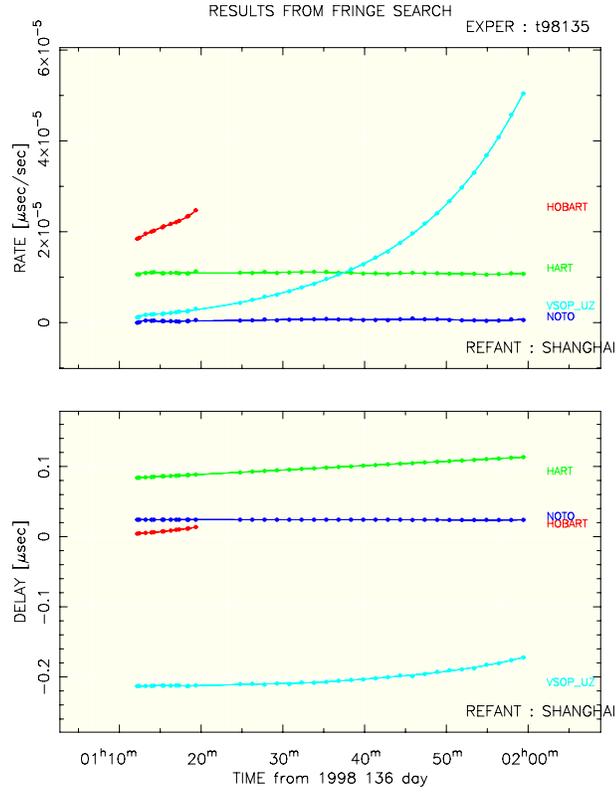


Figure 7.14: フリンジサーチの結果得られた遅延残差 (下) と遅延変化率残差 (上) の時間変化。素子アンテナの1つ (ここでは Shanghai) を基準とし、そこからの相対値が得られる。VSOP_UZ とあるのは衛星「はるか」を臼田トラッキング局で追跡したときのもので、軌道決定から得られるアンテナ位置と実際の位置とでは差が大きいため、遅延・遅延変化率ともに大きな残差を生んでいる。

記述できる。

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{V}}_{i,j} &= \int_{\nu_{\text{IF}}} \int_t \mathbf{g}_i \mathbf{g}_j^* \mathcal{V}_{i,j} d\nu dt + \epsilon_{i,j} \\ &= |g_i g_j| \int_{\nu_{\text{IF}}} \int_t \exp(i(\phi_i - \phi_j)) \mathcal{V}_{i,j} d\nu dt + \epsilon_{i,j}\end{aligned}\quad (7.36)$$

$$\begin{aligned}\phi_i &= \phi_{i0} + 2\pi\nu\Delta\tau_i \\ &= \phi_{i0} + 2\pi \left[\nu_0\Delta\tau_{i0} + (\nu - \nu_0)\Delta\tau_{i0} + \nu\Delta\dot{\tau}_i(t - t_0) + \frac{1}{2}\nu\Delta\ddot{\tau}_i(t - t_0)^2 + \dots \right] \\ &\simeq \phi'_{i0} + 2\pi [\nu_{\text{IF}}\Delta\tau_{i0} + \nu_0\Delta\dot{\tau}_i(t - t_0)]\end{aligned}\quad (7.37)$$

ここで ν_0 は局部発信機 (LO) の周波数、 $\nu_{\text{IF}} = \nu - \nu_0$ は IF 帯域内の周波数である。また、 ϵ は熱雑音である。 $2\pi\nu_0\Delta\tau_{i0}$ の項は、 ϕ_{i0} と併せて ϕ'_{i0} に繰り込んだ。この繰り込みは、位相の変動があまり大きくないコヒーレント時間内の積分しか許されないという制約を生んでいる。

フリンジサーチは式 (7.37) を元にいるんな ($\Delta\tau, \Delta\dot{\tau}$) の組み合わせの中から、 $|\tilde{\mathcal{V}}_{i,j}|$ を最大にするような最尤値を求めることにほかならない。そこで、Figure 3.7 に示すように ($\Delta\tau, \Delta\dot{\tau}$) の空間で $|\tilde{\mathcal{V}}_{i,j}|$ を計算し、ピークを探すのである。

式 (7.37) をよくみると、 $\Delta\tau_{i0} \leftrightarrow \nu_{\text{IF}}$ および $\nu_0\Delta\dot{\tau}_i \leftrightarrow (t - t_0)$ の二次元フーリエ変換で表すことができる。この性質を利用して、計算機でフリンジサーチをする際には高速フーリエ変換 (FFT) のアルゴリズムが用いられている。

基線ベースのフリンジサーチで求まる遅延残差は $\Delta\tau_i - \Delta\tau_j$ 、遅延変化率残差は $\Delta\dot{\tau}_i - \Delta\dot{\tau}_j$ であるが、これをアンテナベースで解くには式 (7.24) のような線型の方程式を解くのだが、遅延や遅延変化率残差はある基準のアンテナに対する相対値でしか求まらないので、観測方程式は若干の修正が必要である。基準アンテナの番号を 0 にとると、 $\Delta\tau_0$ はゼロに固定されて未知数ではなくなる。

$$\begin{pmatrix} \Delta\tau_{1,0} \\ \Delta\tau_{2,0} \\ \Delta\tau_{2,1} \\ \Delta\tau_{3,0} \\ \Delta\tau_{3,1} \\ \Delta\tau_{3,2} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\tau_1 \\ \Delta\tau_2 \\ \Delta\tau_3 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (7.38)$$

式 (7.38) の線型連立方程式を解けば、基線ベースの遅延残差からアンテナベースの遅延残差を求めることができる。遅延変化率残差についても同様である。

位相の較正

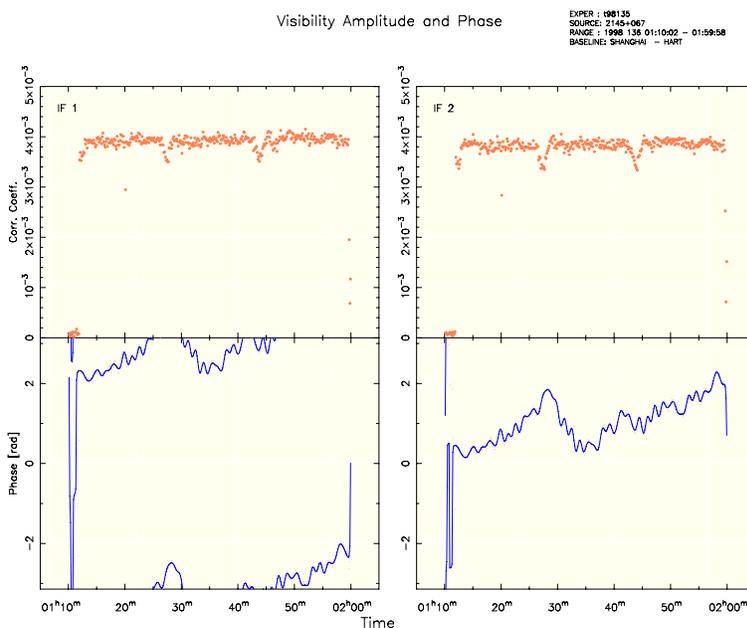


Figure 7.15: 観測されたビジビリティ振幅と位相の時間変動。フリンジサーチによって得た遅延残差・遅延変化率残差を適用しても、これだけの位相変動が残ってしまう。

遅延・遅延変化率の残差が較正によって十分ちいさくできれば、周波数方向・時間方向にビジビリティを有限時間積分することができる。このことによってビジビリティの位相雑音比を高くし、位相の測定精度を向上させることができる。しかしビジビリティ位相にはまだ式 (7.37) の ϕ'_{i0} が残っている。結合素子型干渉計の場合でも、大気ゆらぎ等に起因する位相の残差が残る。Figure 7.15 はフリンジサーチで得られた遅延残差・遅延変化率残差を較正した後のビジビリティである。この天体はほぼ点源であることが知られているので位相の変動は天体の構造に起因するものではなく、大気や装置の位相ゆらぎが原因と考えられる。

結合素子型干渉計であれば前述の理由で位相の変動量が相対的には小さいので、較正天体と目的天体とを数分程度の時分割で切り替えて観測し、較正天体の観測から得られた複素ゲインを目的天体のビジビリティに適用すればよい。較正天体として位置が十分な精度で既知の点源を用いれば、ビジビリティは (u, v) に依存せず一定値の実数になる。

$$\mathcal{V}_{i,j}(u, v) = |\mathcal{V}| \quad (7.39)$$

これを式 (7.36) に代入すると、

$$\tilde{\mathcal{V}}_{i,j} = |g_i g_j| \exp(i(\phi_{i0} - \phi_{j0})) \mathcal{V}_{i,j} + \epsilon_{i,j} \quad (7.40)$$

$$\phi_{i,j} = \phi_{i0} - \phi_{j0} \quad (7.41)$$

が得られる。つまり較正天体の真のビジビリティ位相はゼロなので、較正天体の観測で得られたビジビリティの位相 $\phi_{i,j}$ は複素ゲインの位相項の差となっているわけだ。式 (7.41) で基線ベースの位相からアンテナベースの位相を求めるには、式 (7.38) と同様の連立方程式を解けばよい。ただし遅延残差と違って位相残差は $2n\pi$ の曖昧さ (ambiguity) があるので、実部と虚部に分けて最小二乗を行う工夫が必要になる。このようにして得られた較正天体観測時の複素ゲインテーブルを補間して、目的天体観測時のビジビリティ位相を較正する。

相対 VLBI 観測時でも、較正天体のビジビリティ位相で求めた複素ゲインテーブルを目的天体に適用する方法は有効である。しかし通常の VLBI 観測の場合では、大気などで位相がゆらぐ時間スケールに比べて較正天体と目的天体の切り替え周期が長すぎ、較正天体による複素ゲインテーブルが目的天体に対しては役に立たなくなる。このような場合では、次節で述べる self calibration の手法を用いるしかない。

帯域通過特性の較正

帯域通過特性を較正するには、スペクトル $S(\nu)$ が既知の天体を観測して得られたクロスパワースペクトルを使ってアンテナ毎の帯域通過特性 (バンドパステープルと呼ぶ) を算出し、これを目的天体に適用すればよい。式 (7.35) において $S(\nu)$ が既知であれば、基線毎に得られるビジビリティ $\hat{S}_{i,j}(\nu)$ を用いて、最小二乗法で $H(\nu)$ を求めることができる。帯域通過特性の時間変動はゆっくりであることが多く、較正天体の観測を通常数時間に 1 回程度行えば十分であろう。

帯域通過特性用の較正天体に求められる要件は以下の通りである。

1. スペクトルが平坦な連続波源であること。
2. 十分な信号雑音比で観測されるように強いコンパクトな電波源であること。

干渉計や VLBI 網は、それぞれお奨めの帯域通過特性較正天体の一覧をもっているのので、それを参考にして目的天体に近い方向の較正天体を選べばよい。

7.1.12 Self Calibration

上記の位相較正方法を用いた場合、較正天体と目的天体は時分割で観測される場合がほとんどであり、その時間差で起こる位相変動を補正することはできない。また較正天体と目的天体では方向が異なるため、大気による位相揺らぎを完全に取り除くことはできない。そこで考え出されたのが、目的天体自身のビジビリティを使って位相と振幅の較正する、Self Calibration というアイデアである。

天体の構造モデルを $\tilde{I}(l, m)$ とする。この構造モデルは真の輝度分布 $I(l, m)$ を与えるのが理想的だが、これが最初からわかっているなら観測する必要がないわけで、適当な初期値を設定することになる。未知の天体の場合は初期値は点源 $\delta(l, m)$ を与えることが多い。過去に観測がある場合にはその輝度分布を与える。

構造モデルから計算されるビジビリティ $\hat{v}_{i,j}(t)$ ⁹に伝達関数を適用すると、 $g_i g_j^* \tilde{v}_{i,j}(t)$ として観測されるはずである。ここで g は真の複素ゲインからのズレで、振幅と位相の両方を持つ。較正が完璧になされる場合には $g=1$ である。また、添字 i, j はアンテナ番号を示す。

観測されたビジビリティ $\hat{v}_{i,j}(t)$ と、モデルビジビリティ(構造モデル+伝達関数) $g_i g_j^* \tilde{v}_{i,j}(t)$ が一致すれば、構造モデルと複素ゲインが正しく求められたものとしよう。つまり、試行的な複素ゲイン g' に構造モデルを入力したときに期待されるビジビリティ

$$\hat{v}_{\text{model}}^{i,j}(t) = g'_i g'^*_j v_{\text{model}}^{i,j}(t) \quad (7.42)$$

を観測されたビジビリティ $\hat{v}^{i,j}(t)$ と比較して、残差二乗和 χ^2 を

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{i,j} \int_t w_{i,j}(t) |\hat{v}^{i,j}(t) - \hat{v}_{\text{model}}^{i,j}(t)|^2 dt \\ &= \sum_{i,j} \int_t w_{i,j}(t) |\hat{v}^{i,j}(t) - g'_i g'^*_j v_{\text{model}}^{i,j}(t)|^2 dt, \end{aligned} \quad (7.43)$$

と計算する。 χ^2 を最小にするように、アンテナゲインについて解いてやれば真の複素ゲインが推定できる。これがself calibrationの原理である。式(7.43)で $w_{i,j}(t)$ は重みである。残差が熱雑音だけに起因するのであれば重みはビジビリティの誤差 σ_v に対して $w_{i,j} \propto 1/\sigma_v^2$ で与えるのが最適だが、系統誤差も無視できないことが多いので位相が安定なアンテナに大きな重みを与えるのがよいだろう。

積分時間はアンテナゲインの時間変化が無視できる範囲にとどめる必要がある。ただし、この有限の積分時間で十分なS/N比のビジビリティが得られている必要がある。

式(7.43)を見ると分かるように、アンテナゲインの解はモデルに依存する。つまり、誤ったモデルを与えると誤った解を導くことになる。そこで、self calibrationの流れは以下のようにする。

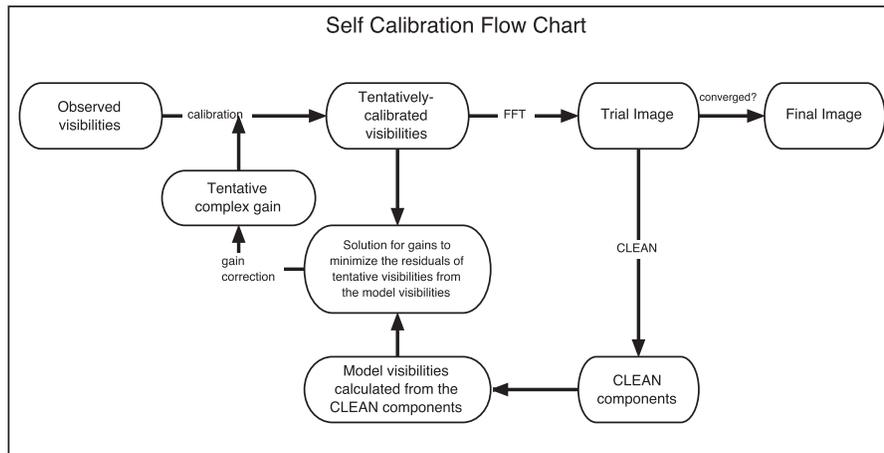


Figure 7.16: Self Calibratoion の流れ図

1. 観測されたビジビリティに、ノミナルのゲインを与えて電波写真を作成する。
2. 作成された電波写真を CLEAN する。
3. CLEAN 成分だけを使ったビジビリティを計算する。

⁹ビジビリティは空間周波数 (u, v) の関数であるが、アンテナ対 i, j を与えると $(u(t), v(t))$ と時刻から写像できる。

VSOPによる3C 84の観測…Self Calibrationの効果

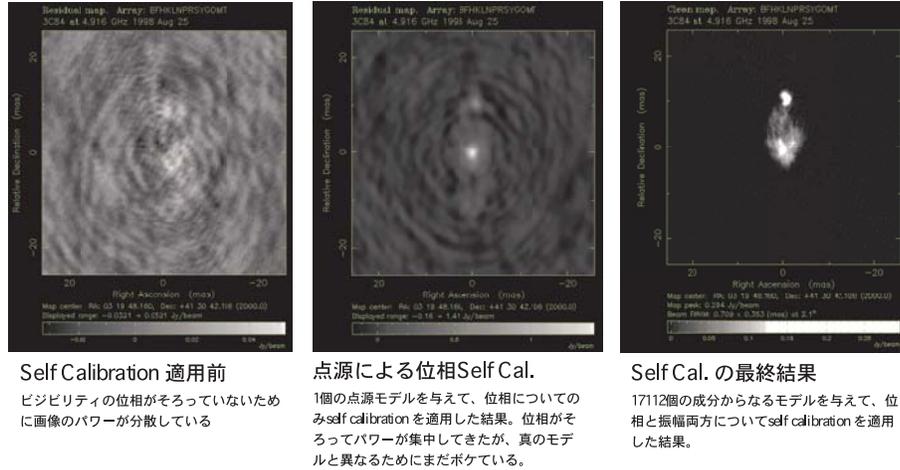


Figure 7.17: Self Calibratoin の効果

4. 式 (7.43) に従って、観測されたジジビリティと CLEAN 成分によるジジビリティとの差が最小となるようなアンテナゲインを解く。
5. この得られたゲインを較正して、新たに電波写真を作成する。
6. 以上を、電波像が収束するまで繰り返す。

式 (7.43) は位相項についてだけ注目すると線型の最小二乗法なので、観測点数が未知数に比べて多ければ解が一意に決まる。アンテナ素子数が N_a のとき基線数 (つまりジジビリティの数) は $\frac{1}{2}N_a(N_a - 1)$ であり、位相の未知数は $N_a - 1$ 個¹⁰である。全観測時間中に式 (7.43) の積分区間が N_t 個あったとすると、データ数は $\frac{1}{2}N_a(N_a - 1)N_t$ 個ある。未知数は $(N_a - 1)N_t$ 個。構造モデルを N_c 個の点源の集合で表現したとすると、1点あたり位置とフラックス密度で3個の属性を持つから、最小二乗の自由度 (degree of freedom) は

$$\text{d.o.f.} = \frac{1}{2}N_a(N_a - 1)N_t - (N_a - 1)N_t - 3N_c \quad (7.44)$$

となる。自由度が大きいほど、正規化された残差 (reduced χ^2) = $\chi^2/\text{d.o.f.}$ を小さくでき、解の信頼性が増す。

一方アンテナゲインの振幅項を見ると、未知パラメーター同士の積があるので非線型に見えるが、式 (7.24) で述べたように線型化することができる。とはいえ位相のような制約条件がないので振幅についての self calibration は十分信頼できる構造モデルが得られた後に行うべきである。

位相について、どれか1つの素子アンテナを基準としてその相対値だけが self calibration に寄与するということは、重大な問題点をはらむ。構造モデルを天球面上で平行移動させても、基準アンテナの位相を調整すればモデルジジビリティの位相は変化しないようにできるのである (章末に証明をまとめた)。すなわち self calibration の操作を行うということは、得られる電波写真の絶対位置の基準が失われることを意味する。VLBIの観測では self calibration の操作を行うケースが多いので、その電波写真の赤経・赤緯は相対値として表示されている。

NMA や VLA などの結合素子型干渉計の観測では、全素子アンテナに対して共通の周波数標準から局部発信機の信号が供給されるので位相の相対値が保存されているし、較正天体に対して self calibration を

¹⁰全ての複素ゲインに共通の位相オフセットを与えてもモデルジジビリティは変化しないので、どれか1つの素子アンテナを基準として複素ゲインの位相をゼロにしても一般性を失わない。

行って得られる複素ゲインを目的天体に適用するため、較正天体と目的天体の相対位置は保存される¹¹較正天体の絶対位置が十分な精度で既知であれば、目的天体の絶対位置が得られる。VLBIでも較正天体と目的天体とを高速に切り替えたり、VERAのように同時に受信するなどの工夫をして、結合素子型干渉計と同様に位相の相対値を保存し絶対位置を測定しようとする観測方法が盛んになりつつある。このような観測方法を相対 VLBI という。

self calibration の機能は、AIPS および Difmap という代表的な干渉計のデータ解析ソフトウェアに搭載されている。AIPS では calib というタスク、Difmap では selfcal というコマンドを用いる。詳しくはデータ解析実習の講義で触れる。

Self Calibration によって絶対位置の基準が失われることの証明

定理

天球面上での任意の位置オフセット (l_0, m_0) に対して、全ての基線（アンテナ添字を i, j などとする）で

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{i,j}(u_{ij}, v_{ij}) &= \mathbf{g}_i \mathbf{g}_j^* \int \int_{\text{source}} I(l, m) \exp(2\pi i(u_{ij}l + v_{ij}m)) dldm \\ &= \mathbf{g}_i e^{i\phi_i} \mathbf{g}_j^* e^{-i\phi_j} \int \int_{\text{source}} I(l - l_0, m - m_0) \exp(2\pi i(u_{ij}l + v_{ij}m)) dldm \end{aligned} \quad (7.45)$$

を満たすようなアンテナ位相 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ が存在する。

証明

$$\begin{aligned} &\mathbf{g}_i e^{i\phi_i} \mathbf{g}_j^* e^{-i\phi_j} \int \int_{\text{source}} I(l - l_0, m - m_0) \exp(2\pi i(u_{ij}l + v_{ij}m)) dldm \\ &= \mathbf{g}_i \mathbf{g}_j^* \exp(i(\phi_i - \phi_j)) \exp(2\pi i(u_{ij}l_0 + v_{ij}m_0)) \int \int_{\text{source}} I(l, m) \exp(2\pi i(u_{ij}l + v_{ij}m)) dldm \end{aligned} \quad (7.46)$$

だから、 $\phi_i - \phi_j = -2\pi(u_{ij}l_0 + v_{ij}m_0)$ を全てのアンテナ対で満たすような $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ の存在をせめせばよい。

そこで、アンテナ番号 0 番を除く全てのアンテナに、 $\phi_i = -2\pi(u_{i0}l_0 + v_{i0}m_0)$ としてやる。すると

$$\begin{aligned} \phi_i - \phi_j &= -2\pi((u_{i0} - u_{j0})l_0 + (v_{i0} - v_{j0})m_0) \\ &= -2\pi(u_{ij}l_0 + v_{ij}m_0) \end{aligned} \quad (7.47)$$

が得られる。なぜなら、 $u_{ij} = u_{i0} - u_{j0}$, $v_{ij} = v_{i0} - v_{j0}$ が成り立つからである。

(証明終)

Closure Phase と Closure Amplitude

Self Calibration の過程においては、アンテナ毎に複素ゲインを調整する。この過程においては、closure phase (巡回位相) および closure amplitude (巡回振幅) という量が保存される。closure phase ϕ_{ijk} および closure amplitude A_{ijkl} は以下のように定義される。

¹¹較正天体で得られた複素ゲインが十分に収束していれば、さらに目的天体に対して self calibration を行ったとしてもその補正量十分小さいので、絶対位置の情報は失われないであろう。

$$\phi_{ijk} = \phi_{ij} + \phi_{jk} + \phi_{ki} \quad (7.48)$$

$$A_{ijkl} = \frac{|V_{ij}||V_{kl}|}{|V_{ik}||V_{jl}|} \quad (7.49)$$

Self Calibration によって任意のアンテナ位相 ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k をビジビリティに加えても、closure phase ϕ_{ijk} は変化しないことがわかるだろう。

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{ijk} &= \hat{\phi}_{ij} + \hat{\phi}_{jk} + \hat{\phi}_{ki} \\ &= (\phi_{ij} + \phi_i - \phi_j) + (\phi_{jk} + \phi_j - \phi_k) + (\phi_{ki} + \phi_k - \phi_i) \\ &= \phi_{ij} + \phi_{jk} + \phi_{ki} = \phi_{ijk} \end{aligned} \quad (7.50)$$

同様に、任意のアンテナゲイン（の絶対値） $a_j = |a_j|$ を与えても、closure amplitude は保存される。

$$\begin{aligned} \hat{A}_{ijkl} &= \frac{|\hat{V}_{ij}||\hat{V}_{kl}|}{|\hat{V}_{ik}||\hat{V}_{jl}|} \\ &= \frac{|a_i a_j V_{ij}| |a_k a_l V_{kl}|}{|a_i a_k V_{ik}| |a_j a_l V_{jl}|} \\ &= \frac{|V_{ij}||V_{kl}|}{|V_{ik}||V_{jl}|} \end{aligned} \quad (7.51)$$

このように、アンテナゲインの較正が正しくなくても closure phase や closure amplitude の値は狂わないので、較正の精度が不十分なときに天体の構造を推定するには便利である。ただし、以下のような短所もある。

- 「絶対量」にたいして closure 量は感度がない。たとえば、電波源の位置を平行移動しても closure phase は変化しないし、輝度全体に定数をかけても closure amplitude は変化しない。
- 天体の構造にたいして closure 量はあまり敏感ではない。例えば、重心に対して 180° 回転対象な輝度分布では、closure phase は必ずゼロになる。つまり、ユニークな構造の解を与えない。
- closure phase では3つの観測量、closure amplitude では4つの観測量から一つの変数をつくるので、雑音の影響がより効きやすい。特に closure amplitude ではビジビリティ振幅で割算をしているため、分母のビジビリティの信号雑音比が小さいときは、closure amplitude の分散はきわめて大きくなる。しかも正規分布しない。

このように、closure 量だけで像合成するのは困難であるが、ビジビリティのチェックをする（点源の較正天体で closure phase がゼロ、closure amplitude が1になるか、など）には有用であろう。

7.2 マップからサイエンスへ

干渉計で像合成された観測結果をもとにどのような科学的成果を生むのかは、個々の観測者の興味と手腕に依るところであり、オリジナリティが問われる部分であろう。ここでは、あくまで標準的な解析手法についてだけ触れておく。

7.2.1 輝度の測定

AIPS や Difmap などの干渉計像合成ソフトウェアを用いて得られるマップは、 (l, m) 空間（あるいは、位相中心に対する相対的な赤経・赤緯）における輝度の分布を表したものであり、Jy/beam という単位が用いられることが多い。ここで“beam”というのは合成ビーム（の主ビーム）の立体角を表しているので、輝度の次元を持つことがわかる。

ソフトウェアが表示する Jy/beam 単位の輝度を、Jy sr⁻¹ や、輝度温度 K の単位に変換してみよう。

Jy./beam と Jy sr⁻¹

まず、ビームの立体角を求めてみよう。CLEAN beam は通常 Gaussian で、そのピークが 1 であり、FWHM (Full Width at Half Maximum) が長軸と短軸でそれぞれ $\theta_{maj}, \theta_{min}$ だったとする。Gaussian の標準偏差 $\sigma_{maj}, \sigma_{min}$ とは、

$$\sigma_{maj} = \frac{1}{2\sqrt{\ln 2}}\theta_{maj} \quad (7.52)$$

$$\sigma_{min} = \frac{1}{2\sqrt{\ln 2}}\theta_{min} \quad (7.53)$$

$$(7.54)$$

という関係である。Gaussian beam のパワー分布は

$$p(l', m') = \exp \left[-\frac{l'^2}{2\sigma_{maj}^2} - \frac{m'^2}{2\sigma_{min}^2} \right] \quad (7.55)$$

と書ける。ここで l', m' は長軸・短軸方向の角度である。

このようなビームの立体角 Ω_{beam} は、

$$\begin{aligned} \Omega_{beam} &= \int_{l'=-\infty}^{\infty} \int_{m'=-\infty}^{\infty} p(l', m') dl' dm' \\ &= 2\pi\sigma_{maj}\sigma_{min} \\ &= \frac{\pi}{4\ln 2}\theta_{maj}\theta_{min} \end{aligned} \quad (7.56)$$

となる。

式 (7.56) のビーム立体角 Ω_{beam} の単位を sr とするなら、FWHM の単位は rad であるべきだが、多くの場合 arcsec あるいは mas (milliarcsec) 単位で FWHM が表示されることが多いだろう。1 rad = 206264.8 arcsec だから、立体角を sr, FWHM を arcsec で記述するように式 (7.56) を変形すると、

$$\left(\frac{\Omega_{beam}}{sr} \right) = 2.66326 \times 10^{-11} \left(\frac{\theta_{maj}}{arcsec} \right) \left(\frac{\theta_{min}}{arcsec} \right) \quad (7.57)$$

である。

よって、

$$\left(\frac{I_\nu}{Jy/sr} \right) = 3.75479 \times 10^{10} \left(\frac{\theta_{maj}}{arcsec} \right)^{-1} \left(\frac{\theta_{min}}{arcsec} \right)^{-1} \left(\frac{S}{Jy/beam} \right) \quad (7.58)$$

である。

輝度温度への換算

それでは、Jy/beam の単位を輝度温度 [K] に換算してみよう。周波数 ν のとき、輝度 I と輝度温度 T_B との関係は、

$$T_B = \frac{c^2}{2k\nu^2} I_\nu \quad (7.59)$$

と書けるのだった。ここに式 (7.58) を代入して、周波数を GHz 単位に、フラックス密度を Jy 単位に調整すると、

$$\frac{T_B}{K} = 1.222 \times 10^6 \left(\frac{\theta_{maj}}{arcsec} \right)^{-1} \left(\frac{\theta_{min}}{arcsec} \right)^{-1} \left(\frac{\nu}{GHz} \right)^{-2} \left(\frac{S}{Jy/beam} \right) \quad (7.60)$$

と換算できる。なお、有限の分解能で観測している限り仕方ないことだが、この輝度温度はビーム立体角内の平均値であり、もしビームより小さいコンパクトな電波源の場合には輝度温度はこの値より高くなるので、下限値を与えていることになる。

7.2.2 成分分解と位置の測定

電波源の構造のなかで特徴的な成分をピックアップし、その位置やフラックス密度を測定することは、ポピュラーな解析である。たとえば AGN ジェットに見られるノット (knot) 構造の位置を測定しその経年変化から速度を測定したり、メーザースポットの位置の変化から固有運動や年周視差を求める、といった観測には必須である。

ビジビリティへのモデルフィット

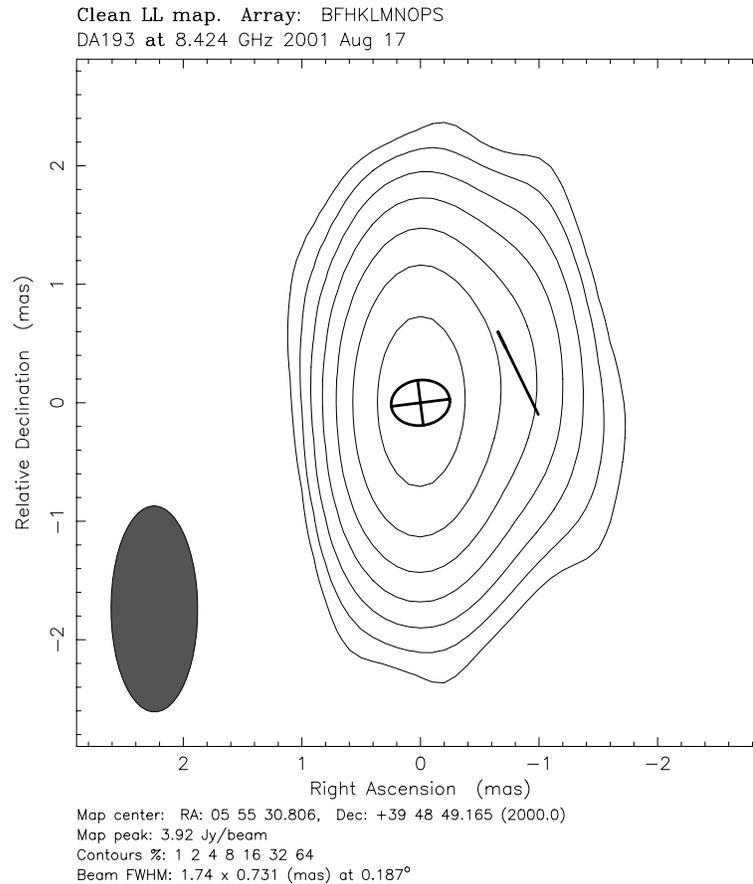


Figure 7.18: モデルフィットの結果の例。DA 193 を VLBA 8.4 GHz で観測したもので、2 成分の楕円 Gaussian (太い実線) で表現している。西側の成分は短軸がゼロなので、線分になっている。成分のパラメーターは別表 (次ページ) 参照。合成ビーム (左下の楕円) より精度よく位置やサイズが測定できることがわかる。

構造が数個のコンパクトな成分で表現できる単純な電波源の場合には、ビジビリティに対してモデルフィット (modelfit) することができる。モデルは少ない個数のパラメーターで記述できる輝度分布で、そのフーリエ変換も比較的単純な関数で表せるものが望ましい。1 個のモデル成分の輝度分布が n 個のパラメーター $(p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$ で $I_{\text{model}}(l, m) = F(l, m; p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$ と表せたとする。このフーリエ変換によるモデルビジビリティ $\mathcal{V}_{\text{model}}(u, v) = \text{FT}[I_{\text{model}}(l, m)] = \hat{F}(u, v; p_0, p_1, \dots, p_{n-1})$ も n 個のパラメーターで表せる。そこで、観測されたビジビリティ $\mathcal{V}_{\text{obs}}(u, v)$ との比較をし、差が最小になるようにパラメーターを調整することで、ベストフィットを求めるのである。

モデルビジビリティと観測されたビジビリティとの差は、 χ^2 という量で評価する。

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\mathcal{V}_{\text{obs}}(u_i, v_i) - \mathcal{V}_{\text{model}}(u_i, v_i)}{\sigma} \right)^2 \quad (7.61)$$

という定義である。 χ^2 が最小となるベストフィットのパラメーターを与えたときには、

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial p_k} = 0 \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (7.62)$$

を満たすので、そのようなパラメーターをサーチできる。つまり、最小自乗法であり、7.1.8 章で説明したのと同様の方法で解が得られる。ただし線型の観測方程式とは限らないので、偏微分を用いて局所的に線型化し、反復法によって解を改良する必要がある。

よく使われる成分のモデルは楕円 Gaussian で、全フラックス密度 S 、マップ原点に対する重心の位置 (l_0, m_0) 、長軸・短軸の FWHM a, b 、長軸の位置角 ϕ_{maj} の 6 つのパラメーターで記述できる。楕円 Gaussian を使うことのメリットは、そのビジビリティも楕円 Gaussian で、パラメーターの分離が良いことにある。モデルのビジビリティは以下のように書ける。

$$\mathcal{V}_{\text{model}}(u, v) = S \exp\left(-\frac{\Gamma^2}{4 \ln 2}\right) \exp[2\pi i(ul_0 + vm_0)] \quad (7.63)$$

$$\Gamma = \pi \sqrt{a^2(u \sin \phi_{\text{maj}} + v \cos \phi_{\text{maj}})^2 + b^2(u \cos \phi_{\text{maj}} - v \sin \phi_{\text{maj}})^2} \quad (7.64)$$

モデルビジビリティの位相項はマップ原点に対する重心の位置 (l_0, m_0) にのみ依存している。また、振幅項についてもパラメーターによるモデルビジビリティの偏微分が簡単であることがわかるだろう。

フーリエ変換は線型の操作なので、成分が複数あった場合、モデルビジビリティは各モデルが作るビジビリティの単純な和である。

$$\mathcal{V}_{\text{model}}(u, v) = \sum_k \mathcal{V}_{\text{model},k}(u, v) \quad (7.65)$$

下記は、モデルフィットの結果の例である。DA 193 を VLBA 8.4 GHz で観測したビジビリティに対して、2 成分の楕円 Gaussian でフィットを試みている。Difmap の modelfit コマンドで、10 回の反復をした結果で、Figure 7.18 にその成分と CLEAN map を図示している。Degrees of Freedom とあるのが自由度で、ビジビリティ点数 \times 2 - パラメーター数である。Reduced Chi-squared とあるのは χ^2 を自由度で割ったもので、これが 1 に近いと残差がほとんどないことを表す。実際の干渉計観測では系統誤差を無くすことが難しいので、Reduced Chi-squared が 6.1 でも「まずまず」である。

なお、Difmap では重心の位置を局座標で表している。また、短軸の長さでなく短軸/長軸比 (Axial ratio) を用いている。パラメーター数値の末尾に v が付いているものは variable (つまり推定パラメーター) を示している。1 つ目のパラメーターの Radius と Theta (つまり重心の位置) を variable にしていないのは、これを固定して推定パラメーターの数を極力減らしたかったからである。

Iteration 10: Reduced Chi-squared=6.1468538 Degrees of Freedom=6618

! Flux (Jy)	Radius (mas)	Theta (deg)	Major (mas)	Axial ratio	Phi (deg)	T
4.74545v	0.00000	0.00000	0.469980v	0.837697v	-84.5043v	1
0.689220v	0.821209v	-73.6703v	0.613845v	0.00000v	27.4383v	1

マップへのモデルフィット

電波源の構造があまり単純でなく、その中にある特徴的な場所の位置や強度や広がりを測りたいときには、ビジビリティ空間でフィットするのが難しいので、輝度分布の空間でモデルフィットを行う。マップ全体から

興味のある成分の近傍だけを切り出してきて、その中で輝度分布に対して、例えば前述の楕円 Gaussian 輝度モデルをフィット（最小二乗法）し、位置や広がりなどのパラメーターを求めるのである。AIPS の IMFIT や JMFIT といった task が、この演算をしてくれる。

マップへのモデルフィットは、ビジビリティへのモデルフィットに比べると、以下のような問題点がある。

- モデルフィットを行うマップ領域の切り出し方は主観的であり、切り出し方によって結果が異なることがある。
- CLEAN などのイメージングが不完全だった場合に、間違ったフィットの結果を生む。例えば、サイドローブによって生じた「偽の成分」にもフィットは可能で、尤もらしい結果を出力することができる。

7.2.3 スペクトル線観測

干渉計は空間周波数も時間周波数も得られる装置であり、スペクトル線観測（分光観測）は得意である。相互相関関数 $C(\tau)$ を $\tau \rightarrow \nu$ とフーリエ変換したものがクロスパワースペクトル $S(\nu)$ であり、これを空間周波数の関数として組み換えたものがビジビリティ $\nu_\nu(u, v)$ なのであった。従ってビジビリティは周波数ごとに得られており、各周波数ごとのビジビリティからは各周波数ごとのマップ $I_\nu(l, m)$ が得られる。

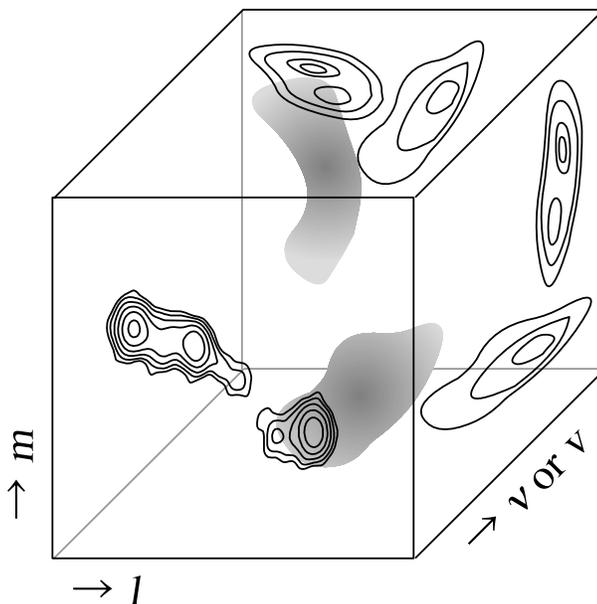


Figure 7.19: 3次元データキューブの概念図。空間2次元 (l, m) と周波数 ν あるいは速度 v の関数として、輝度分布がある。これを各周波数ごとに (l, m) 面でスライスしたものがチャンネルマップ、全周波数を積分して (l, m) 面へ投影したものが積分強度図である。また、 (l, m) 面内の適当な方向と v 軸とでなす面へ投影したものが位置 - 速度図 (P-V 図) である。

つまり、干渉計から観測者が得られるデータは、 $I(l, m, \nu)$ という3次元のキューブである、ということもできる。空間2次元 + 周波数1次元である。あるスペクトル線に着目した観測で、周波数はドップラー偏移に相当している場合には、空間2次元 + 速度1次元のキューブとなるわけだ。

スペクトルは相互相関関数のフーリエ変換によって得られるので、周波数分解能（分光分解能）は相互相関関数の範囲に依存する。 $C(\tau)$ が $|\tau| \leq \frac{N}{2} \Delta\tau$ の範囲で得られていたとすると（ N はラグ数、 $\Delta\tau$ はサンプリング間隔）、周波数分解能は $\Delta\nu \sim \frac{1}{N\Delta\tau}$ となる。FX 相関器の場合には、初段の FFT を行う際のセグメント長が $N\Delta\tau$ に相当する。ナイキストサンプリングの場合には帯域幅 B に対して $\Delta\tau = \frac{1}{2B}$ なので、 $\Delta\nu = \frac{2B}{N}$ となる。つまり、分光点数は $\frac{N}{2}$ である。

このように、ビジビリティやマップは $N/2$ 点の周波数点を持つが、周波数分解能をもっと落としても良い場合には周波数方向に積分して分光点数を減らすことがある。このような操作を bunching という。また、不必要な周波数帯域を捨てることもある。これを selection という。Bunching や selection によって分光点数を減らしておく、データ量も減って解析は楽になる。ただしこれらの操作は非可逆的であるので、bunching/selection する前のデータを保存した上で、bunching/selection したデータの解析を進めるのがよいだろう。

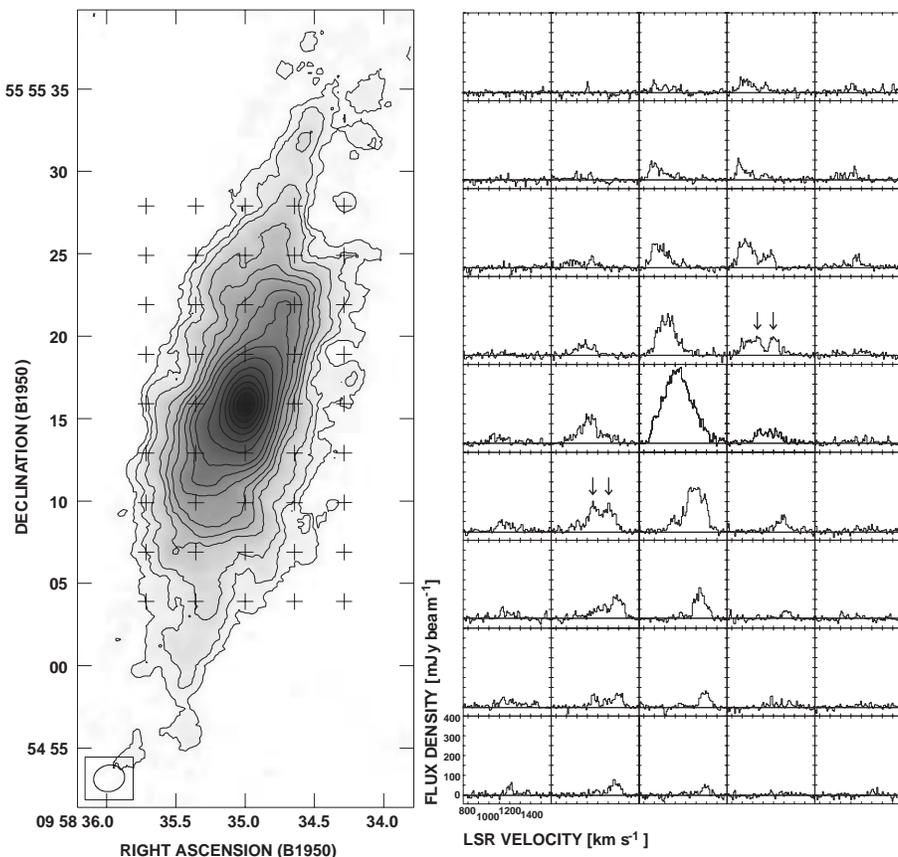


Figure 7.20: 系外銀河 NGC 3079 の CO ($J=1-0$) 輝線を NMA で観測した結果の、積分強度図 (左) と、グリッド点におけるスペクトル (右) (Koda et al. 2002)。

チャンネルマップ

各分光点ごとにマップを描いたものを、チャンネルマップという。 $I(l, m, \nu)$ のデータキューブを、 ν 方向にスライスしたもの、と言ってもよいだろう。周波数毎 (視線速度毎) の輝度分布を見ることで、おおまかにガスの運動を把握することができるだろう。

位置 - 速度図

興味のある空間方向の 1 軸と速度軸とで作る面に、データキューブを投影したものを、位置 - 速度図 (P-V 図; Position-Velocity map) という。たとえば、銀河の長軸と速度軸とで位置 - 速度図を作ると回転曲線が得られ、回転速度や、enclosed mass や、回転から外れた non-radial motion などを知ることができる。

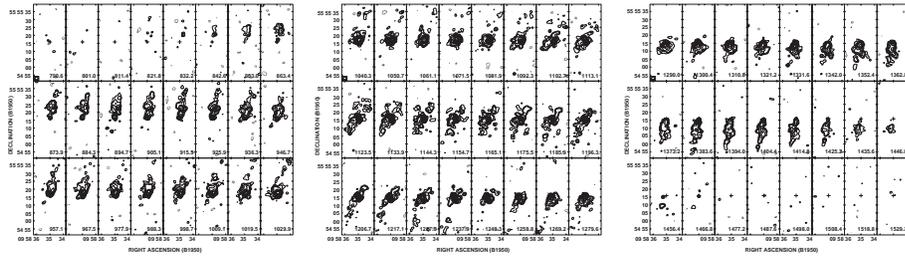


Figure 7.21: チャンネルマップの例。出典は Figure 7.20 と同じ。

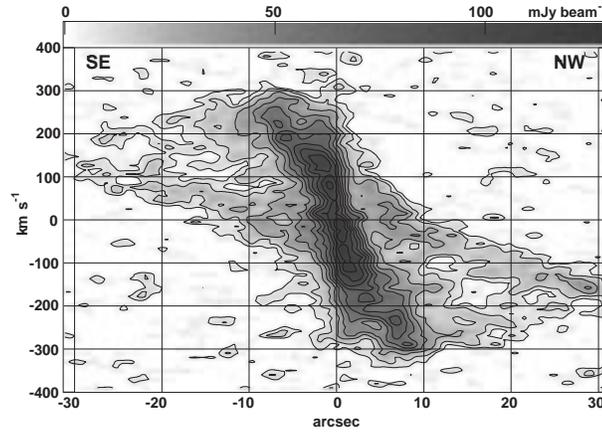


Figure 7.22: 位置 - 速度図の例。出典は Figure 7.21 と同様。

速度場・速度分散

空間 2 次元の各ピクセル毎に平均的な速度を求めたものを、速度場図という。

$$\langle v \rangle (l, m) = \frac{\int_{\nu} \nu I(l, m, \nu) d\nu}{\int_{\nu} I(l, m, \nu) d\nu} \quad (7.66)$$

つまり、速度の 1 次モーメントを求めるという演算に相当する。速度場図では空間と速度の対応がつけやすく、ガスの運動を把握するのに都合が良い。

空間 2 次元の各ピクセル毎に速度分散を求める操作

$$\langle v^2 \rangle (l, m) = \frac{\int_{\nu} \nu^2 I(l, m, \nu) d\nu}{\int_{\nu} I(l, m, \nu) d\nu} \quad (7.67)$$

は、速度の 2 次モーメントである。速度分散マップからは、衝撃波や爆発現象やアウトフローの加速など、タダナラヌ現象が起こっている場所を特定するのに有用である。

7.2.4 多周波観測

連続波観測において、異なる周波数のマップを重ね合わせて解析を行うことがある。また、スペクトル線観測でも異なるスペクトル線種のマップを重ね合わせて解析することがある。

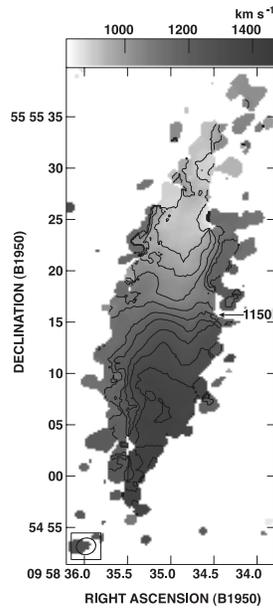


Figure 7.23: 速度場図の例。出典は Figure 7.21 と同様。

マップの重ね合わせ

異なる受信機で観測されたマップを重ね合わせるには、位置合わせが必要である。どの周波数でも同じ位置・同じ構造のコンパクトな連続波源を位置の参照電波源として観測していれば、その参照電波源に対する相対位置としてマップを書くことで、重ね合わせが可能になる。

適当な参照電波源が見つからないときは、対象天体自身の中で重ね合わせに使える特徴的な構造の位置（参照点）をピックアップすることが重要である。位置の測定には、前述のようなモデルフィットを用いれば良い。できれば複数の参照点を用意するのが望ましい。参照点の間隔がどの周波数でも同じになっているかどうかチェックすることで、参照点の位置が周波数依存性がないかどうか、確認ができるからである。

ビームのマッチング

多周波観測では、周波数ごとにビームサイズが異なるのが普通である。同一のアレイで観測した場合、波長とビームサイズが比例するであろう。ソフトウェアが出力する輝度は Jy/beam 単位で表されることが多いので、比較のためにはビーム立体角を揃える必要がある。

ビームサイズを揃える操作は、最も分解能の低いマップに合わせるのが普通である。CLEAN でマップを作成したのであれば、CLEAN 成分を convolution するときの restoring beam を設定することで、ビームサイズのマッチングができる。

スペクトル指数

シンクロトロン放射のように、 $S_\nu \propto \nu^\alpha$ とスペクトルが周波数の冪乗で表されるとき、その冪 α をスペクトル指数という。スペクトル指数の空間分布を求めるには、最低 2 周波のマップがあればよい。

$$\alpha(l, m) = \frac{\log S_2(l, m) - \log S_1(l, m)}{\log \nu_2 - \log \nu_1} \quad (7.68)$$

という計算をすればスペクトル指数が求まる。3 周波以上あれば、最小自乗でより精度の良いスペクトル指数が得られる。

7.2.5 モニター観測

輝度や構造が時間変化する天体であれば、モニター観測してその変化する様子をとらえることで知見が得られるだろう。VLBIの分解能があれば、銀河系内天体の固有運動や年周視差、系外銀河の銀河回転、それにAGNジェットの運動を測定できる。

例として、クェーサー 3C 380 のジェットの運動を Figure 7.24 に示す。

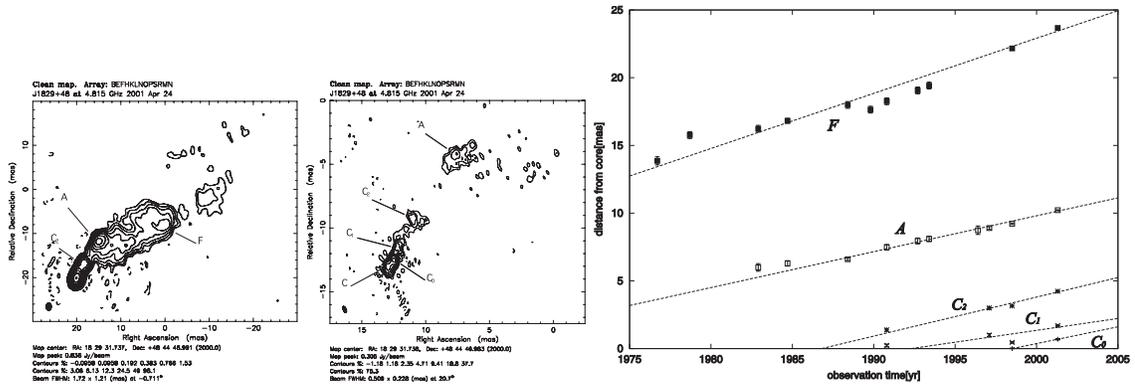


Figure 7.24: クェーサー 3C 380 のマップ (左および中) に示した成分の、中心角に対する離角の経年変化 (右)。ジェットがほぼ弾道的に運動していることがわかる。その速度は成分毎に異なる。(Kameno et al. 2000; Hiramatsu et al. in preparation)

まとめ

本節冒頭の繰り返しになるが、観測データから成果を生み出すのは各人のオリジナリティを發揮すべき領域である。だからこそ、アーカイブのような「使い古し」のデータからも、新しいサイエンスが創出されるのである。斬新な切り口でデータを料理し、その中に潜んでいる大発見を引き出す醍醐味を、味わっていたきたい。

References

- [1] Crane, R. K. 1976, in Method of Experimental Physics, Vol 12B, M. L. Meeks ed., (New York: Academic Press), 186
- [2] Gibson, J., Welch, W. J., & de Pater, I. 2005, Icarus, 173, 439
- [3] Griffin, M. J., & Orton, G. S. 1993, Icarus, 105, 537
- [4] Kameno, S., Inoue, M., Fujisawa, K., Shen, Z.-Q., & Wajima, K. 2000, PASJ 52, 1045
- [5] Koda, J., Sofue, Y., Kohno, K., Nakanishi, H., Onodera, S., Okumura, S. K., & Irwin, J. A. 2002, ApJ 573, 105
- [6] Page, L. et al. 2003, ApJS, 148, 39
- [7] Thompson, A. R., Moran, J. M., & Swenson Jr, G. W. 2001, Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy Second Edition, (New York: John Wiley & Sons)

Chapter 8

干渉計によるサイエンス

廣田朋也・川辺良平

8.1 電波望遠鏡による観測の歴史

天文学、宇宙物理学の歴史上、電波望遠鏡や電波干渉計が果たしてきた役割は大きく、例えば以下のような大発見が電波観測によってなされている。

1933	宇宙電波の発見
1942	太陽電波の発見
1946	開口合成法
1951	中性水素 21cm 線
1960	電波銀河
1962	クェーサー
1963	宇宙背景放射
1965	レーザー
1967	パルサー
1970	AGN ジェットの超光速現象
1968	星間分子
1974	二重パルサーと重力波
1979	重力レンズ (Einstein ring)
1991	太陽系外惑星
1991	COBE による宇宙背景放射の揺らぎ
1991	メガレーザーと大質量ブラックホール

このリストからも分かるように、電波天文学では 3 K の宇宙背景放射や星間分子スペクトル線から電波銀河やクェーサーまで、あらゆるエネルギーの現象を観測対象としている。一口に電波望遠鏡、電波干渉計によるサイエンス、と言っても、観測対象は太陽系内の天体から宇宙全体 (宇宙論) にいたるまであらゆる天体をカバーするため、その概要だけでも何冊もページをさかなければ説明は不可能である。そこで、ここでは電波干渉計によって行われてきたサイエンスのごく一部を筆者の独断で選択して紹介し、電波干渉計がどのような研究を得意としているのか、簡単に説明したい。

8.2 干渉計が得意・不得意な観測

まず、干渉計観測ではどのような制限があるかをまとめておこう。

- 干渉計の観測上の制限
 - 素子アンテナの視野によるイメージング領域の制限
 - 超長基線観測による観測視野の制限
 - 最大フリッジ間隔 (最小アンテナ間隔) による取得構造スケールの制限
 - イメージングには多くの空間周波数が必要

上記の制限等も考えると、得意な観測、不得意な観測は以下の通りである。観測例 (Figure 8.1-8.6) も参照されたい。

- 得意な観測
 - コンパクトで長時間の観測が必要な微弱天体の観測 ; high- z galaxies での CO 探査等
 - 連続波の高品質イメージング ; Radio Galaxies, 銀河中心のミニスパイラル、超新星残骸など
 - 分子輝線と連続波の同時観測 ; 銀河中心領域の CO (or HCN など)、3mm free-free 放射同時観測
 - 強い電波源の近傍にある微弱天体の観測

- 広がった成分の中に埋もれたコンパクトな構造の探査；分子雲コアの詳細構造
- 高い位置決定精度が必要な観測；レーザーなど
- 短時間にイメージなどを取得するような観測 (例：電波ヘリオグラフによる太陽の電波画像など)：彗星からのジェット噴射の観測

● 不得意な観測

- 素子アンテナの視野の大きさ、もしくはそれ以上に広がった成分の観測；巨大分子雲や銀河全体にわたるマッピング観測。または全天サーベイのような観測 (Figure 8.3)。
- 広がった微弱な天体 (S-Z 効果)
- ラインサーベイ (干渉計では受信機の Flexibility が低いし、周波数方向のサーベイは苦手)
- 天の赤道付近の天体の観測 (「 (u, v) が埋まらない」ため、高いレベルのサイドローブが南北に連なる)

ただし、不得意な観測のうち、ALMA では得意科目となるものもある (例：ラインサーベイなど)。

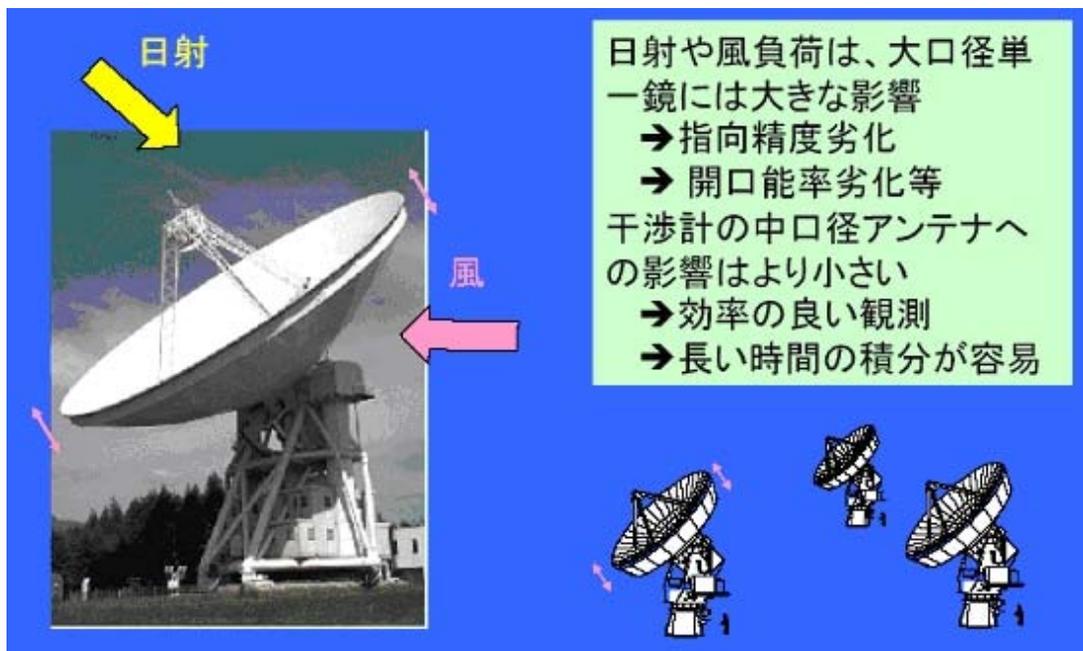


Figure 8.1: 干渉計では、長時間積分が可能で原始銀河などの微弱天体の観測でも活躍。

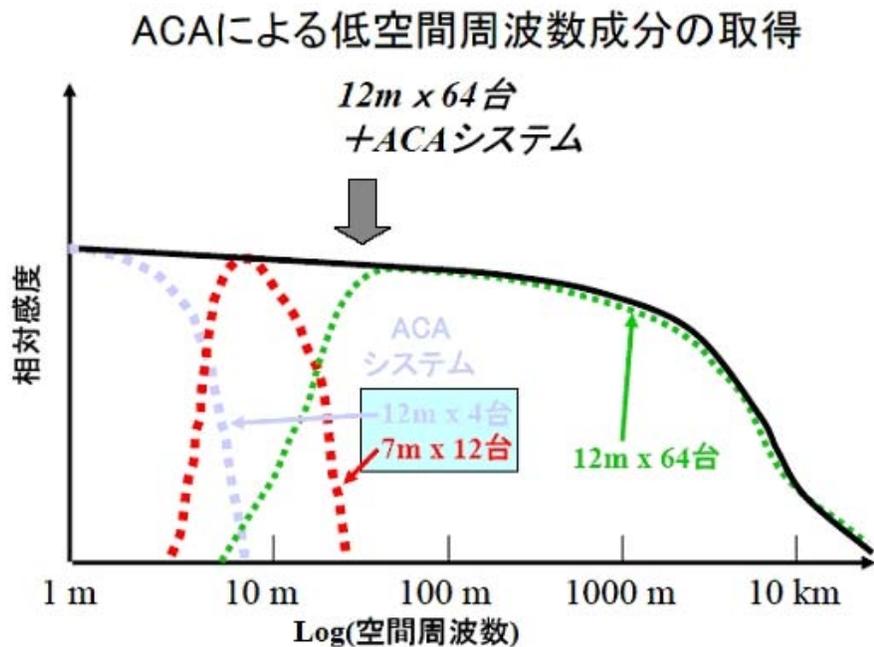


Figure 8.2: ALMA では、ACA(アタカマコンパクトアレイ) システムにより、トータルパワー成分、低い空間周波数成分をサンプリングし、電波望遠鏡として理想的なデータを取得し、高品質で高信頼度 (High Fidelity) の電波画像を取得することが可能になる。

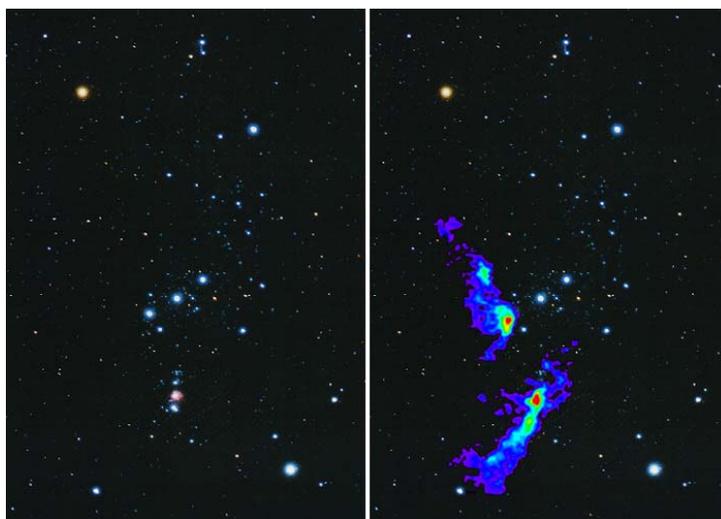


Figure 8.3: 小口径単一鏡による Orion 座の巨大分子雲 (Ori-B と Ori-A) の一酸化炭素 (CO) 分子線による観測 (Sakamoto et al. 1994)。このような広い領域観測では、ビームサイズの大きい小口径電波望遠鏡が活躍する (国立天文台・阪本成一氏提供)。

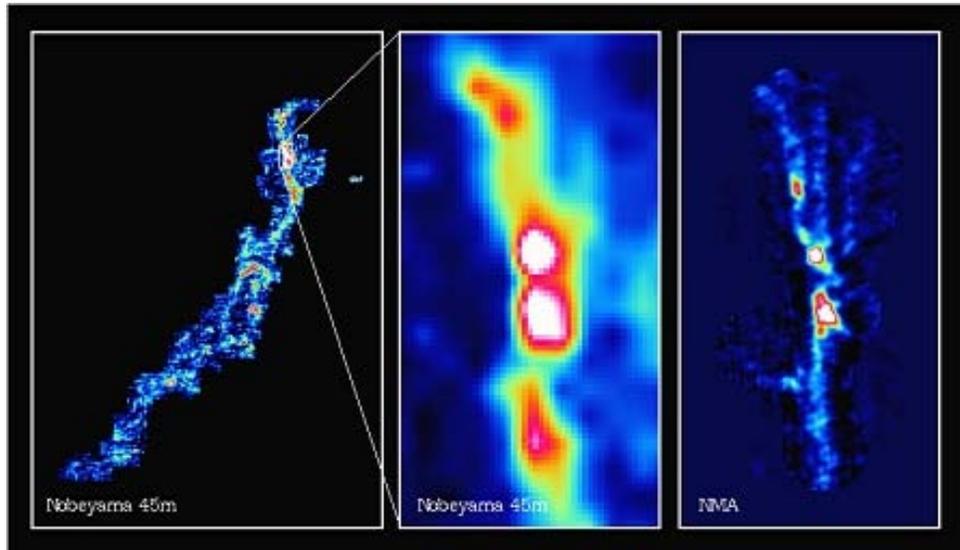


Figure 8.4: Ori-A 領域の高密度分子雲コアの 45m 鏡およびミリ波干渉計 (NMA) による観測。野辺山 45m 鏡では、Ori-A 領域の一硫化炭素 (CS) 輝線による高空間分解能の観測が行われた (Tatematsu et al. 1993)。シングルビームでの観測のため、多くの時間を必要とした。ミリ波干渉計 (NMA) では、そのごく一部であるが、さらに高分解能のモザイク観測がなされた (国立天文台・立松健一氏、JAXA/ISAS 村田泰宏氏提供)。

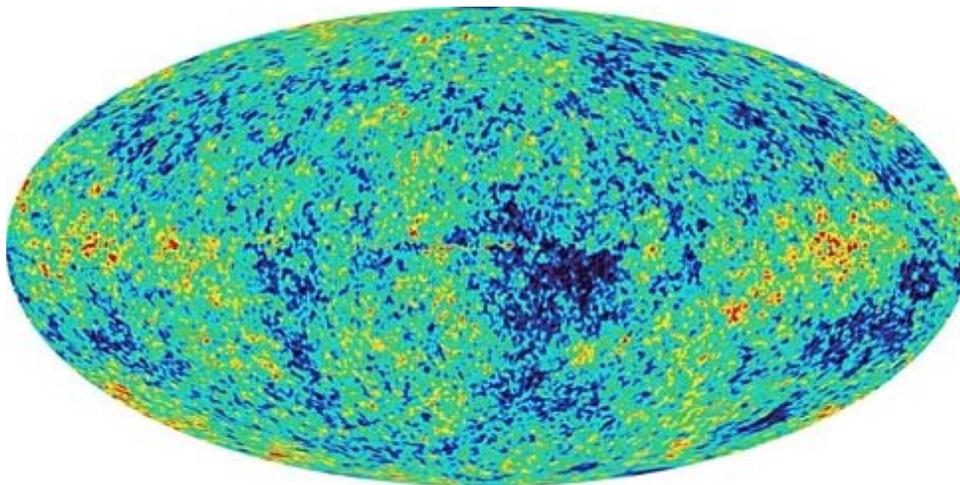


Figure 8.5: WMAP による全天での宇宙背景放射の揺らぎ成分の観測。このような観測は、単一鏡による超高精度観測によってのみ可能である。

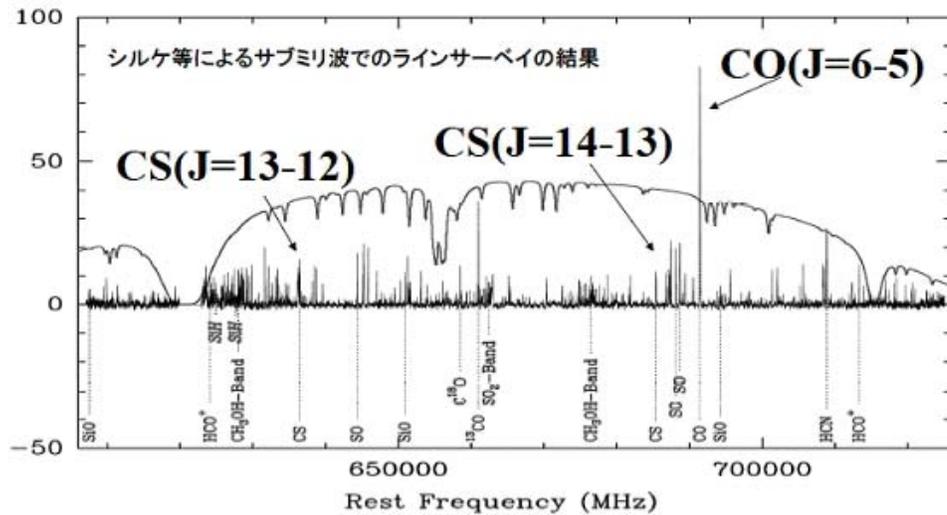


Figure 8.6: 単一鏡 (CSO) で行われたサブミリ波領域でのラインサーベイ (Schilke et al. 2001)。単一鏡の得意な観測のひとつ。45m 鏡も分子線サーベイで活躍した。現在建設中の ALMA では、このような観測も得意分野となる

8.3 太陽系内天体

太陽系内の天体としては、惑星、小惑星、彗星、太陽がある。当然ではあるが、これらは天文学の観測対象としては極めて近距離の天体である。大口径の電波望遠鏡を用いた電波干渉計や VLBI の場合、空間分解能が高い反面、視野が狭かつ広がった構造を捉えることは困難になるため、太陽系内天体のように見かけのサイズが大きい天体を観測することは必ずしも容易ではない。

太陽に関しては野辺山ヘリオグラフのような小口径広視野の電波干渉計が開発され、継続的なモニター観測が行われている。野辺山ヘリオグラフは太陽観測用 X 線天文衛星ようこうやフレア観測所と協力して、太陽の表面で発生するさまざまな現象の観測を行っている。高い空間分解能と時間分解能を生かし、高エネルギー粒子の超高速伝播現象を直接捉えるなど、太陽フレアの発生機構やフレアによる粒子の加速機構の解明に貢献している (Figure 8.7)。

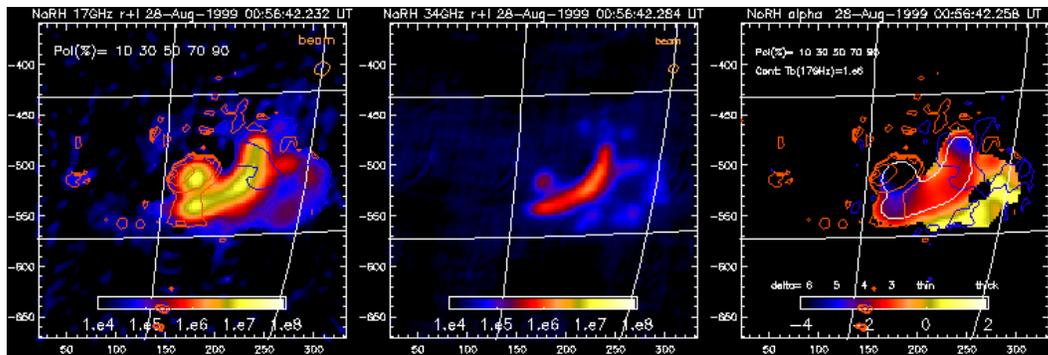


Figure 8.7: 野辺山ヘリオグラフで初めて撮像された太陽フレアでの超高速伝播現象 (Yokoyama et al. 2002)。長い構造は磁気ループで、ムービー (http://solar.nro.nao.ac.jp/norh/html/gallery/flare_ntprop-j.html) では左下から右上に向かって明るい部分が伝播していくのが確認できる。伝播速度は 9×10^4 kms⁻¹ に達する。

一方、惑星や小惑星の中でも、天王星や海王星のようにコンパクトで明るいものは、ミリ波干渉計での

フラックス較正のために観測されることが多い。科学的な観測としては、火星や木星の大気構造を探るための観測などが行われている (Figure 8.8)。

彗星については、1996年から1997年に地球に接近した百武彗星、ヘールボップ彗星以来、単一鏡観測のみならず、ミリ波干渉計でも多くの分子輝線観測が行われている。Blake et al. (1999)らはOVROのミリ波干渉計により、ヘールボップ彗星のHCN、HNC、DCN、HDO分子の分布を調べ、コマ内部の分子の組成が星間分子雲の組成と似ていること、そのため、これらの分子が彗星の氷から蒸発している可能性が高いことを明らかにしている (Figure 8.9)。彗星は過去の太陽系・惑星形成史を探る上で重要な存在であり、将来的には、ALMAなどのより高感度、高分解能の干渉計によって、生命誕生の起源とも考えられる有機分子の探査などに興味もたれている。

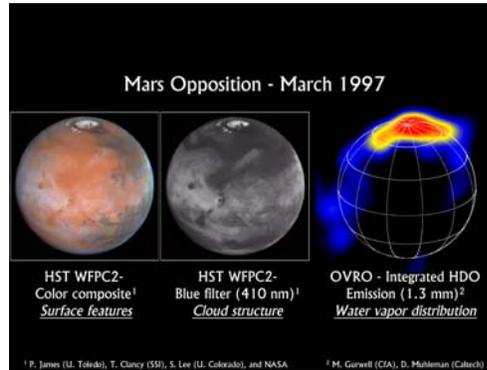


Figure 8.8: OVRO ミリ波干渉計で観測された火星における HDO 分子の分布。火星での水の分布や、大気中での水蒸気の蒸発機構の解明などにつながると期待される。OVRO ウェブページより。ただし、現在はリンクが切れている。

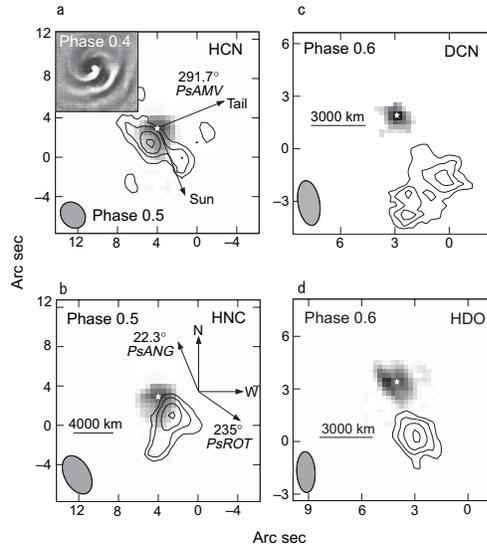


Figure 8.9: OVRO ミリ波干渉計で観測されたヘールボップ彗星における HCN($J=1-0, F=2-1, 88$ GHz)、HNC($J=1-0, 90$ GHz)、DCN($J=3-2, 217$ GHz)、HDO($2_{11} - 2_{12}, 241$ GHz) 輝線の積分強度図 (Blake et al. 2002)。HCN のマップ左上は可視光でのイメージ、グレースケールはダスト連続波のイメージ。LTE を仮定すると、HNC/HCN=0.12(核)-0.24(ジェット)、DCN/HCN=<0.006(核)-<0.024(ジェット) となっている。化学反応モデルとの比較から、ヘールボップ彗星のコマの物質のうち、質量比で 15-40%は変性を受けていない星間分子雲起源のものと推測される。

以上の成果は全て結合素子型干渉計の観測であり、VLBI による観測成果はほとんどない。なぜなら、VLBI ではコンパクトな非熱的電波の観測しか行うことができないため、太陽系内にはほとんど観測対象となる天体はないためである。

8.4 星形成、惑星系形成

星は母体となる星間分子雲が重力収縮することによって、生まれている。星間分子雲は温度が 10 K から 100 K 程度の低温の天体であり、しかも、可視光や赤外線は星間塵による吸収や散乱の影響を受けやすいので、波長の長い電波の観測は有利である。星形成過程の観測的研究は、干渉計に限らず電波天文学の最も重要かつ得意な対象の一つといえる。干渉計では広がった成分を落として空間的にコンパクトな構造のみを取り出すため、母体となる分子雲よりも、むしろ中心に原始星が生まれつつある高密度コア、生まれたばかりの原始星、さらに進化が進んだ T タウリ型星とその周辺にあるエンベロープ、星周円盤、アウトフローを観測するのに適している。

小質量原始星が生まれる直前の高密度コア (prestellar core) については、星形成の初期条件を探るために精力的な観測が 1990 年代後半から進められている。このような重力収縮が進んで星形成直前にあると考えられる高密度コアの典型的な例の一つに、おうし座分子雲の L1544 が知られている。Figure 8.10 は、L1544 における CCS 分子輝線観測によって観測された、回転しながら収縮をする高密度コアのイメージである (Ohashi et al. 1999)。CCS 分子は進化が進んだ領域では存在量が少なくなるという性質を持っているため、コア中心付近では CCS 分子輝線の強度が弱く、リング状の構造が観測されている。L1544 では、重力収縮という物理的 (力学的) 進化段階だけでなく、CCS をはじめとした分子の分布という化学的進化の研究という観点からも注目を集めている。

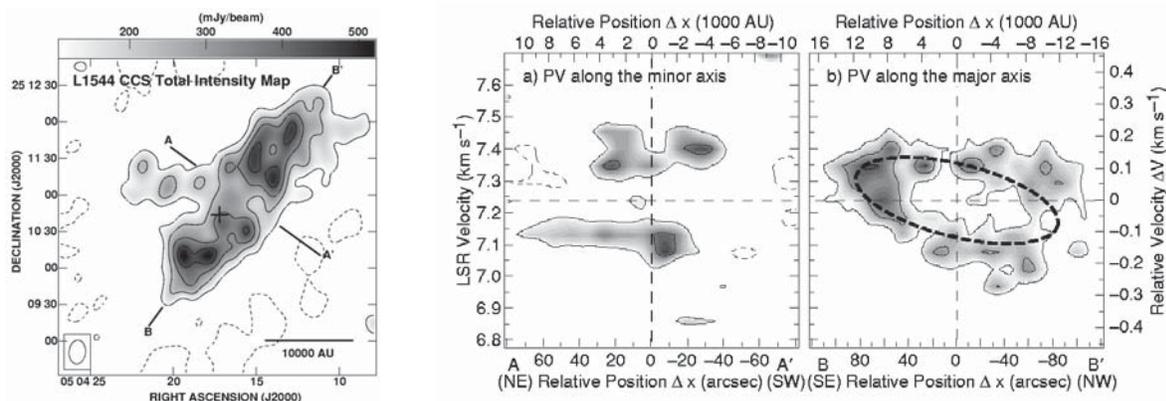


Figure 8.10: L1544 で観測された回転しながら収縮する高密度コア (Ohashi et al. 1999)。BIMA ミリ波干渉計に搭載した SZ 効果観測用の 30GHz 帯受信機を用いて、CCS($3_2 - 2_1$) 輝線を観測した。左は積分強度図、右は位置速度図。

原始星の周りに回転しながら動的降着する星周物質の様子は、おうし座分子雲の HL-Tau という天体で、野辺山ミリ波干渉計によって初めて確認されている (Hayashi et al. 1993)。これ以降、世界中のミリ波干渉計では原始星から T タウリ型星の進化段階で、原始星への質量降着現象やアウトフローによる質量放出過程、および原始惑星系円盤の形成過程の解明をめざして多くの観測が行われている (Figure 8.11)。電波干渉計の特徴としては、高い空間分解能だけでなく、他の波長帯では実現が不可能な 0.1 km s^{-1} オーダーの高い速度分解能での分子スペクトル線の分光観測も可能という点も特筆すべき点である。そのため、原始星周辺のガスの力学的運動状態の測定は、電波干渉計、特に CO、CS、 HCO^+ やその同位体などのさまざまな分子スペクトル線の観測が可能でミリ波干渉計が最も威力を発揮する分野といえる。また、近年の電波干渉計では、野辺山ミリ波干渉計の UWBC のような広帯域分光相関器の導入によって、連続波観測の感

度が飛躍的に向上しつつある。この特徴を生かし、原始惑星系円盤に含まれる星間塵からの熱放射を観測し、円盤のイメージングも多くの天体で可能になっている。分子スペクトル線による円盤の力学的状態の推定と合わせて、星間塵の観測によって質量や温度、密度、サイズなどの物理パラメータを決定し、円盤の進化段階の解明を目指した研究が進められている (NMA では Figure 8.12 に示した Kitamura et al. 2001、IRAM PdBI では Simon et al. 2000 など)。RAINBOW や CARMA を超える感度と分解能が ALMA や SKA によって達成されれば、円盤だけでなく惑星の検出まで可能になると期待されている。

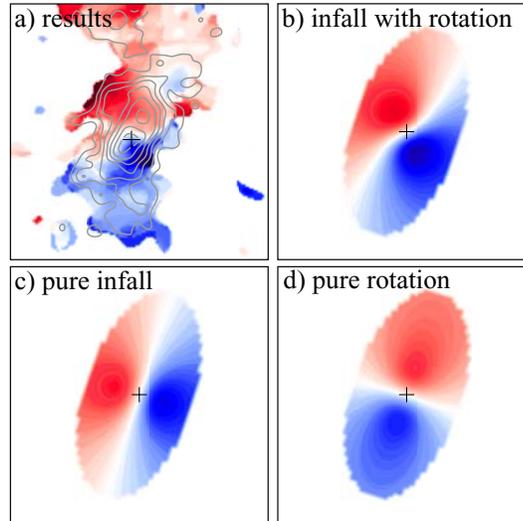


Figure 8.11: NMA で観測された L1551 IRS5 の $C^{18}O$ のマップ (Momose et al. 1998)。4 枚の図は観測された速度場とモデル計算から予想される速度場。赤い部分は視線速度がシステムの数より大きい領域、青い部分は視線速度がシステムの数より小さい領域。円盤状のガスが回転しながら収縮するモデルが最も観測結果とよく合っている。

近年、野辺山ミリ波干渉計や SMA では広帯域の分光相関器が導入されており、大質量星形成領域の観測では一度に複数の分子輝線のイメージングを行うことも可能になっている (Figure 8.13)。大口径ミリ波単一鏡で行っていたラインサーベイでは、分子輝線の空間分布は詳しくわからないが、干渉計では各分子輝線の空間分布や放射領域のサイズも同時に調べることが可能である。ただし、異なる周波数帯の複数輝線の強度比から密度や温度、分子の柱密度を推定する場合は、missing flux の影響を考慮しなければならないため、単一鏡観測データとのビジビリティの合成 (例えば 45 m 鏡と NMA を組み合わせた Takakuwa et al. 2003 など) や ALMA で採用される ACA システムのような小口径のコンパクトなアレイでのビジビリティデータ取得を行う必要がある。

センチ波干渉計や VLBI では、OH、 H_2O 、 CH_3OH などからのメーザーが観測されている。メーザーは密度が 10^9 cm^{-3} 、温度が 400 K の比較的高温高密度な領域で励起されるため、ジェットがディスクや周囲のガスと衝突するショック領域で発生すると考えられている。メーザーの増幅は特定の物理条件の領域でのみ起こり、ビーミングにより非等方的に放射され、強く偏波しているという特徴がある。放射領域はサイズが 1AU 程度とコンパクトであり、メーザー源を VLBI の高分解能で観測して固有運動を測定することにより、ジェットの運動やディスクの回転を直接測定することが可能である。ジェットについては、Furuya et al. (2000) の発見した S106FIR でみられるバウショック状のもの、Claussen et al. (1998) が IRAS 05413-0104 で発見した直線状のコリメートされたジェット、Greenhill et al. (1998) が Orion KL source I で発見したコーン状アウトフロー+トーラス状アウトフロー、あるいは Torrelles et al. (2001) が Cepheus A HW2 で検出したシェル状構造などさまざまなものが確認されている (Figure 8.14)。同じ領域のほぼ同じ進化段階の原始星でも全く異なるアウトフローの形状を示すものもあり (W75N, Torrelles et al. 2003)、今後詳細な観測により、ジェットやアウトフローが天体の進化段階や質量によってどのような性質を持つのか、ジェットがどのように加速され、コリメートされる (あるいは広がる) のか、という点について、解明が期待される。

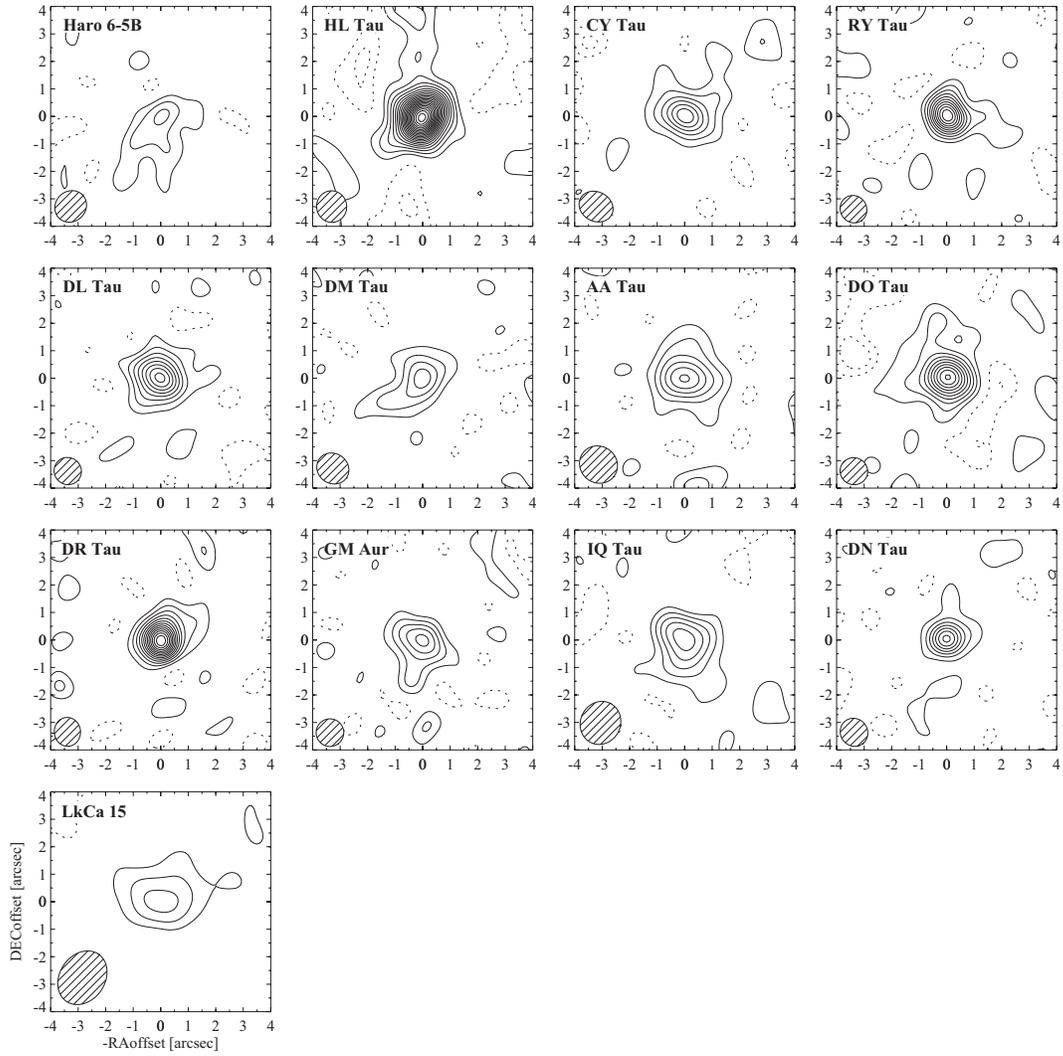


Figure 8.12: NMA による T タウリ型星に付随する原始惑星系円盤サーベイ観測の結果 (Kitamura et al. 2002)。分解能 (合成ビームサイズ) は $1''$ 、ノイズレベルは 2 mJy beam^{-1} の高品質なイメージが得られている。論文によると、原始惑星系円盤は進化が進むにつれてサイズが大きくなっていく傾向が確認されている。

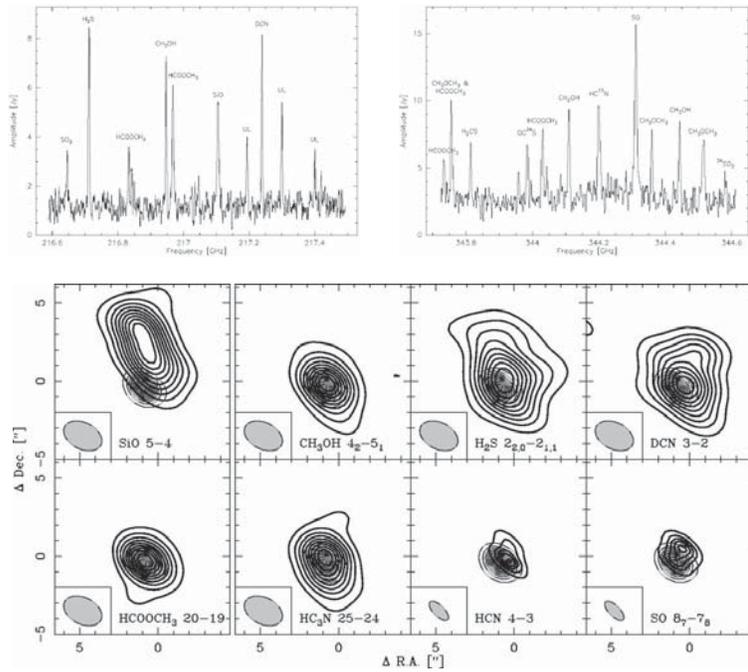


Figure 8.13: SMA で観測した大質量星原始星 IRAS 18089-1732(Beuther et al. 2004)。(上) 観測された分子スペクトル線。相関器のバンド幅は 1 GHz、DSB モードで 2 周波数帯の観測のため、実効的には 4 GHz の観測を行ったことになる。図には 227 GHz 帯と 354 GHz 帯のスペクトルのみを示し、別のサイドバンド (227 GHz と 354 GHz) は省略してある。ダストからの熱放射の連続波成分は差し引いていない。(下)IRAS 18089-1732 の主要な分子の分布。グレースケールは波長 1mm のダストからの連続波成分。SiO をはじめ、多くの分子は、アウトフローによってダストから蒸発していることが確認されている。

また、センチ波干渉計では、OH、H₂O、NH₃ のようなセンチ波帯で観測可能な分子輝線に加えて、原始星からのジェットや HII 領域からの熱制動放射を高分解能で観測することができる。星形成領域からの熱的連続波は、ミリ波帯では主にダストからの黒体放射が卓越するのに対し、センチ波帯では制動放射が卓越している。そこで、ミリ波干渉計によるダストからの熱放射と、センチ波干渉計からの熱制動放射を比較することにより、大質量星形成領域での冷たい大質量コア、暖かいコア、ホットコア、ウルトラコンパクト HII 領域、コンパクト HII 領域という大質量原始星の進化過程が検証されつつある (Figure 8.15)。ミリ波干渉計やセンチ波干渉計により、大質量原始星に付随する円盤の存在も示唆されており、大質量星が小質量星の合体ではなく、小質量星同様の質量降着で生まれるという説が示唆されている。

さらに、弱輝線 T タウリ型星からは、星自身のフレアやディスクと星をつなぐ磁場のリコネクションによるジャイロシンクロトロン放射が起源と考えられる非熱的電波が観測されている。これらの放射は、フレアのようなバーストや時間変動がある、偏波率が高い (数%-100%)、放射領域がコンパクト、という特徴があり、ミリ波帯やセンチ波帯の結合素子型干渉計による観測 (Bower et al. 2003; Furuya et al. 2003) だけでなく、VLBI(Bower et al. 2003; Loinard et al. 2005) でも検出されている (Figure 8.16)。

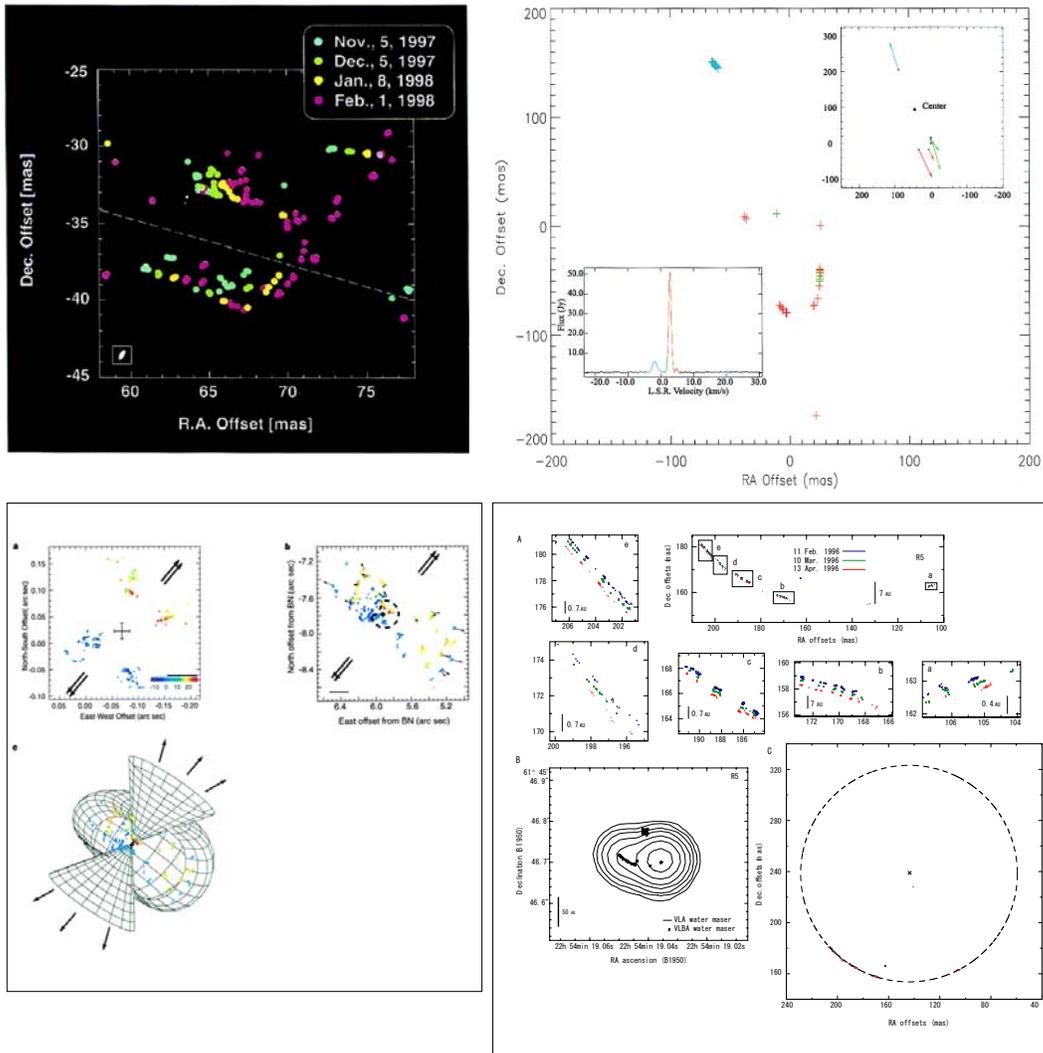


Figure 8.14: さまざまな進化段階、質量の原始星で観測された水メーザーの分布。Orion KL の水メーザー以外は全て VLBA の観測。ミリ波干渉計では数 1000AU 以上の大規模なジェット・アウトフローをイメージングするのに対して、VLBI による水メーザーの観測では数 10AU のジェットの根元をイメージングするのに適している。(左上)Class 0 原始星 S106FIR で観測されたパウショック状の水メーザースポットの固有運動 (Furuya et al. 2000)。マップの外側左方に中心天体がある。(右上)Class 0(または I) 原始星 IRAS 05413-0104 で観測されたコリメートされたジェットとその先端にあるパウショック状の水メーザースポット (Claussen et al. 1998)。(左下)大質量原始星 Orion KL source I に付随する SiO メーザー (VLBA による観測、左上の図) と水メーザー (VLA による観測、右上の図) の分布。左下が模式図のように、SiO はコーン状のアウトフローのエッジに分布し、水メーザーはそれとは直交するトーラス状のアウトフローのエッジに付随していると解釈されている (Greenhill et al. 1998)。(右下)大質量原始星 Cepheus A HW2 に付随するシェル状の水メーザー (Torrelles et al. 2001)。1ヶ月おきの VLBI 観測によって、シェルが広がっていく様子が観測されている。

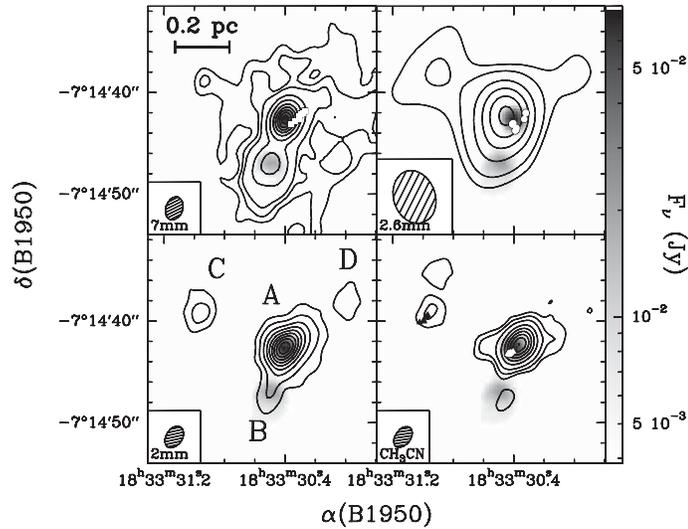


Figure 8.15: 大質量星形成領域 G24.78+0.08 の YSO、HII 領域、分子ガス・ダストの分布 (Furuya et al. 2002)。4 枚のマップとともにグレースケールは VLA で観測された 1.3 cm の連続波で HII 領域からの熱制動放射をトレースする。等高線は、(左上)VLA で観測された 7 mm 連続波。ダストからの熱放射をトレースする。(右上)IRAM PdBI で観測された 2.6 mm 連続波。ダストからの熱放射をトレースする。(左下)NMA で観測された 2 mm 連続波。ダストからの熱放射をトレースする。(右下)NMA で観測された 2mm 帯にある CH₃CN(8-7) 輝線の分布。ホットコアの分布をトレースする。は水メーザー。A は分子ガス・UCHII 領域に埋もれた ZAMS (Zero-Age Main Sequence)、B は進化した HII 領域を伴う若い星、C は UCHII 領域はないもののホットコアやアウトフローを伴う A よりも若い大質量 YSO、D は星形成が始まったばかりの分子ガス・ダストに埋もれた大質量原始星で、進化段階は若い順に D-C-A-B と考えられる。

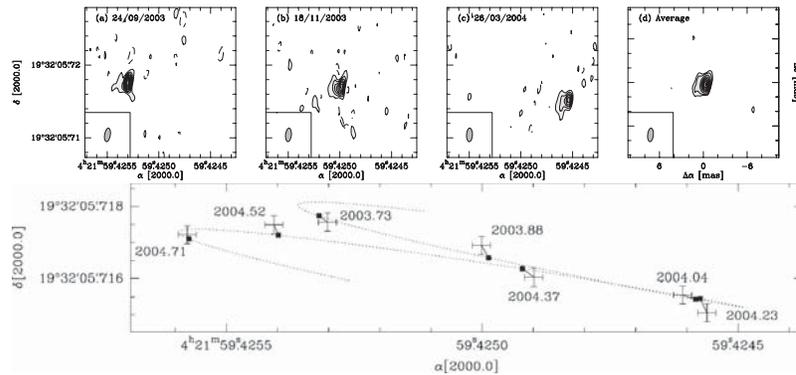


Figure 8.16: (上)VLBA 8.42 GHz 帯の高速スイッチング位相補償観測で検出された、T Tauri S からの非熱的電波 (Loinard et al. 2005)。位相補償観測のため、1.0-1.8 mJy の弱さでも有意に検出されている。放射機構は、星自身のフレアやディスクと星をつなぐ磁場のリコネクションによるジャイロシンクロトロン放射と考えられている。イメージの東方向に伸びる淡い構造はディスク成分と考えられる。(下)T Tauri S の固有運動。キューサーに準拠した位相補償観測により、位置天文観測が可能になり、年周視差の計測に成功している。年周視差は、 7.07 ± 0.14 mas、距離は $141.5 +2.8/-2.7$ pc と求まった。

8.5 さまざまな進化段階の星・その他銀河系内天体

原始星、T タウリ型星から進化が進んで主系列星の段階になると、周囲の分子ガスが散逸し、可視光、赤外線も含めて全ての波長帯で恒星自身からの放射が観測可能となる。しかし、主系列星自身からの電波の放射は弱く、電波干渉計による観測は困難である。なぜなら、ほとんどの主系列星の大きさ ($< 1\text{AU}$) は結合素子型干渉計では分解できないほど小さく、さらに、輝度温度 ($\sim 10000\text{K}$) は VLBI で検出するには低すぎるためである。そのため、ベテルギウスなど一部の赤色超巨星の VLA による撮像観測 (Lim et al. 1998) 以外は主系列星自身の観測は行われていない。

一方、主系列星から進化した晩期型星や惑星状星雲では、質量放出によって形成されるシェル状の星周物質内でさまざまな分子が生成されるようになる。この段階になると、星周物質エンベロープの分子スペクトル線がミリ波干渉計によって観測可能になる。例えば、IRC+10216 では IRAM の PdBI でさまざまな分子のイメージングにより、シェルの速度構造と質量放出過程の解明、シェル内部での化学反応モデルの検証が行われている (Figure 8.17)。また、晩期型星の星周物質内では SiO や H_2O 、OH 分子などのメーザーが放射されるため、VLBI による高分解能マッピング観測によって固有運動を測定し、質量放出を直接的に調べることも可能になっている。また、SiO メーザーの $J=1-0$ と $J=2-1$ や $J=1-0$, $v=1$ と $v=2$ のメーザーの分布の比較、メーザーの偏波観測と合わせて、メーザーの励起が衝突によるものか、それとも中心星からの赤外線によるものか、という議論も行われている (Figure 8.18)。近年の分解能 1mas 以上の高分解能 VLBI 観測では、異なる遷移のメーザーの分布が一致せず、また、偏波の方向が星からの放射に垂直方向であることなどから、赤外線による励起 (e.g. Desmurs et al. 2000) という説が出ている。しかし、まだ明らかな観測結果も観測結果を十分説明可能なモデルが報告されておらず、現在のところ衝突による励起か赤外線による励起かの結論は出ていない。

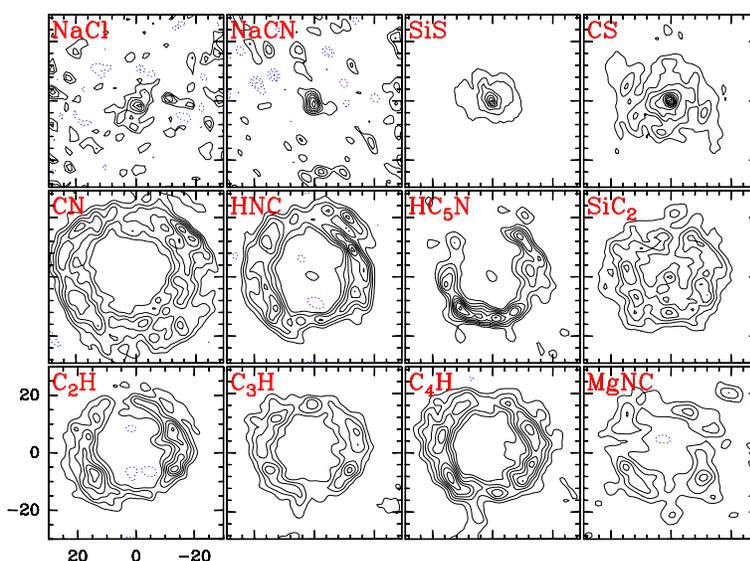


Figure 8.17: IRAM PdBI で観測された炭素星 IRC+10216 の星周物質におけるさまざまな分子の分布 (Guélin et al. 1996)。星間分子雲では見られない金属を含む分子も検出されている。NaCl、NaCN、SiS、CS のように中心集中するものと、それ以外のシェル状に分布するものに分かれる。シェルにはクラump状で隙間などもあり非等方的な質量放出を示唆している。

また、活動性の高い連星系 (X 線連星、アルゴル型連星、RSCVn 型連星) やパルサーでは、非熱的連続波の放射がセンチ波帯での VLA、VLBI 観測で可能である。例えば、SS 433 のような中性子星や小質量ブラックホールと伴星である恒星からなる近接連星系では、伴星から流れ込むガスが中性子星やブラックホールの周囲に降着円盤を形成し、さらに時にはみかけの速度が光速を超えるような相対論的なジェットが確認

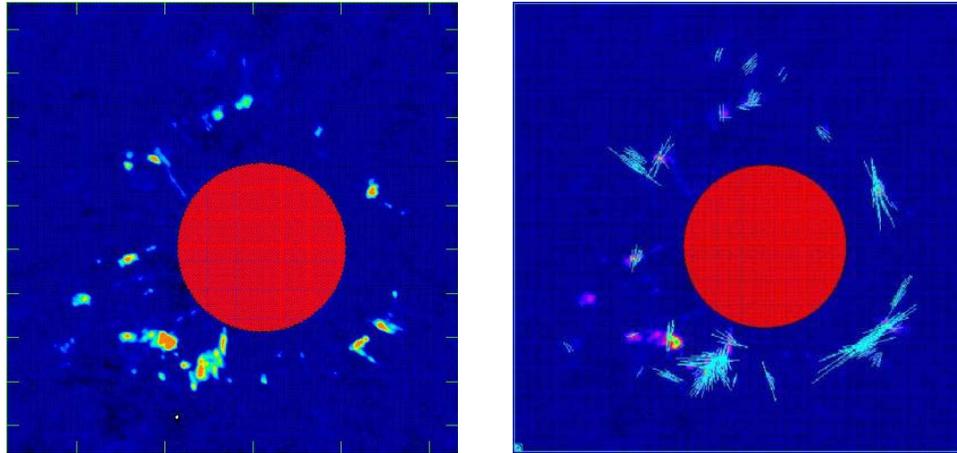


Figure 8.18: VLBA で観測された TX Cam の星周物質の SiO メーザー分布 (Kemball & Diamond 1997)。右図は積分強度図、左図は偏波の方向を示した。磁場はおおむね星の表面と平行であるが、一部乱れているところもある。ウェブページ (<http://www.nrao.edu/pr/1999/txcam/txcam.a-ak.gif>) にはムービーがある。(Image courtesy of NRAO/AUI)。

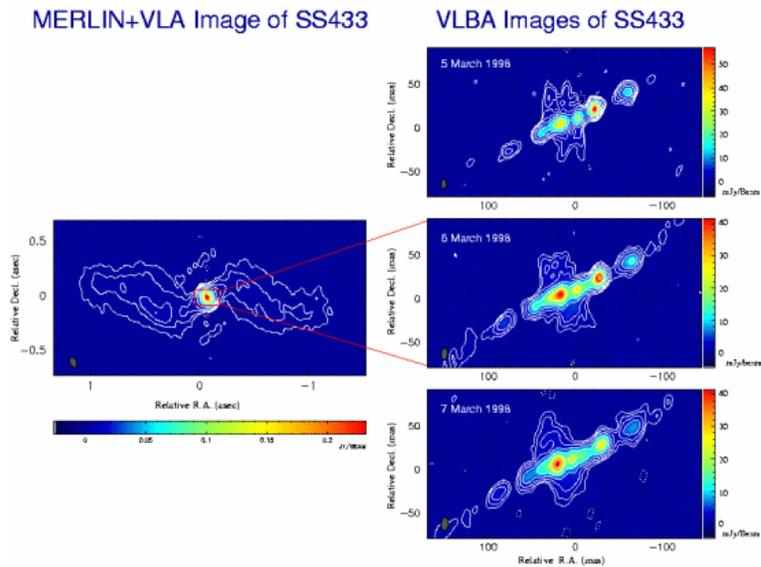


Figure 8.19: VLA/MERLIN(左) と VLBA(右) で観測された、X 線連星 SS 433 からのジェット (Blundell et al. 2001)。SS 433 は中性子星と伴星である恒星の近接連星系であり、伴星から降着したガスが中性子星の周囲に降着円盤を形成し、さらに相対論的な超高速のジェットを放射している。ジェットからの電波はシンクロトロン放射で輝度が高く、VLBI でも検出される。VLBA の高い空間分解能により、わずか 3 日の観測でジェットの構造の変化を捉えている。(Image courtesy of NRAO/AUI)。

されている (Figure 8.19)。降着円盤とジェットという構造は、サイズやエネルギーは異なるものの原始星近傍、活動銀河核近傍と共通する点も多く、ジェットの生成・加速機構の研究、降着円盤とジェットの相互作用を研究する上で重要なターゲットとなっている。非熱的電波が VLBI で検出可能な活動性の高い連星系やパルサーについては、弱輝線 T タウリ型星と同様に、グローバル VLBI による年周視差計測 (Lestrade et al. 1999) なども行われている。

大質量星は進化末期に超新星爆発を起こし、中心にブラックホールや中性子星が残る。これらの天体と超新星残骸からは非熱的電波が放射され、センチ波の干渉計、VLBI で観測される。VLBI では、銀河系外の超新星残骸のイメージングも可能な分解能を達成できるため、Figure 8.20 のように、M81 で発見された超新星 SN1993J のシェルが膨張している様子も観測されている。

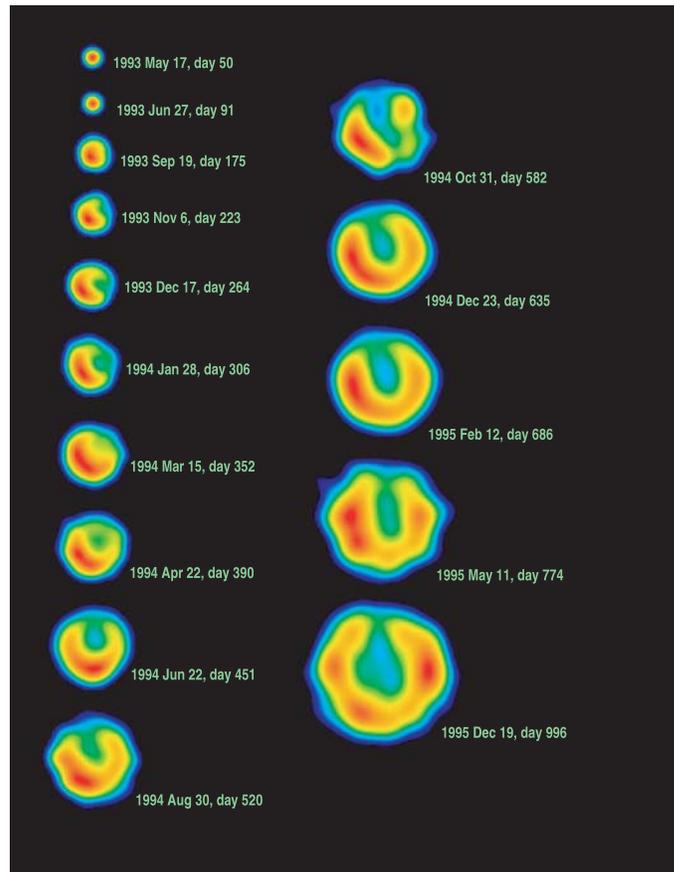


Figure 8.20: 超新星残骸 SN1993J の膨張シェル (Bietenholz et al. 2003)。最大 18 局のグローバル VLBI ネットワークにより、超新星爆発の 50 日後から 9 年間にわたって多周波数 (22.2 GHz、15.0 GHz、8.4 GHz、5.0 GHz、2.3 GHz、1.7 GHz) でのモニターが行われている。9 年後にはシェルは 19000AU まで広がっている。中心のパルサーは見えていない。

近年は、ガンマ線バーストや超新星爆発、原始星フレア、銀河中心のフレアなどの突発現象に合わせて、ガンマ線から X 線、可視光、赤外線など、あらゆる波長帯の多くの望遠鏡で早急に観測可能な態勢が取られている。最近でも、2003 年 3 月 29 日に起こったガンマ線バースト GRB 030329 のグローバル VLBI による残光検出 (Taylor et al. 2004, 2005)、2004 年 12 月 28 日に起こった、観測史上最大強度のガンマ線を放出した軟ガンマ線リピーター SGR 1806-20 の野辺山ミリ波干渉計による検出 (Cameron et al. 2005) などで成果を上げている。

8.6 銀河

電波干渉計の観測対象としては、星形成領域と並んで銀河(系外銀河)は最も得意な分野の一つである。ミリ波干渉計では、主に巨大分子雲の分布をトレースする CO 分子輝線やダストからの熱放射の観測によって、銀河全域の星間物質の分布をイメージングし、銀河の質量を初めとした物理パラメータや渦巻、棒状構造の有無など、銀河の構造を明らかにすることが可能である (Figure 8.21)。

さらに、電波望遠鏡、電波干渉計による分子スペクトル線観測では、原始星周辺の観測で紹介したのと同様に、他の周波数帯では不可能な高速度(周波数)分解能での回転や収縮、膨張などの運動を測定することができる。これにより、銀河全域の回転曲線の決定、銀河中心方向への星間物質の輸送の様子や銀河中心にあるトーラス、パブル構造の運動状態、力学的状態を明らかにすることが可能である。

また、近年のミリ波帯受信機の感度向上により、干渉計の感度は年々向上している。その恩恵により、系外銀河の観測においても、CO だけでなく HCN、HCO⁺ をはじめとしたより存在量の少ないマイナーな分子輝線のイメージングが可能になっている。例えば、Jackson et al. (1993) は NGC1068 における HCN 輝線と CO 輝線のイメージングを行い、CO 輝線とほぼ等しいという異常に強い HCN 輝線を検出している。HCN は CO に比べてより高密度な領域をトレースする (CO では 10^3 cm^{-3} 、HCN では 10^5 cm^{-3}) ため、HCN が豊富な領域はより高密度ガスが多く分布するということを意味している。観測の結果、HCN の分布はアウトフローに垂直な回転するトーラスをトレースしていることが明らかになっている。Jackson et al. (1993) 以降、HCN 輝線のようなより存在量の少ない分子輝線の観測も系外銀河で一般的になりつつある (Figure 8.22)。今後、干渉計の更なる感度の向上により、系外銀河でも系内銀河同様さまざまな分子輝線のマッピングにより、化学組成の違いから銀河の物理的・力学的性質を明らかにする星間化学的な研究手法への発展も期待される。

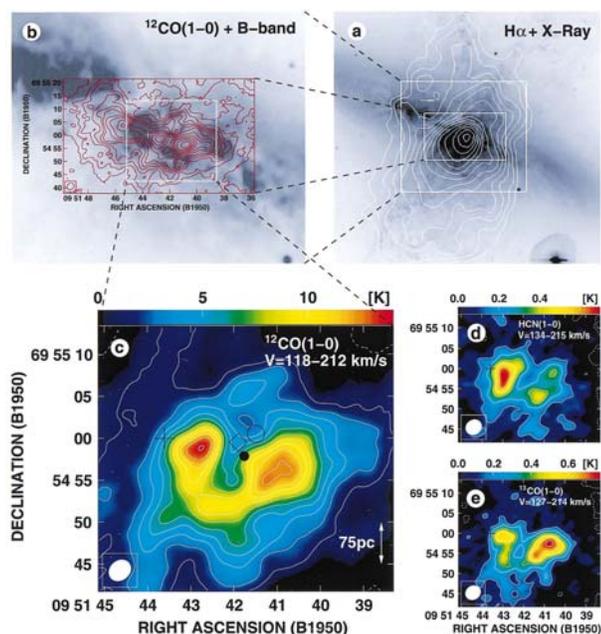


Figure 8.21: NMA で観測されたスターバースト銀河 M82 の膨張する分子ガス「スーパーバブル」(Matsushita et al. 2000)。スーパーバブルのエネルギーは超新星爆発 10^3 - 10^4 個分に相当し、局所的な大質量星形成と超新星爆発が起こっていたと考えられる。X 線観測衛星チャンドラの観測結果から、スーパーバブルの中心には 700 太陽質量程度の中質量ブラックホールが存在が示唆される。スーパーバブルの中心では星同士の合体によって超大質量星を経て中質量ブラックホールが形成される可能性を示唆している。図 C の は $2.2 \mu\text{m}$ 赤外線のパーク、 は X 線観測衛星あすかで発見された変動する硬 X 線源、 はチャンドラで観測された X 線源、 + は銀河中心。

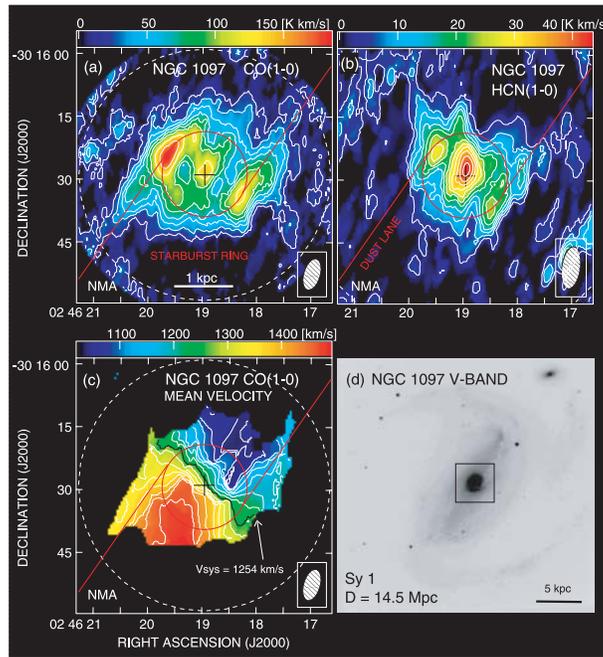


Figure 8.22: NMA で観測された 1 型低光度セイファート銀河 NGC 1097 中心領域の CO、HCN 輝線のマップ (Kohno et al. 2003)。CO は銀河中心核周辺のスターバーストリングから放射されているのに対して、HCN は中心付近で相対的に強度が強いことが分かる。HCN は CO よりも高密度なガスをトレースする。活動銀河核周囲でのスターバーストの可能性を示唆している。

干渉計の感度の向上により、短時間で多数の銀河を観測することも可能になっている。NMA をはじめとしたミリ波干渉計では、近傍の銀河やおとめ座銀河団のような近傍銀河団のメンバーについては、個々の興味深い銀河の観測だけでなく大規模なサーベイも行われ (例えば、Figure 8.23)、さまざまな銀河のサンプルによる統計的な研究も進められている。

一方、センチ波干渉計では、系内天体同様に、熱的な制動放射、非熱的なシンクロトロン放射の連続波観測も行われている。VLBI の高空間分解能では、すでに述べたように系外銀河の超新星残骸のシェルの膨張の様子も観測が可能である (8.24)。

また、我々の銀河中心領域や活動銀河核では多くの超新星爆発に伴うシェル状構造やジェット状構造などが観測されている (Figure 8.25)。中でも、銀河中心にある巨大ブラックホールと考えられる Sgr A* については多くの研究者からの注目を集めており、あらゆる波長帯での観測的研究が行われており、電波干渉計でも NMA によるフラックス変動のモニター観測が進められている (Miyazaki et al. 2004)。ただし、波長の長いセンチ波では、銀河中心核方向の厚いプラズマによって見通すことができず、また、散乱の影響で中心天体 Sgr A* は既存の VLBI の高空間分解能でも分解することができない。そのため、Sgr A* の観測では散乱の少ないミリ波、サブミリ波帯での高空間分解能の観測が求められている。将来的には VSOP-2 やミリ波、サブミリ波帯 VLBI 観測によるブラックホールの直接撮像が提唱されている。

活動銀河核の中心付近には、 H_2O 、OH などのメーザーが確認されている。輻射を等方的と仮定すると、これらのメーザーのフラックスは銀河系内のものに比べて 10^6 倍以上もあり、メガメーザーと呼ばれる。1995 年に野辺山 45m 電波望遠鏡で観測された NGC 4258 の中心にある H_2O メーザーの例を Figure 8.26 にまとめた (Miyoshi et al. 1995; Herrnstein et al. 1999; Cecil et al. 2000 など)。NGC 4258 の VLBI 観測では、高空間分解能を生かしてメーザーの 3 次元的な運動を測定することにより、中心に巨大ブラックホールがあることをはじめて明らかにした。メガメーザーの発見は、野辺山 45m 電波望遠鏡だけでなく近年の電波干渉計による観測的研究の中でも最も重要な発見の一つともいえる。

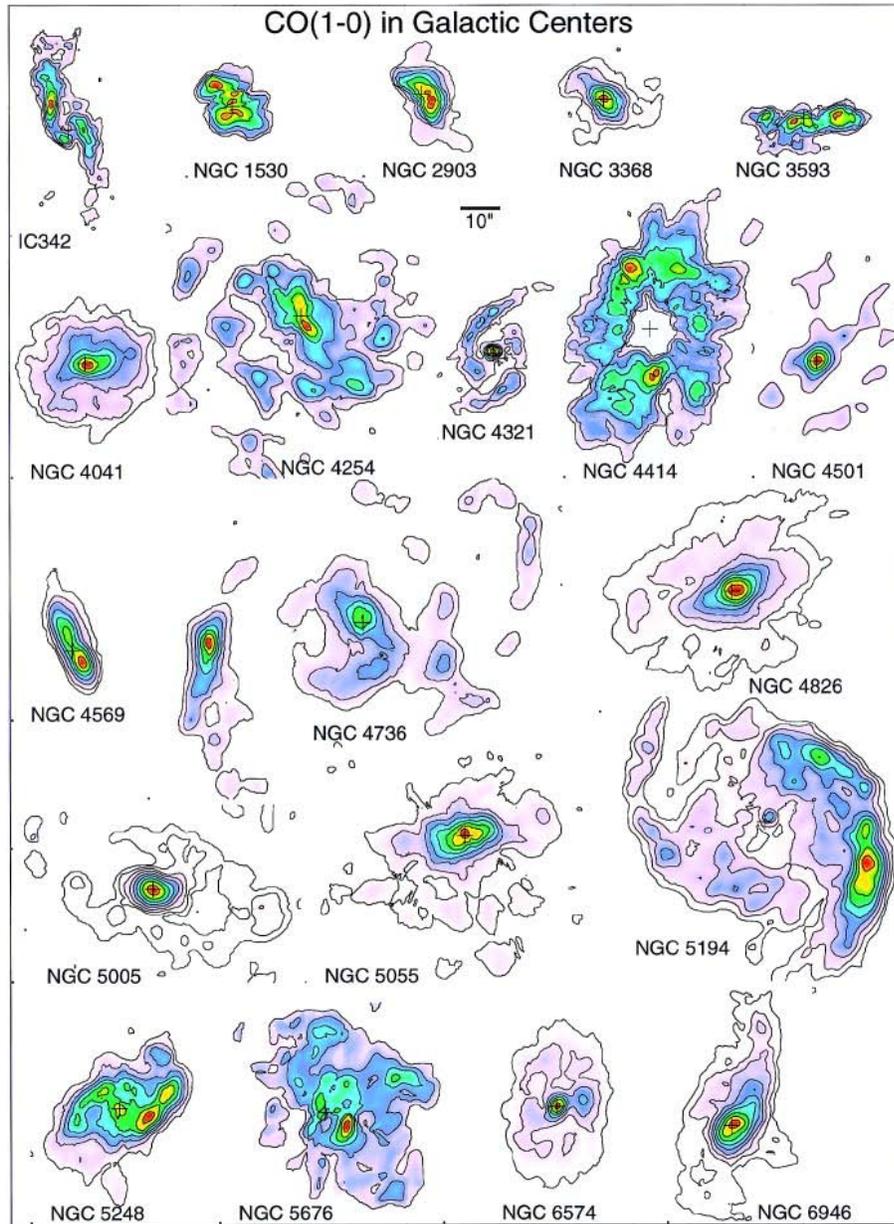


Figure 8.23: NMA、OVRO ミリ波干渉計による近傍渦巻き銀河の高分解能 CO 分子輝線マッピングサーベイで得られた銀河のイメージ (Sakamoto et al. 1999)。ガスの分布の集中度やピークの数、バーの有無やディスクの有無など、銀河ごとに大きな違いが見られる。

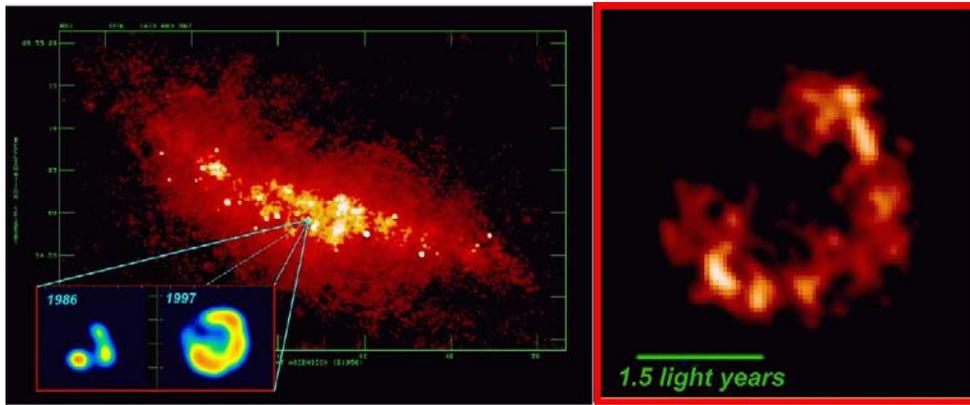


Figure 8.24: M82. (左)MERLIN+VLA 20cm で観測された M82 のイメージ (Muxlow et al. 1994; McDonald et al. 2001)。多数の点源はすべて超新星残骸。左下の拡大図は、1986 年と 1997 年に EVN で観測された超新星残骸の一つ。膨張速度は 9500 km s^{-1} で、30-40 年前の超新星爆発と推測される。(右) 左図の超新星残骸をグローバル VLBI で観測したイメージ。観測波長は 20cm、分解能は 3mas で 0.05 pc に相当する。

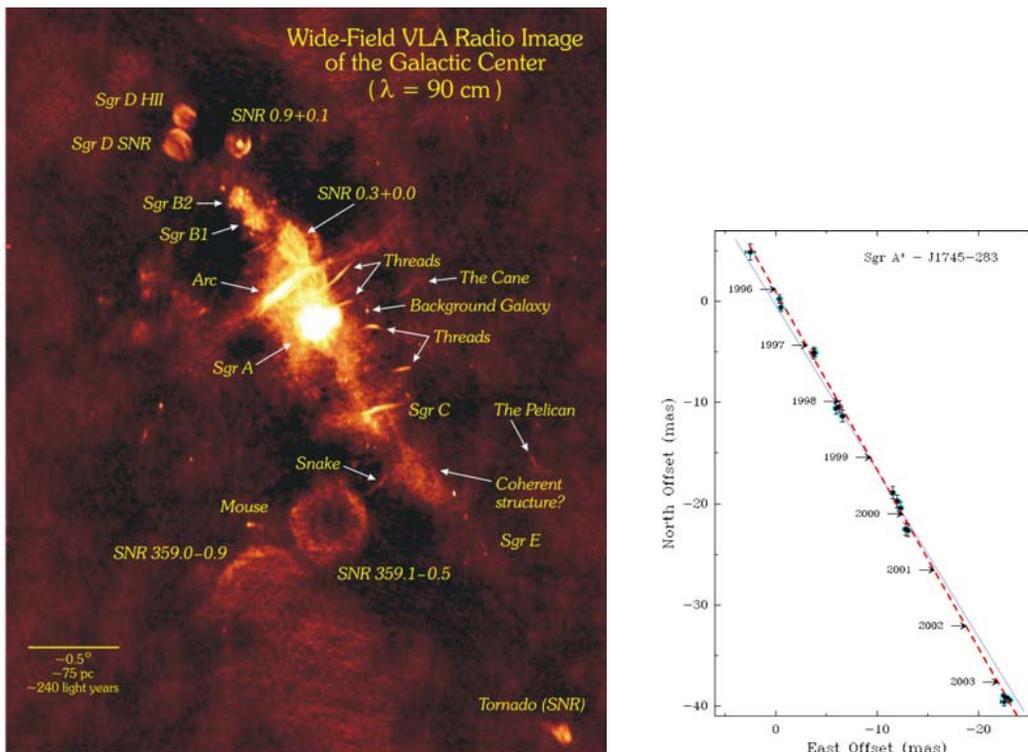


Figure 8.25: (左)VLA で観測された銀河中心付近の 333 MHz 連続波 (LaRosa et al. 2000)。超新星残骸と思われるシェル状構造やジェット状の構造が見られる。銀河中心の Sgr A* はブラックホールと考えられており、VLA、VLBA、NMA などではモニター観測、他波長同時のキャンペーン観測などが行われている。散乱の大きい銀河中心付近では、ミリ波・サブミリ波帯の観測が有利で、ALMA やミリ波 VLBI など、今後の高周波数帯での高分解能観測が期待される。(右)VLBA 43 GHz 帯で観測された、Sgr A* の固有運動 (Reid & Brunthaler 2004)。銀河中心付近の星団の運動と合わせて、Sgr A* のサイズは 1 AU 以下、質量は $10^6 M_{\odot}$ 以上と推定され、巨大ブラックホールの存在が強く示唆される。年周視差は検出できていない。

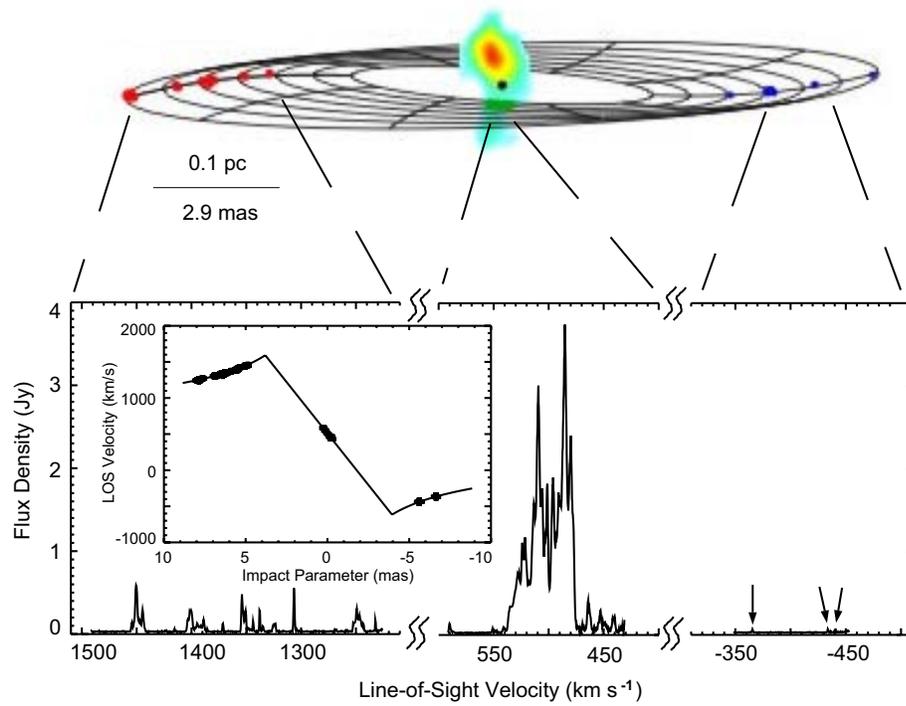


Figure 8.26: NGC4258 の概略図 (Miyoshi et al. 1995; Herrnstein et al. 1999; Cecil et al. 2000 など)。野辺山 45 m 電波望遠鏡による観測で、NGC4258 の中心に対して視線速度 1000 km もの高速の H₂O メーザーが検出された。その後の VLBI 観測によって、これらのメーザースポットの分布と運動を調べることで、メーザー源がケプラー回転するディスクに付随することが明らかになった。銀河中心 0.13 pc 以内の天体の質量は 3.6×10^7 太陽質量と推定されるため、このような大質量天体の正体は巨大ブラックホール以外ありえないという結論が得られている。また、メーザーの 3 次元的な運動を測定することによって、NGC 4258 の距離が 7.2 ± 0.3 pc と直接的に決定された。

8.7 AGN、遠方銀河

遠方の天体は、過去の情報を直接観測的に確認できるため、宇宙の形成、銀河の形成や進化を研究する上で重要なターゲットである。宇宙初期にはガスの量が豊富で、 $1000M_{\odot}/\text{yr}$ という激しい星形成活動を伴う原始銀河の存在が予想されている。例えば、Ohta et al. (1996) は野辺山ミリ波干渉計により、 $Z=4.69$ の赤方偏移にあるクェーサー BR1202-0725 で $\text{CO} J=5-4$ の輝線を検出している (Figure 8.27)。このような遠方天体からの放射は分子輝線、連続波とも極めて微弱で、現在までに 10 天体程度しか検出には成功していない。既存の干渉計では感度が不十分であり、銀河形成史の全容解明のためには ALMA の建設が待たれている。

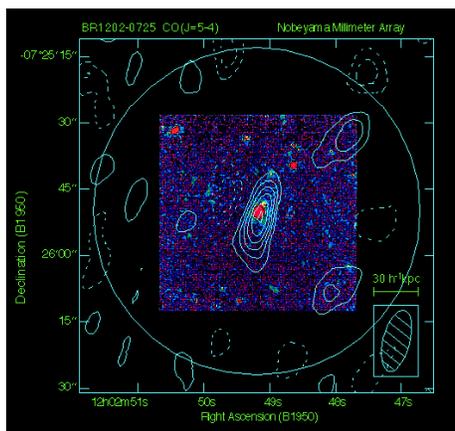


Figure 8.27: $Z=4.69$ の赤方偏移にあるクェーサー BR1202-0725 で検出された CO ガス (Ohta et al. 1996)。 $\text{CO} J=5-4$ のスペクトル線が、赤方偏移することによって 100 GHz 帯で観測されている。BR1202-0725 には銀河系全体と同程度の質量の分子ガスが含まれることから、形成途中の銀河ではないかと考えられている。ヨーロッパ南天文台 (ESO) の新技術望遠鏡 (NTT) で得られた可視光像 (カラー) に、野辺山ミリ波干渉計で得られた CO 分子ガスの分布 (等高線) を重ねてある。

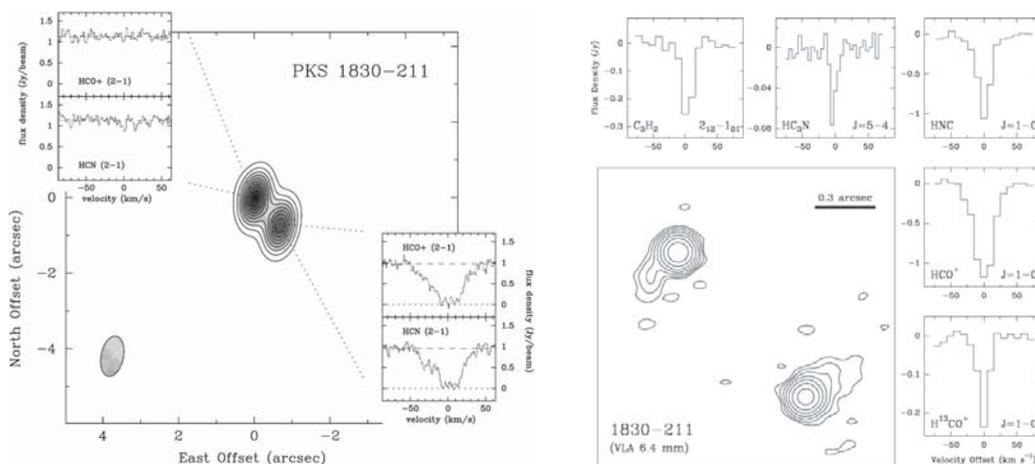


Figure 8.28: BIMA 3mm 帯 (Swift et al. 2001; 左図) と VLA 6mm 帯 (Menten, Carilli, & Reid 1999; 右図, Carilli et al. 1999 より抜粋) で観測された重力レンズ天体 PKS 1830-211 方向で観測された分子吸収線。それぞれ、マップは連続波のイメージ。 $Z=0.88582$ の赤方偏移により 180 GHz の遷移が 100 GHz 付近で、90 GHz 帯付近の遷移が 43 GHz 帯で観測されている。

一方、活動銀河核やクェーサー周辺に付随する分子・原子ガスでは、強い背景放射に対する吸収線として

観測されることもある。最も有名な例としては、赤方偏移 $z=0.88582$ にある重力レンズ天体 PKS 1830-211 の観測 (Figure 8.28) があり、近傍銀河でも輝線では検出が困難な分子が吸収線によって検出されている。将来の ALMA では、PKS 1830-211 以外のさまざまな遠方天体の吸収線観測、特に赤方偏移した CII 吸収線の観測により、形成初期の遠方銀河の原子ガス、分子ガスの物理的環境や化学組成の解明が可能になる。同様の吸収線の観測では、遠方銀河に付随するガスだけではなく、遠方銀河を背景光とした太陽系近傍、銀河系内分子雲の空間的な微細構造の観測にも応用できると期待される。

また、遠方のクェーサーや活動銀河核、電波銀河の中心では超光速のジェット、降着円盤など、巨大ブラックホール周囲にガスが降着して、重力エネルギーを開放するという活動性と密接に関連する現象が数多く確認されている。これらの放射は、非熱的放射 (シンクロトロン放射) などが卓越しているため、センチ波干渉計や VLBI が威力を発揮する。特に、ジェットや降着円盤のイメージングでは、VSOP の高空間分解能を生かした VLBI 観測の独壇場となっている (Figure 8.29、8.30)。また、VSOP の 5 GHz 帯と VLBA の 15 GHz 帯では、空間分解能がほぼ等しいイメージを得ることが可能なため、多周波帯でのイメージを重ね合わせて、SED (Spectral Energy Distribution) のマップを得たり、放射の光学的厚みを求めたりすることも可能である (Figure 8.31)。主に VLBA などの地上ネットワークと組み合わせて得られた VSOP の成果としては、自由-自由吸収の確立、ジェットのうねりや二重螺旋構造と磁場の関係の解明、ジェットの運動のモニターなどが挙げられる。VSOP による観測では、ジェットや活動銀河核周辺のプラズマトラスまではイメージングに成功している。しかし、中心にある降着円盤や巨大ブラックホールの姿を捉えるにはいたっていない。そのためには、より高い空間分解能、より吸収を受けにくい高周波数帯の観測が必要であり、これらの要求を満たすよう VSOP-2 計画が検討されている。

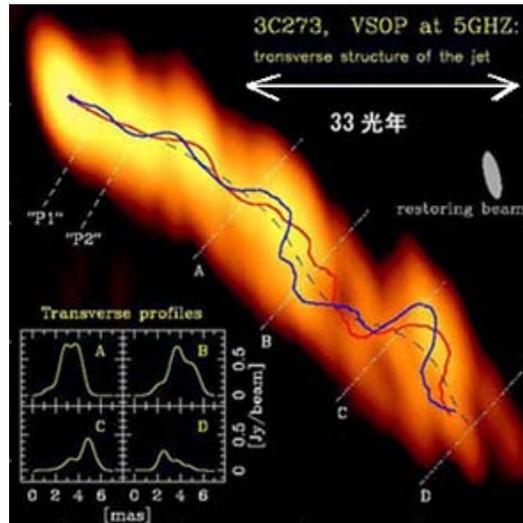


Figure 8.29: VSOP で観測された 3C273 ジェットの 2 重螺旋構造 (Lobanov et al. 2000)。ジェットの中の明るい部分をたどっていくと、中心軸 (図の点線) の周りからみつような 2 重螺旋状 (図の赤線、青線) の構造が発見された (図中左下のグラフはそれぞれ点線 A,B,C,D 上の輝度プロファイル。横軸はジェットの右岸エッジからの距離、縦軸は電波の強さを示す。) これはジェットの中で相対論的な速度を持つ 2 つのプラズマの流れが複雑に絡み合ったものと考えられている。

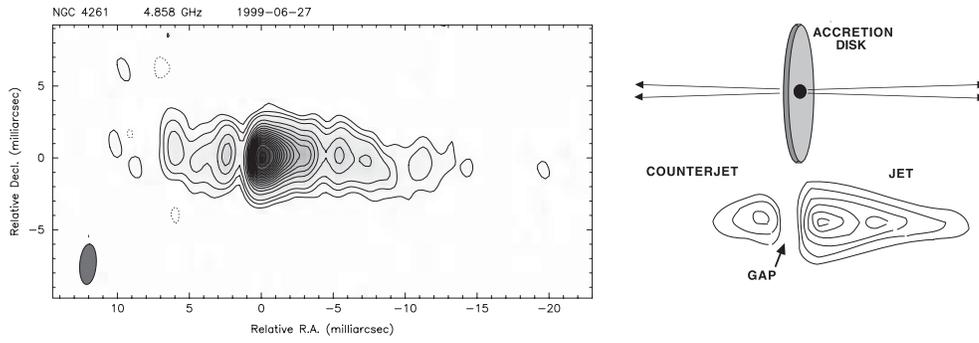


Figure 8.30: NGC4261 で観測されたサブパーセクスケールの降着円盤 (Jones et al. 2000,2001)。降着円盤は電離したガスからなるため、自由-自由吸収によって低周波数の電波を吸収すると考えられている。そのため、明るいジェットの放射を背景にすることで降着円盤のシルエットが吸収で見えることが期待されていた。VSOP ではの 1.6 GHz 帯、5 GHz 帯で 1mas の高分解能観測が可能のため、左図のように NGC 4261 に関してサブパーセクスケールで降着円盤をとらえることに成功した。降着円盤の軸の向きは、ハッブル宇宙望遠鏡でとえられた塵の円盤とほぼ一致している。右図は NGC4261 中心核付近の模式図。

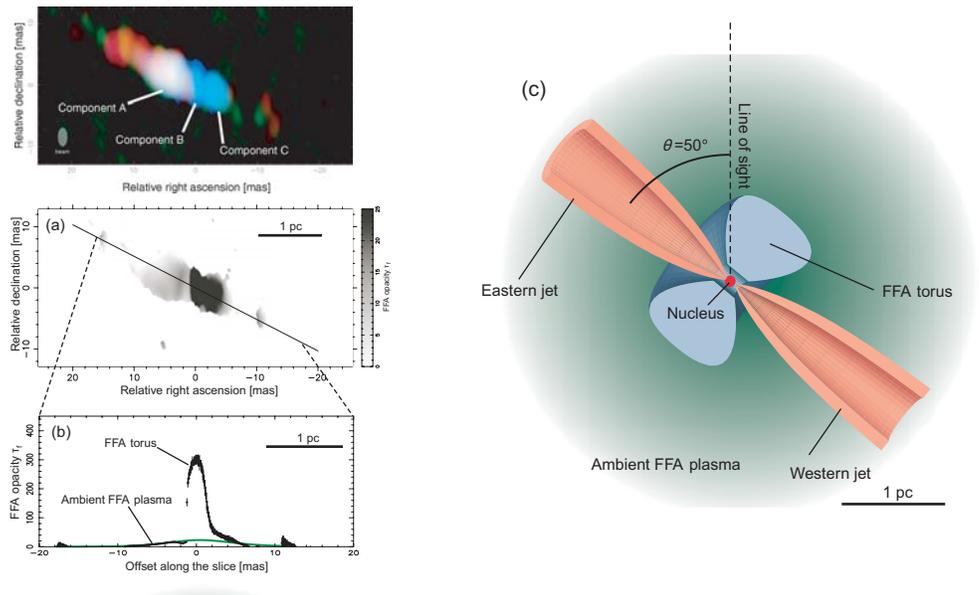


Figure 8.31: VLBA 多周波観測による NGC1052 のイメージ (Kameno et al. 2001)。左上段の擬似カラーは 2.3 GHz(赤)、8.4 GHz(緑)、15.4 GHz(青) の連続波イメージを合成したもので、左中段と下段はスペクトルから計算した自由-自由吸収の光学的厚みの空間分布。右図が NGC1052 中心核付近の模式図。

References

- [1] Beuther, H. et al. 2004, *ApJL*, 616, L19
- [2] Bietenholz, M. F., Bartel, N., & Rupen, M. P. 2003, *ApJ*, 597, 374
- [3] Blake, G. A., Qi, C., Hogerheijde, M. R., Gurwell, M. A., & Muhleman, D. O. 1999, *Nature*, 398, 213
- [4] Blundell, K. M., Mioduszewski, A. J., Muxlow, T. W. B., Podsiadlowski, P., & Rupen, M. P. 2001, *ApJ*, 562, L79
- [5] Bower, G. C. et al. 2003, *ApJ*, 598, 1140
- [6] Cameron, P. B. et al. 2005, *Nature*, 434, 1112
- [7] Carilli, C. L., Carlstrom, J. E., & Holdaway, M. A. 1999, in *ASP Conf. Ser. 180, Synthesis Imaging in Radio Astronomy II*, ed. G. B. Taylor, C. L. Carilli, & R. A. Perley (San Francisco: ASP), 565
- [8] Cecil, G. et al. 2000, *ApJ*, 536, 675
- [9] Claussen, M. J., Marvel, K. B., Wootten, A., & Wilking, B. A. 1998, *ApJ*, 507, L79
- [10] Desmurs, J. F., Bujarrabal, V., Colomer, F., & Alcolea, J. 2000, *A&A*, 360, 189
- [11] Furuya, R. S., Kitamura, Y., Wootten, H. A., Claussen, M. J., Saito, M., Marvel, K. B., & Kawabe, R. 2000, *ApJ*, 542, L135
- [12] Furuya, R. S., Cesaroni, R., Codella, C., Testi, L., Bachiller, R., & Tafalla, M. 2002, *A&A*, 390, L1
- [13] Furuya, R. S., Shinnaga, H., Nakanishi, K., Momose, M., & Saito, M. 2003, *PASJ*, 55L, 83
- [14] Greenhill, L. J., Gwinn, C. R., Schwartz, C., Moran, J. M., & Diamond, P. J. 1998, *Nature*, 396, 650
- [15] Guélin, M., Lucas, R., & Neri, R. 1996, in *IAU Symp. 170, CO: Twenty-Five Years of Millimeter-Wave Spectroscopy*, ed. W. B. Latter et al. (Dordrecht: Kluwer), 359
- [16] Hayashi, M., Ohashi, N., & Miyama, S. M. 1993, *ApJ*, 418, L71
- [17] Herrnstein, J. R. et al. 1999, *Nature*, 400, 539
- [18] Jackson, J. M., Paglione, T. A. D., Ishizuki, S., & Nguyen-Q-Rieu 1993, *ApJ*, 418, L13
- [19] Jones, D. L., Wehrle, A. E., Meier, D. L., & Piner, B. G. 2000, *ApJ*, 534, 165
- [20] Jones, D. L., Wehrle, A. E., Piner, B. G., & Meier, D. L. 2001, *ApJ*, 553, 968
- [21] Kamenno, S., Sawada-Satoh, S., Inoue, M., Shen, Z.-Q., & Wajima, K. 2001, *PASJ*, 53, 169
- [22] Kemball, A. J. & Diamond, P. J. 1997, *ApJL*, 481, L111
- [23] Kitamura, Y., Momose, M., Yokogawa, S., Kawabe, R., Tamura, M., & Ida, S. 2002, *ApJ*, 581, 357
- [24] Kohno, K., Ishizuki, S., Matsushita, S., Vila-Vilaró, B., & Kawabe, R. 2003, *PASJ*, 55, L1
- [25] LaRosa, T. N., Kassim, N. E., Lazio, T. J. W., & Hyman, S. D. 2000, *AJ*, 119, 207
- [26] Lestrade, J.-F. et al. 1999, *A&A*, 344, 1014
- [27] Lim, J., Carilli, C. L., White, S. M., Beasley, A. J., & Marson, R. G. 1998, *Nature*, 392, 575
- [28] Loinard, L., Mioduszewski, A. J., Rodriguez, L. F., González, R. A., Rodriguez, M. I., & Torres, R. M. 2005, *ApJL*, 619, L179
- [29] Lobanov, A. P., Zensus, J. A., Krichbaum, T. P., & Witzel, A. 2000, in *Astrophysical Phenomena Revealed by Space VLBI*, ed. H. Hirabayashi, P. G. Edwards, & D. W. Murphy (Sagamihara: Institute of Space and Astronautical Science), 239
- [30] Matsushita, S. et al. 2000, *ApJ*, 545, L107

- [31] McDonald, A. R. et al. 2001, MNRAS, 322, 100
- [32] Menten, K. M., Carilli, C. L., & Reid, M. J. 1999, in ASP Conf. Ser. 156, Highly Redshifted Radio Lines, ed. C. L. Carilli, S. J. E. Radford, & K. M. Menten, G. I. Langston (San Francisco: ASP), 218
- [33] Miyazaki, A., Tsutsumi, T., & Tsuboi, M. 2004, ApJ, 611, L97
- [34] Miyoshi, M., Moran, J., Herrnstein, J., Greenhill, L., Nakai, N., Diamond, P., & Inoue, M. 1995, Nature, 373, 127
- [35] Momose, M., Ohashi, N., Kawabe, R., Nakano, T., & Hayashi, M. 1998, ApJ, 504, 314
- [36] Muxlow, T. W. B., Pedlar, A., Wilkinson, P. N., Axon, D. J., Sanders, E. M., & de Bruyn, A. G. 1994, MNRAS, 266, 455
- [37] Ohashi, N., Lee, S. W., Wilner, D. J., & Hayashi, M. 1999, ApJL, 518, L41
- [38] Ohta, K., Yamada, T., Nakanishi, K., Kohno, K., Akiyama, M., & Kawabe, R. 1996, Nature, 382, 426
- [39] Reid, M. J. & Brunthaler, A. 2004, ApJ, 616, 872
- [40] Sakamoto, S., Hayashi, M., Hasegawa, T., Handa, T., & Oka, T. 1994, ApJ, 425, 641
- [41] Sakamoto, K., Okumura, S. K., Ishizuki, S., & Scoville, N. Z. 1999, ApJS, 124, 403
- [42] Schilke, P., Benford, D. J., Hunter, T. R., Lis, D. C., & Phillips, T. G. 2001, ApJS, 132, 281
- [43] Simon, M., Dutrey, A., & Guilloteau, S. 2000, ApJ, 545, 1034
- [44] Swift, J. J., Welch, W. J., & Frye, B. L. 2001, ApJ, 549, L29
- [45] Takakuwa, S., Kamazaki, T., Saito, M., & Hirano, N. 2003, ApJ, 584, 818
- [46] Tatematsu, K. et al. 1993, ApJ, 404, 643
- [47] Taylor, G. B., Frail, D. A., Berger, E., & Kulkarni, S. R. 2004, ApJ, 609, L1
- [48] Taylor, G. B., Momjian, E., Pihlstrom, Y., Ghosh, T., & Salter, C. 2005, ApJ, 622, 986
- [49] Torrelles, J. M. et al. 2001, Nature, 411, 277
- [50] Torrelles, J. M. et al. 2003, ApJL, 598, L115
- [51] Yokoyama, T., Nakajima, H., Shibasaki, K., Melnikov, V. F., & Stepanov, A. V. 2002, ApJL, 576, L87

Chapter 9

プロポーザルの書き方と観測計画立案

廣田朋也

9.1 はじめに

干渉計を用いた研究をするには、当然干渉計で観測されたデータが必要となる。そのデータを得るにはいくつかの方法があるが、多くの研究者は以下のどれかを取ることになる。

1. 共同利用観測のための装置に観測提案（プロポーザル）を提出し、観測時間を得る。
2. 自前の装置を持ち（あるいは開発から行い）、観測を行う。
3. 上記いずれかの方法で得られた他の研究者（多くの場合は指導教官や共同研究者など）のデータを譲り受け、解析を行う。
4. 各観測装置のアーカイブデータを得て、データ解析のみ行う。

1のような共同利用観測のための装置を使用する場合、世界中の研究者がプロポーザルを提出するため、審査によって観測の意義が認められたもののみ採択され、観測時間が割り当てられる。望遠鏡を運営する機関の多くは国家の補助を受けて運用されている。国民の税金を投資している以上、各研究機関はそれに見合った成果を得られる研究を実施しなければならず、競争率が高ければ自然と「成果がより出易い観測」、「インパクトのある成果が期待できる観測」を優先的に割り当てることになる。また、2のような自前の装置での観測を行う場合も、成果を出すためには観測計画を十分吟味して、時間を割り当てなければならない。3や4の方法のように、観測をしなくともすばらしいデータを得られることもある。しかし、自分の目的の天体を希望する周波数で観測する、自分の研究に必要な方法で観測するには、ほとんどの場合1、または2の方法で観測から自ら行わなければならない。

共同利用観測を行う干渉計は、日本国内では国立天文台、アメリカでは NRAO、ヨーロッパで EVN、IRAM などの機関が運用している。また、OVRO や BIMA のように、大学や大学連合で運用しているものもある。どの機関の装置に関しても、世界中の研究者が観測に使用したいと考え、多くの観測プロポーザルが提出されている。観測提案される時間に対して、観測を割り当てることが可能な時間は少なく、どの装置を使う場合も厳しい審査をパスした観測提案のみに観測時間が割り当てられる。各観測装置の年次報告などによると、プロポーザルが採択される競争率は2倍前後のようである。この審査をパスするためには、プロポーザルを通して、レフェリーに対して「よい観測である」ことを説得しなければならない。「よい観測」とは、簡単に言えば

- 科学的成果が期待できる。
- 技術的に実現が可能。

の2点に尽きる。

本章では、干渉計での観測的研究を始めようとするほとんど全ての研究者が避けて通れない、共同利用観測のための装置へプロポーザルを提出するために必要な項目について紹介する。

9.2 プロポーザルの形式・提出方法

プロポーザルの体裁は、記入する内容やページ数など望遠鏡、研究機関によって異なるが、ほとんどの場合、「カバーシート」と「本文」に分けられる。本文は、一般的には「科学的意義 (Scientific justification)」と「技術的検討 (Technical description)」のように分けて書かれることが多い。最近では、ほとんどのプロポーザルは、LaTeX で作成し、これらのソースファイル、または pdf ファイルをメールで投稿するが多い。

共同利用観測を受け付けている主な電波干渉計のウェブページは、以下にまとめた。また、各望遠鏡の特徴については、本テキスト Chapter 6 に簡単に紹介している。各望遠鏡の観測公募要領である Call for proposal や、各望遠鏡の性能をまとめたステータスレポートなどがあるため、参考にしてほしい。EVN や ALMA など、サイトによっては積分時間や感度計算ができるツールを備えたページもある。キャリブレーション

ションの注意点やキャリブレーション天体のカタログなどもほとんどの干渉計のウェブページからリンクされているので、観測計画立案の際に有効利用してほしい。また、過去に同様の観測がないかどうか、アーカイブデータや観測リスト、採択されたプロポーザルリストなどが掲載されているサイトもあるため、プロポーザル提出前に必ずチェックすることをお勧めする。メーリングリストによる情報やニュースレターなどを定期的に発行している機関もある。ウェブページなどから情報を得て、アドレスを登録しておくことを推奨する。

NMA, RAINBOW	http://www.nro.nao.ac.jp/~nma/
PdBI	http://www.iram.fr/IRAMFR/index.htm
SMA	http://sma-www.harvard.edu/
VLA	http://www.vla.nrao.edu/
WSRT	http://www.astron.nl/p/observing.htm
GMRT	http://www.ncra.tifr.res.in/~gtac/
ATCA	http://www.narrabri.atnf.csiro.au/
VERA	http://veraserver.mtk.nao.ac.jp/index-J.htm
VLBA, HSA	http://www.vlba.nrao.edu/
EVN	http://www.evlbi.org/
MERLIN	http://www.jb.man.ac.uk/merlin/
LBA	http://www.atnf.csiro.au/vlbi/

以下、プロポーザルの体裁にしたがって、検討すべき項目について順番に紹介する。

9.3 カバーシート

カバーシートには、観測タイトルや観測者・共同研究者の情報、観測の概要（アブストラクト）に加えて、天体の名前や座標、観測装置の設定などの技術的項目を記述する。また、多くのプロポーザルには過去の提案状況や採択状況、その望遠鏡の観測データによる論文の出版状況についても書く必要がある。実際にはどのような判断材料に用いられているかは不明だが、観測データを溜め込んでも論文を書かない提案者のプロポーザルは採択されない、というあやしいわさもある。博士論文のための観測かどうかを記入する場合もあり、このような時はデータアーカイブ（公開）までの期間が長く取られ、データが保護されるということもある。

9.4 科学的意義

科学的意義では、「提案する観測により、いかに重要な知見が得られるか？」をレフェリーに説明しなければならない。まずプロポーザルで科学的意義をレフェリーに説明する前に、自分自身でその観測の意義について、以下の観点から考えを整理しておかなければならない。

その観測によって科学的な成果を得られるか？ 当たり前のことではあるが、最も重要なのは科学的に意義があるか、という点である。どのような天体のどのような物理的（または化学的）パラメータを決定したいのか、どのような天体や現象を発見したいのか、どのような現象を解明できるのか、ということを確認しておかなければならない。単に、「今までに観測されていない天体だから観測する」、「今までに観測されていない周波数帯だから観測する」、という理由では「おもしろそう」、あるいは「(何かは分からないけど)おもしろいものが見つかるかもしれない」と言っているのと同じで、このようなあいまいな目的のプロポーザルではレフェリーは説得できない。どのような科学的成果が期待できるのか、そのためにはなぜその天体でなければならないのか、あるいはなぜその周波数帯が必要なのか、という点を明らかにしてレフェリーを納得させなければならない。また、一般的な目的ではなく、

具体的な目的、例えば「星形成過程の解明に寄与する」ではなく、「星形成過程の中でも天体の原因を解明することができる」のような理由の方が好ましい。

その観測は今までに行われていないか？ 似たような観測が行われている場合、自分が新たに提案する観測にはどのような意義があるのかを説明しなければならない。例えば、新たに提案する観測によってすでに観測されている現象を違う天体で検証する、というだけでは意義がなく、なぜその現象を検証しなければならないのか、という点まで含めて観測の意義を説明しなければならない。その場合、新たに提案する観測の方が過去の観測よりも高い精度で現象を捉えられる、など、明確な説明がなければならない。当然、他の望遠鏡では観測が行われているが、その望遠鏡では行われていないから観測する、というのは理由にならない。以下の観点も踏まえ、なぜその望遠鏡での観測が必要なのか、その望遠鏡のデータが科学的成果を得るために必要不可欠な理由を述べる必要がある。

その望遠鏡で十分な成果が得られるか？ 技術的な検討とも関係するが、その望遠鏡で目的の科学的成果が得られるかどうか、検討しなければならない。また、感度や空間分解能、周波数帯、その他観測モードなど、その望遠鏡が最も科学的成果を得るために適していることもレフェリーに説明する必要がある。望遠鏡の性能として重要な点だけは、後で述べるように技術的検討ではなく科学的意義の中にも記述することが望ましい。なぜなら、中には科学的意義は十分に検証しても、技術的検討にはあまり注意を払わないレフェリーも含まれることがあるからである。他の望遠鏡の方がより成果が出やすいと判断されたプロポーザルは、レフェリーやプログラム委員会から他の望遠鏡にプロポーザルを出すようコメントされることがある。実際、筆者は VLA の B 配列にプロポーザルを提出したところ、分解能の高い A 配列で行うべきとの理由 (他にもいくつか理由があり緊急を要しないという判断もあった) で不採択になったこともある。

以上のチェックリストを踏まえ、科学的意義には

- まずどのような問題がその分野にあるのか (イントロ)。
- どのような現象を解明するのか。それにはどのような意義があるのか。その分野に対してどのようなインパクトを与えるのか。どのように発展するのか。
- そのためにはどのような天体をどの周波数帯で観測するのか。なぜその選択をしたのか。
- なぜその望遠鏡が必要なのか。
- どのような観測をすることで目的が達成できるのか。
- 観測では、どのような観測データが期待されるのか (強度や形、構造、時間変化など)。
- どのような解析で目的の現象や天体を捉え、目的のパラメータを決めることができるのか。どのようなモデルと比較して解釈するのか。

を整理してまとめなければならない。当然、指定された文字数、原稿の枚数や分量を超えないよう、簡潔にまとめなければならない。

公募観測のプロポーザルは、おおむね 5 人前後のレフェリーが審査をし、点数とコメントをつけて、最終的にはプログラム委員会が採否を決定する。レフェリーは必ずしも提案される観測の専門家とは限らない。そのため、分野外のレフェリーにも内容が理解しやすいように、プロポーザルでは必ず提案する観測的研究のバックグラウンドについて簡潔に説明をすることが必要である。

どのような観測データをどう解析することで目的のパラメータを引き出すのか、どのような理論計算とどう比較することで結論が得られるのか、その道筋についても説明をしなければならない。もし提案する観測だけでは目的の結果が得られない場合は、他に必要なデータをどうやって得るのか、その計画についても説明しなければならない。例えば、同じ望遠鏡に別のプロポーザルを出すのか、他の望遠鏡の観測データとあわせるのか、すでにデータを持っているのか、それとも観測が採択されこれからデータを得るのか、

これからプロポーザルを準備するのか、など、研究計画を明らかにし、その上で提案する観測が必要不可欠であることを述べなければならない。

レフェリーは数週間の間に数 10 通ものプロポーザルを読み、点数をつけてコメントを書かなければならず、1 通のプロポーザルを注意深く読み込んで理解をしてくれることはほとんどない。そのため、プロポーザルに書かれている内容は、平易で分かりやすい (simple) こと、単刀直入 (straightforward) なことが求められる。また、プロポーザルの中におおげさなことや華々しい成果を強調してレフェリーに訴える必要はなく、むしろ分かりやすいプロポーザルの方がレフェリーの印象に残ると考えたほうがよい。

これらのことを考慮して、プロポーザルは科学的内容だけでなく、文章の構成にも十分時間をかけて準備をしなければならない。この点では、プロポーザルを書くことは、日本語で自分の科学的成果をまとめるトレーニングにもなり、観測提案だけでなく、将来の科研費などの予算申請、人事公募への申請などの準備にもつながる。

9.5 技術的検討—観測計画立案

提案する観測がいかに科学的に意義があっても、技術的には困難でその装置では十分な成果を挙げることができないと判断されれば、観測時間を割り当てられることはない。公募観測の中には、科学的意義とは独立に、提案される観測が技術的に可能かどうかという点だけをレフェリーが審査することもある (例えば JCMT やかつての J-Net など)。そこで、場合によっては、まず科学的成果を考えるよりも、実現性を検討してからプロポーザルを準備する方がよいこともある。そして、十分吟味した結果、その観測の実現が可能との結論に達したならば、プロポーザルにも「提案する観測が実現可能かどうか、十分な成果をあげるにはどの程度の観測時間が必要か」をレフェリーに分かりやすく説明すればよい。また、必要に応じて観測計画も詳細に記述しなければならない。以下に、観測計画を立案する上で検討すべき項目を列挙する。ただし、プロポーザルには全ての項目について必ずしも記入する必要はなく、重要な点についてのみその項目を選択した理由などについて説明を記述すればよい。一部の項目は、カバーシートに数値や必要項目を書き込むことになる。

観測可能性について、やってみなければわからないという場合、例えば提案する観測のラインが受信機のチューニング可能周波数帯に入るかどうか微妙な場合は観測所に相談して、あらかじめテスト観測を依頼できる場合がある。また、技術的に困難を伴い、最初から長時間の提案をするのが困難な観測の場合、まず最初に短時間のサービス観測で目的のプロジェクトが可能かどうかのめどをつけることができる場合もある。

9.5.1 観測天体

観測天体は技術的検討ではなく、純粋に科学的意義の観点から選択するものであるが、観測計画立案に際して 1 点だけ注意が必要である。それは、観測天体の座標の精度についてである。VLBI 観測では後で述べる smearing の影響で視野が限定されるため、目標天体の座標は最悪でも数秒角の精度で指定しなければならない。相関処理のサーチウインドウよりも遅延時間や遅延時間変化率が大きいほど位置が異なる場合は、アンテナの主ビームに天体があったとしてもフリッジが検出できないこともありうるので、注意が必要である。さらに、位相補償観測の場合は特に注意が必要である。例えば VLBA の場合は、ターゲット天体の位置精度は最悪でも

$$\sigma_{\theta} < 500 \frac{22}{\nu[\text{GHz}]} \text{ [mas]} \quad (9.1)$$

以上を要求し、可能ならばこれよりも誤差を 1/3-1/5 の精度にするよう推奨している。つまり、VLBA 観測では、22 GHz 帯の場合は 100 mas オーダーの精度でターゲット天体の位置を指定しなければならない。実際には、VLA や他の VLBI による観測データがない場合はこの精度で位置を指定することは困難なため、データ取得後ただちに解析を行い、必要に応じて天体位置を変えて再相関処理を依頼することになる。

9.5.2 観測周波数帯

観測天体とともに最初に決めなければならないことは、観測周波数帯である。分子や原子のスペクトル線（輝線、吸収線）の場合は、どの遷移を観測するかによって、周波数はほぼ確定する。どの遷移を選択するかは、天体のどのような現象を観測するのか、どのような物理的環境（温度、密度）の領域を観測するかによって決まるため、技術的検討よりもむしろ科学的意義の中で選択した理由を説明しなければならない。連続波についても、観測では天体のどのような性質を明らかにするのか、そのためにはどの周波数帯を観測するのがよいのか、単一周波数帯でよいのか、複数の周波数帯が必要なのか、という点についても、やはり科学的意義の中で理由をつけて説明しなければならない。

観測周波数帯が決まったら、その周波数帯の観測がプロポーザルを提出する望遠鏡で可能かどうか確認をしておかなければならない。観測周波数帯の受信機が備わっている場合でも、観測したい周波数帯の受信機で観測が可能な状態かどうか（メンテナンスで共同利用に提供されていない、季節によって観測条件が悪くて使用しても成果がでない、ということもありうる）、2周波同時観測や偏波観測などを希望する場合は対応可能かどうか、観測したい周波数帯が受信機の帯域内にあるかどうか、受信機雑音が悪化する帯域の端に当たらないかどうか、などはステータスレポートや Call for proposal を詳細にチェックしておかなければならない。

以上のチェックをして、希望する周波数帯での観測が可能であることを確認できたら、感度の計算をするために、その受信機の典型的なシステム雑音（期待値）を調べておく。

9.5.3 周波数分解能と帯域幅

周波数帯を決めたあとは、観測に必要な周波数分解能と観測帯域幅を決めなければならない。多くの干渉計では、連続波観測とスペクトル線観測両方、さらにスペクトル線観測でも、銀河系内の速度幅が数 km s^{-1} 程度の天体から系外銀河のように速度幅が 100km s^{-1} を超えるような天体までさまざまな天体の観測に対応できるよう、バックエンドの設定が柔軟に変更できるような仕様になっている。目的に応じて、どのバックエンド設定にするか、検討しなければならない。また、多周波数帯の同時観測や偏波観測では、バックエンド設定に制限がある場合もあるため、観測周波数帯（受信機）の選択と合わせてステータスレポートや Call for proposal で観測可能かどうかを確認しなければならない。VLBI の場合は、記録系の選択によっては、総ビットレートが異なるため、観測可能な帯域幅や偏波数を変えることもできる。ここで決めた周波数分解能、または帯域幅は、感度の計算に必要なことになる。

9.5.4 空間分解能、アンテナ配列

次に、必要な空間分解能を検討しなければならない。使用する干渉計と周波数が決まれば、空間分解能は干渉計の最大基線長から、

$$\theta_{HPBW}[\text{mas}] \sim 2063 \frac{\lambda[\text{cm}]}{B_{max}[\text{km}]} \quad (9.2)$$

$$\theta_{HPBW}[\text{arcsec}] \sim 206.3 \frac{\lambda[\text{mm}]}{B_{max}[\text{m}]} \quad (9.3)$$

でほぼ決定する。ここで、 θ_{HPBW} は合成ビームサイズ、 B_{max} は最大基線長、 λ は波長であり、それぞれ式 (9.2) は VLBI、(9.3) は結合素子型ミリ波干渉計に適した単位で表してある。配列を変更することが可能な結合素子型干渉計の場合は、どの配列で観測するのがよいかを決めなければならない。VLA のように、観測公募時に特定の配列のみ受け付け、希望する配列の観測公募が1年から2年待たなければならないこともあるので、注意が必要である。この場合、プロポーザルで提案した配列が適切でないとしてレフェリーに判断された場合は、次の公募に再提出するよう、コメントされる場合もある。提案する配列が適切であることもプロポーザルに書かなければならない。野辺山ミリ波干渉計のように、観測公募時に全ての配列のプロポーザルを受け付けて、配列によって観測時間を割り当てる場合は、プロポーザル提出締め切りのみ気をつ

ければよい。VLBI の場合は、参加するアンテナによって空間分解能が変わるため、必要なアンテナを明記しなければならない。

一方、干渉計観測、特に VLBI では、最高分解能だけでなく天体が分解 (resolve out) されないよう、短基線のアンテナを含めなければならないことにも注意が必要である。VLBI 観測で天体が分解されるかどうかについては、

$$\theta_{LAS}[\text{mas}] \sim 2063 \frac{\lambda[\text{cm}]}{B_{min}[\text{km}]} \quad (9.4)$$

$$\theta_{LAS}[\text{arcsec}] \sim 206.3 \frac{\lambda[\text{mm}]}{B_{min}[\text{m}]} \quad (9.5)$$

の式で判断することができる。ここで、 θ_{LAS} は分解されない最大の角度スケール (Largest Angular Size)、 B_{min} は最小基線長である。例えば、VERA で 22 GHz 帯の水メーザーの観測を行う場合、 $\lambda=1.3$ cm、 $B_{min}=1000$ km とすると $\theta_{LAS}=2.7$ mas となる。つまり、これよりも広がったメーザースポットは分解されて検出されないことになる。実際に、Orion KL 領域の電波源 source I に付随するメーザーはサイズが数 10 mas ということが VLA などの観測によって確認されており、このような天体を観測するには VERA に野辺山 45m 鏡と鹿嶋 34 m 鏡の 200km 基線も加えて観測を行うなどの工夫が必要である。

9.5.5 視野

電波望遠鏡で受信可能な電波は、各素子アンテナの主ビームサイズ

$$\theta_{MB}[\text{arcsec}] \sim 206.3 \frac{\lambda[\text{mm}]}{D[\text{m}]} \quad (9.6)$$

に入る領域にある天体からのものだけであり、これが最大の視野となる。実際には、結合素子型干渉計でイメージングが可能な視野は

$$\theta_{FOV} \sim \frac{1}{2} \theta_{MB} \quad (9.7)$$

が目安とされている。RAINBOW のように異なる口径の素子アンテナを組み合わせた干渉計では、大口径アンテナ (45m 鏡) と小口径アンテナ (10m 鏡) の視野の相乗平均がアレイの視野となるが、視野と同程度の広がりを持つ天体のビジビリティデータを解析するのは困難で、現実的には大口径アンテナの狭い視野よりもコンパクトな天体のイメージングだけが可能と考えたほうがよい。

一方、VLBI 観測ではイメージングが可能な視野は結合素子型干渉計とは異なり、素子アンテナの主ビームサイズからは単純には決まらず、主ビームサイズ内のごく一部の範囲だけがイメージング可能になっている。これは、以下に述べるように 2 つの要素によってビジビリティ振幅が smearing (油などを塗りつける、よごす、きたなくする、こすりつける、こすって消す、などの意味) の影響を受けて、像がゆがんだり相関振幅が下がったりして正しい天体のイメージを得られなくなるためであるそのため、素子アンテナのビームサイズ内に複数の天体がある場合、VLBI のデータ解析時には座標をずらして相関処理、イメージングを複数回行う必要がある。

周波数方向の積分による影響 (bandpass/bandwidth smearing)

連続波観測を行う場合、周波数の異なるビジビリティを積分することになる。この場合、異なる (u, v) のビジビリティを同じ (u, v) とみなして積分をすることにより、視野中心からの距離によって振幅が減少したり像が広がったりする影響が現れる。この影響を抑えるためには、視野は

$$\theta_{FOV}^{BW} < \frac{\nu_0}{\Delta\nu} \theta_{HPBW} \quad (9.8)$$

程度に制限される。例えば 22 GHz 帯の VLBI 観測で 128 MHz 帯域の比較的広帯域な観測を行う場合、視野は合成ビームの 170 倍程度、2mas の合成ビームならば視野は 340mas となる。一方、野辺山ミリ波干渉

計で 100 GHz 帯を UWBC による 1 GHz 帯域での観測を行う場合、視野は合成ビームの 100 倍程度となる。最も高い AB 配列の合成ビームは 2'' で、bandpass smearing の影響を受けない視野は 200'' 以下となる。この値に比べると、式 (9.7) から決まる NMA の 10m アンテナの主ビームの視野の方が小さいため、NMA をはじめとした既存の結合素子型干渉計では bandpass smearing の影響を考慮する必要がないことが分かる。

時間方向の積分による影響 (time average smearing)

VLBI の相関処理を行う際、データは τ_a の accumulation period で積分されている。また、相関処理後のデータをフリンジフィッティングしたりセルフキャリブレーションしたりする際も、 τ_{avg} の積分時間で平均化して SNR を高める工夫をしている。この時間間隔でビジビリティは平均化され、その時の空間周波数 (u, v) も τ_{avg} 間の平均となる。一方、空間周波数は地球の自転などにより時間変化をするため、長時間の平均を取ると周波数方向の積分をしたときと同じように、ビジビリティの振幅が減少したり赤経方向に像が広がるという影響を受ける。この影響を受けない視野の条件は、

$$\theta_{FOV}^{TA} < \frac{\theta_{HPBW}}{\omega_e \tau_a} \quad (9.9)$$

と表される。ここで、 ω_e は地球の自転角速度で、 7.27×10^{-5} (rad/sec) である。 τ_a は積分時間で単位は秒である。厳密には、地球自転による基線ベクトルの時間変化は天体の赤緯によって異なるため、smearing の影響は天体によって異なっている。簡単のために、式 (9.9) は赤緯 90 度の場合を考えている。例えば 22 GHz 帯の VLBI 観測で相関処理時の積分時間を 1 秒とすると、視野は 1 mas の合成ビームならば 9'' となる。これよりも広い範囲で smearing の影響を受けずにイメージングをしたい場合は、複数回の相関処理が必要となるため、プロポーザル提出時に明記しておく必要がある。一方、結合素子型干渉計の場合は式 (9.9) で計算される視野は式 (9.7) の値よりも大きく、time-averaging smearing の影響はほとんど無視できる。

9.5.6 フリンジ検出感度

干渉計の場合、コヒーレンス時間よりも短い積分時間で天体を検出できなければならない、という制約がある。2 素子アンテナ間でフリンジを検出できる最小フラックスをフリンジ検出感度といい、次のような式で計算できる。

$$\Delta S_{ij} = \frac{1}{\eta_s} \sqrt{\frac{SEFD_i SEFD_j}{2\Delta\nu\tau_{ff}}} \quad [\text{Jy}] \quad (9.10)$$

$$\begin{aligned} SEFD_i &= \frac{2k(T_A + T_{sys})}{A_{ei}} \sim \frac{2kT_{sys}}{A_{ei}} \\ &\sim 3515 \eta^{-1} \left(\frac{D}{[\text{m}]}\right)^{-2} \left(\frac{T_{sys}}{[\text{K}]}\right) \end{aligned} \quad (9.11)$$

ここで、 $SEFD_i$ は素子アンテナ i の System Equivalent Flux Density であり、システム雑音温度とは式 (9.11) のような関係になっている。 D はアンテナ直径である。多くの干渉計のウェブサイトには簡単な変換式が掲載されている。例えば、NMA の場合は

$$\Delta S_{10\text{m}-10\text{m}} = 0.251 \left(\frac{T_{sys}}{650 \text{ K}}\right) \left(\frac{\eta_a}{0.6}\right)^{-1} \left(\frac{B}{1 \text{ GHz}}\right)^{-0.5} \left(\frac{t_{integ}}{16 \text{ sec}}\right)^{-0.5} \quad [\text{Jy}], \quad (9.12)$$

VERA の場合は 22 GHz 帯で

$$\Delta S_{20\text{m}-20\text{m}} = 23 \left(\frac{T_{sys,1}}{200 \text{ K}}\right)^{0.5} \left(\frac{T_{sys,2}}{200 \text{ K}}\right)^{0.5} \left(\frac{B}{128 \text{ MHz}}\right)^{-0.5} \left(\frac{t_{integ}}{120 \text{ sec}}\right)^{-0.5} \quad [\text{mJy}] \quad (9.13)$$

のようになる。EVN、VLBA、グローバル VLBI 用に感度計算用ツールもウェブで公開されており、各アンテナの SEFD やフリンジ検出感度を簡単に調べることができる (<http://www.evlbi.org/cgi-bin/EVNcalc>)。

すでに考察した、システム雑音温度（または SEFD）、スペクトル線の場合は周波数分解能、連続波観測の場合は帯域幅、積分時間を用いて、最小フリンジ検出感度を計算し、観測対象天体の予想されるフラックスと比較し、検出可能かどうかを検討しなければならない。干渉計の場合、SNR(Signal-to-noise ratio)は5-7以上なければ有意に検出したとはいえない。目的的天体ではフリンジ検出が困難な場合は、SNRを上げるために大口径アンテナを加えることは可能か、周波数帯域を増やすことは可能か、2偏波同時観測は可能か、という点について検討しなければならない。また、目的天体の近傍に強度の強いキャリアレータがあれば、位相補償観測によってイメージングが可能になる場合もある。

9.5.7 イメージング感度

観測天体がフリンジ検出感度以上のフラックスの場合、フリンジフィッティングによって位相残差を取り除くことによって、長時間積分が可能になる。時間積分に加えて、各素子アンテナ間で測定されたビジビリティを合わせることによって観測天体のイメージングが可能になる。画像の r.m.s. ノイズレベルをイメージング感度と呼び、以下の式で表すことができる。

$$\Delta I_M = \frac{1}{\eta_s} \frac{SEFD}{\sqrt{N(N-1)\Delta\nu t_{int}}} \quad [\text{Jy}] \quad (9.14)$$

フリンジ検出感度同様に、多くの干渉計のウェブサイトには簡単な変換式が掲載されている。例えば、NMAの場合は

$$\Delta I_{NMA} = 24 \left(\frac{T_{sys}}{650 \text{ K}} \right) \left(\frac{\eta_a}{0.6} \right)^{-1} \left(\frac{B}{8 \text{ MHz}} \right)^{-0.5} \left(\frac{t_{integ}}{4 \text{ hours}} \right)^{-0.5} \quad [\text{mJy}] \quad (9.15)$$

のようになる。また、EVN、VLBA、グローバル VLBI 用の感度計算ツールでは、イメージング感度の計算もできる (<http://www.evlbi.org/cgi-bin/EVNcalc>)。イメージング感度よりも天体のフラックス予想値が十分大きければ、その天体を検出してイメージングを行うことができると言える。天体の検出だけが目的ならば、天体の輝度ピークがかろうじて検出される程度の SNR でもよいが、実際には作成された天体のイメージから電波源の分布やサイズなどの物理量を得なければならず、ある程度ダイナミックレンジの高いイメージ (例えば SNR > 10 など) が必要になる。どの程度のダイナミックレンジのイメージが得られれば目的のサイエンスが達成できるかを検討し、式 (9.14) から必要な積分時間、すなわち観測要求時間を決定する必要がある。プロポーザルの技術的検討のなかでは、観測計画の具体的な説明と、積分時間の決定が最も重要である。

9.5.8 観測のオーバーヘッド：較正観測、システムチェックの観測

較正 (キャリブレーション) とは、観測中 (あるいは観測前後) に目標天体とは別の天体を観測し、観測された生のビジビリティ位相や振幅から物理的に意味のある天体からのビジビリティ位相と振幅を得るための作業である。結合素子型干渉計と VLBI では、データの較正方法、較正の間隔や天体に対する制約が異なる場合が多い。詳細は別章にまとめてある。プロポーザルで要求する観測時間には、必ず較正のための時間も含めた全観測時間を書かなければならず、観測計画を練るときに考慮しなければならない。

干渉計観測に必要な較正観測には、以下のようなものがある。結合素子型干渉計と VLBI では較正観測の方法や観測天体に対する制限が異なるため、個別に注意点をまとめておく。詳細は各装置のウェブページの観測計画立案のマニュアルを参照すること。

結合素子型干渉計の場合

Bandpass Calibration 観測 分光器の周波数特性を較正するうえで必要なデータを取得するため、強い点状連続波源 (30 分から 1 時間程度の観測で、分光器の 1ch あたりで visibility が S/N よく検出できる強い天体) を観測する必要がある。この観測に用いる電波源を、通常 Bandpass Calibrator と呼ぶ。

分光器の周波数特性の時間変化はあまり早くないため、bandpass calibration は、観測の最初か最後、あるいは観測の途中に 1,2 回行えばよい。なお、次に述べる reference calibrator や flux calibrator がある程度明るい場合には、これらの観測データを用いて bandpass calibration を行うことが可能なため、bandpass calibration 観測として別の観測を行う必要はない。

Flux Calibration 観測 目標天体の絶対強度を知るためには、フラックスが既知の天体を観測して強度の較正を行わなければならない。普通は Reference Calibration で観測している quasar と絶対強度が分かっている標準天体、すなわち Mars, Uranus, Neptune といった惑星とを、適当な時間間隔で交互に切り替えて観測することにより、Calibrator の flux density を求める。普通は、1 天体あたり 3~6 分程度の積分時間で惑星と quasar とを交互に 3 回以上観測する。惑星が昇っていない時間帯の観測では、フラックスがモニターされ強度が既知とされている quasar を代用することになる。

Reference Calibration 観測 システム・ゲインの時間変動を較正するうえで必要なデータを取得するため、(1) 観測目的天体に近く（野辺山ミリ波干渉計では離角が 20 度以内を推奨）、かつ (2) 3-5 分程度の観測時間で、周波数方向に積分した visibility の S/N が充分高くなるような flux density をもつ quasar を観測する必要がある。この観測に用いる電波源を、Reference Calibrator、Visibility Calibrator、あるいは単に Calibrator などと呼ぶ。reference calibrator の観測を 3-5 分、目標天体の観測時間を 15 分から 25 分、再度 reference calibrator の観測を 3-5 分、のように交互に目標天体と reference calibrator の観測を行う。高速スイッチングによる位相補償を行う場合は、より早い周期 (1-3 分程度) で目標天体と reference calibrator の切り替えを行うため、calibrator の離角は小さく、フラックスは大きいものを選ばなければならない。

VLBI の場合

ポインティング天体 野辺山 45 m 望遠鏡のような大口径アンテナが VLBI に参加する場合は、観測前や観測途中にポインティングのチェックを行うことが多い。観測天体は、単一鏡アンテナの主ビームよりも広がり小さく、かつ位置が高精度 (1 秒角以上の精度) で決定されているメーザー源や系外連続波電波源を観測することによってポインティングオフセットを決定する。観測中 1-2 時間に 1 回程度行う。気象条件によって所要時間は異なり、筆者の経験では、野辺山 45 m 望遠鏡では 5 分から 20 分程度を要する。小口径のアンテナ (VERA、NMA など) ではポインティングは観測シーズンごとに行われ、観測前や観測中には行わない場合も多い。

Fringe 検出天体 VLBI では観測中にはFRINGEの検出ができないため、相関処理後に障害が発覚することがある。もしFRINGEが検出されない場合、その原因が装置に起因するものか、それともターゲット天体が検出限界以下のフラックスしかない微弱なものだったかの切り分けが必要となる。その確認のための観測天体として、確実にFRINGEが検出できる天体を観測する必要がある。連続波天体では、キューサーの中でも強度の強いもの 10 天体あまりが VLBA Fringe finder survey にリストされている。ターゲット天体から近ければ、遅延較正天体、バンドパス較正天体と共通にできる。また、VERA ではFRINGE検出天体以外に、Orion KL や W49N のような強度の強い水メーザー、Orion KL や NML Tau のような強度の強い SiO メーザーを観測し、各アンテナでメーザーが検出されていることを局ごとに確認して単一鏡アンテナとして正常に機能していることをリアルタイムでチェックすることも行っている。

Bandpass Calibration 観測 結合素子型干渉計同様に、VLBI でも観測の最初か最後、あるいは観測の途中に bandpass calibration を行う必要がある。観測装置の周波数特性の時間変化はあまり早くないため、bandpass calibration は、観測の最初か最後、あるいは観測の途中に 1,2 回行えばよく、Fringe 検出天体の観測と兼ねる場合が多い。また、遅延較正天体や flux calibrator がある程度明るい場合には、これらの観測データを用いて bandpass calibration を行うことが可能なため、bandpass calibration 観測として別の観測を行う必要はない。

Flux Calibration 観測 VLBI の場合は、システム雑音温度を用いたアプリオリ較正によってフラックスを決める場合が多いが、振幅較正天体との比較による相対的な較正を行う場合もある。この場合、振幅較正天体は VLBI の合成ビームサイズでも分解されないコンパクトで構造のない quasar を選ぶ必要がある。当然、振幅較正天体のためにはフラックスがモニターされ強度が既知とされている天体でなければならない。また、観測帯域が 22 GHz、43 GHz など強いメーザー源の観測が可能な場合は、メーザー源の自己相関強度から各アンテナのゲインの相対比較が可能になる。メーザー源は強度変化があるため、絶対強度が必要な場合はフラックスが既知の天体を観測する必要があるが、アンテナゲインの時間変動 (仰角依存性) を調べるためにメーザー源を 30 分から 1 時間に 1 回程度、短時間に観測するとよい。

遅延較正天体 観測局ごとの時計装置の時刻オフセットや観測局位置の誤差などが原因で、VLBI の相関処理後のビジビリティには遅延残差が含まれている。この較正を行うため、遅延残差の変動のタイムスケールよりも高い頻度 (1 時間に 1 回程度) 連続波源の観測を行い、遅延較正 (クロックオフセットの較正とも呼ばれる) を行わなければならない。メーザーのようなスペクトル線観測の場合も、必ず目標天体とは別に遅延較正天体の観測を行わなければならない。遅延較正天体は、大気による伝播遅延の影響がなるべく少ない観測目的天体に近いものが望ましい。また、数分程度の観測で検出可能な連続波源でなければならない。目標天体が明るい連続波源の場合は自身で較正が可能のため、別途較正観測を行う必要はない。

Reference Calibration 観測 高速スイッチングによる位相補償観測を行う場合は、周期 1-3 分程度で目標天体と reference calibrator の切り替えを行わなければならない。reference calibrator は離角が数度以内で、かつフラックスは 1 分以内の積分時間でも検出可能なものを選ばなければならない。

以上の各種キャリブレーション観測のための天体の検索には、以下のウェブページが参考になる。

<http://www.nro.nao.ac.jp/~nma/status/calibrator.html>

<http://www.aoc.nrao.edu/~gtaylor/csource.html>

<http://www.vla.nrao.edu/astro/calib/polar/>

<http://aips2.nrao.edu/vla/calflux.html>

<http://www.aoc.nrao.edu/~analysts/vlba/ffs.html>

http://magnolia.nrao.edu/vlba_calib/index.html

<http://sma1.sma.hawaii.edu/callist.html>

9.5.9 観測時間

以上の積分時間の計算を踏まえて、要求する総観測時間を明記する。観測時には、目標天体の積分時間だけでなく、各種キャリブレータの観測が必要になる。どの程度の位相決定精度が必要か、フラックス決定精度が必要かによって、キャリブレータの観測頻度や積分時間も異なる。また、ポインティング観測が必要な干渉計ならば、別途要求時間に含めなければならない。さらに、高速スイッチングによる位相補償観測のように、積分時間のほかにアンテナ移動の時間も考慮しなければならないこともある。

また、干渉計の観測時間に関しては、検出感度だけではなく、uv サンプリングの観点からも検討をしなければならない。フリッジ検出感度より十分明るい天体を観測する場合でも、アンテナ素子数が少ない干渉計では短時間の観測では uv サンプリングが不十分になり、サイドローレベルが高くダイナミックレンジの低いイメージしか得られない。複雑な構造の天体や多数の点状電波源が分布するメーザー源を観測する場合、サイドローレベルが高いことは正しい天体のイメージを捉える際に致命的となる。VLA のような短時間でも十分な uv サンプリングが可能な干渉計でスナップショットの観測を行うか、あるいは uv サンプリングを十分にするために horizon-to-horizon の観測 (full synthesis) を行うかは、天体の強度や目的によって検討しなければならない。

9.5.10 観測回数と間隔

観測回数と間隔は、モニター観測の場合は明らかにしたい現象の変化のタイムスケールを考慮して決定しなければならない。例えば、VLBIによるメーザー源のモニター観測では、固有運動の計測ならば運動を有意に捉えられる時間間隔が必要で、かつ、直線運動をフィッティングするためには最低でも3回以上の観測が求められる。一方、メーザーは一般的に時間変化が激しく、1ヶ月程度のタイムスケールで構造、強度が大きく変化することも注意が必要である。一方、野辺山ミリ波干渉計などの結合素子型干渉計では、イメージの質を高めるために配列を変えて複数回の観測を提案することもある。観測回数と間隔は、目的のサイエンスと深く関係するため、科学的意義のなかで検討する必要がある。

観測回数や時間は、長すぎても短すぎてもよくはない。確実な成果がでるか不明な観測では、最初に短時間だけ割り当てられ、その結果を踏まえて再観測を提案するよう指示される場合もある。また、短すぎる時間では十分な成果は出せないと判断されることもある。しかし、多くの場合は、まず観測の科学的意義を審査して、意義のある観測ならば例え長い時間でも割り当てられ、逆に意義がないと判断された観測は例え望遠鏡の時間があまっても不採択となる。筆者は5時間提案の観測が15時間に増えて採択されたこともあれば、3時間の観測が不採択となったこともある。

9.5.11 関連処理に関して

VLBIの場合、観測データをテープに記録した後、相関局で全観測局のデータを集めて関連処理を行う。プロポーザルには関連処理に関する技術的項目を書き込む場合もある。例えば、関連処理回数や積分時間などである。関連処理回数は、素子アンテナの主ビーム内に複数の天体がある場合、あるいは複数視野のイメージングが必要な場合にはその数だけ行う必要がある。VLBI観測の場合は、主ビームサイズよりもきわめて視野が狭いため、位相追尾中心を指定して関連処理を行う。座標精度は数秒角程度が要求される。これは、関連処理のサーチウィンドウによって変わる。また、広視野でのイメージングのために、関連処理の積分時間を指定することもある。

9.6 最後に

観測提案は、当然出さなければ採択はされない。観測提案を準備するには、上記項目全てを検討し、文章にまとめなければならないため、かなりの時間と労力を要することになる。しかし、それだけの時間と労力をかけても、観測時間を得ることの意義は大きい。また、科学的意義を考察することで、自分の研究の方向性を整理するきっかけにもなる。観測計画の技術的検討や観測計画立案をすることによって、望遠鏡の能力、特性を理解したりすることもできる。さらに、海外の望遠鏡にプロポーザルを提出するために英語の文章を書いておけば、後で論文にまとめる際に Introduction と Observation の章の大部分を事前に準備できていることにもなる。一度観測プロポーザルを提出した研究機関には、メーリングリストに登録されて、次回以降の望遠鏡ステータスの詳細や Call for proposal が自動的に送られてくるというメリットもある。

プロポーザルが採択されない場合、レフェリーコメントには批判だけでなく、今後の改善すべき点、検討すべき点などのアドバイスが書かれてあることも多い。これらのアドバイスを生かしてプロポーザルを再投稿し、観測が採択されることもある。実際に、筆者はほぼ同じ観測プロポーザルを同じ望遠鏡に2、3回提出してようやく採択されたこともある。その際、レフェリーは常に同じとは限らないため、2回目の提案とはいってもレフェリーが自分の提案する観測のバックグラウンドをすでに理解しているわけではない。そのため、文章をアドバイス通りに直して分量が増えたとしても、重要な説明、特に専門家以外への簡潔な説明文を削除したりしてはならない。一方、プログラム委員会などは任期の間は同じメンバーとなっているため、場合によっては最初に提出して不採択となったプロポーザルが認識されていることも考えられる。そのような場合は、プロポーザルがアドバイスを受けて改善されていなければ、同じ結論で不採択になることは間違いない。

また、「よいプロポーザルの書き方 (WRITING A GOOD OBSERVING PROPOSAL)」という Judith Irwin による文書が JCMT のウェブページ (<http://www.jach.hawaii.edu/JCMT/applying/goodprop.html>)

にある。筆者の経験だけで主観的に本章を書くことには問題があるため、本章の重要な部分はこの文献を参考にかかれている。全文を読む時間のない方は、チェックリストだけ以下に抜粋したので、これだけでも目を通してほしい。

1. Is this a good well-justified scientific idea?
2. Have you included a brief introduction and put your project in a broader context for the non-expert?
3. Have you argued that this project will significantly advance the field?
4. Have you been specific about the goals of this particular observing run and how they relate to the broader significance of the project?
5. Will the observations result in “hard” science (e.g. determine physical quantities, test a model, etc.)?
6. Is your scientific team well-balanced?
7. Have you justified the choice of telescope?
8. If supplementary observations are required at another telescope, have you indicated the status of these observations and suggested an alternate plan, if they are unsuccessful?
9. Is the observing strategy well planned and explained?
10. Have you justified the choice of sources, frequencies, lines, etc.?
11. Have you indicated how the data will be analyzed?
12. Can the technical set-up, as described, achieve the stated goals of the observations?

以上の情報を参考に、積極的に観測提案を出してさまざまな望遠鏡で観測時間を得ることを期待する。

References

- [1] Friedland, A. J. and Fold, C. L. 2000, “Writing Successful Science Proposals”, Yale University Press, ISBN 0-300-08141-3
- [2] Huckin, T. N. and Olsen, L. A. 1991, “Technical Writing and Professional Communication For Non-native Speakers of English”, Mc Graw Hill, ISBN 0-07-100746-6

VSOP AO5 PROPOSAL COVER SHEETS

DEADLINE : 1 February, 2001

SEND TO : VSOG, ISAS, 3-1-1 Yoshinodai, Sagamihara, Kanagawa 229-8510, JAPAN

(1) Date prepared : 1 February, 2001

(2) Proposal title : Free-Free Absorption towards an Active Galaxy NGC 1052

(3)	INVESTIGATORS	INSTITUTION
P.I.	KAMENO Seiji	NAO, Japan
co-I.	SAWADA-SATOH Satoko	ISAS, Japan
co-I.	INOUE Makoto	NAO, Japan
co-I.	SHEN Zhi-Qiang	ISAS, Japan
co-I.	WAJIMA Kiyooki	ISAS, Japan
co-I.		

(4) Principal Investigator (or contact person) details...

Name : KAMENO Seiji	Address : 2-21-1 Osawa
E-mail : kameno@hotaka.mtk.nao.ac.jp	:Mitaka, Tokyo
Fax : +81-422-3869	:181-8588, Japan
Phone : +81-422-3631	:
	:

(5) Proposal Abstract :

We propose coordinated VSOP and VLBA observations at five frequencies (1.6 and 5 GHz with VSOP, and 2.3, 8.4, and 15.4 GHz with VLBA) towards an active galaxy NGC 1052. Our previous trichromatic VLBA observations at 2.3, 8.4, and 15.4 GHz towards this object revealed that the convex spectrum peaked at GHz-frequency is due to free-free absorption (FFA) rather than synchrotron self-absorption (SSA). We discovered that the FFA opacity was concentrated at the central sub-pc region. The asymmetric distribution of the opacity, which does not cover the approaching jet but does the receding one, implied that a dense plasma torus perpendicular to the jet is the origin of the FFA. To confirm this result, five-frequency observations with comparable resolutions are necessary. Higher resolution at low frequency is crucial to reveal the density profile of the torus.

(6) Proposal Category (indicate all that apply):

Object type:

AGN, Maser, Stellar, Pulsar, Other :

Observation type:

Continuum, Spectral Line, Polarization, Time critical,
 Phase-reference, Other :

(7) Number of proposed experiments

An 'experiment' is one or more observations of one source at a fixed HALCA set-up. A request to observe the same source at 1.6 GHz and separately at 5 GHz requires two columns to be filled in in item (8) below. A request to observe the same source with HALCA simultaneously observing at 1.6 GHz and 5 GHz requires one column to be filled in. Multi-epoch observations of the same source at the same frequency – a 'monitoring experiment' – requires only one column to be filled in. Suggested observing dates, especially for for time-critical and monitoring experiments, should be specified in item (11).

The number of experiments in this proposal is:2

(8) Details of proposed experiments

	Experiment 1	Experiment 2	Experiment 3	Experiment 4
Source name (<i>Jhhmm±ddmm</i>)	J0241-0815	J0241-0815		
Alternative name	NGC 1052	NGC 1052		
RA(J2000) (hh mm ss.ssss)	02 41 04.7984	02 41 04.7984		
Dec(J2000) (dd mm ss.sss)	-08 15 20.750	-08 15 20.750		
Observing frequency band (GHz)	1.6	5		
<i>Continuum observations:</i>				
Standard VSOP freq. channels?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Channel A range (MHz)				
Channel B range (MHz)				
<i>Spectral line observations:</i>				
Ch.A spectral line rest freq. (MHz)				
Ch.A LSR velocity (km/s)				
Ch.B spectral line rest freq. (MHz)				
Ch.B LSR velocity (km/s)				
FWHM of field of view required (mas)				
Min. spectral channels per IF channel	128	128		
Correlator averaging time (sec)				
No. of correlating passes (if >1)				
Total flux density (Jy)	0.9	1.4		
Correlated flux (mJy)	100	200		
<i>Ground Radio Telescopes:</i>				
Suggested array given at Item (11)?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<i>GRT observing mode:</i>				
128Mbps LCP (standard)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
128Mbps LCP/RCP	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
256Mbps LCP/RCP	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<i>Preferred correlator:</i>				
No preference	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mitaka	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Penticton	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Socorro	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<i>Monitoring programs:</i>				
Number of observations				
Mean interval (days)				
Related VSOP proposal code(s)				

(9) VSOP spacecraft observing mode (see Section 3 and Table 2 of the VSOP Proposer's Guide):

2 channel x 16 MHz, 2-bit (Standard mode),

Other:

Phase calibration tones:

On (Standard continuum mode),

Off (Standard spectral line mode)

(Include justification of any non-standard choice at (11) below)

(10) Assistance with preparation of ground telescope schedule files:

VSOG assistance requested, Consultation desired, No assistance required

(11) Additional notes to the scheduler :

To obtain a certain spectral fit with a 0.03-mas accuracy of registration, VSOP and VLBA observations should be coordinated within 1 month, since this object show a jet motion with 0.4 mas/yr. According to the FAKESAT, this object can be observed during July 22 – August 8 with VSOP. Since the correlated flux density is expected to be marginal for fringe detection, we request attendance of (at lease one) large GRT such as the phased VLA, Effelsberg, and ATCA.

(12) Attach a scientific and technical justification, not in excess of 2 pages of text and 2 pages of figures. Refer to the VSOP Announcement of Opportunity for detailed instructions. Preprints and reprints will not be forwarded to the Scientific Review Committee.

EITHER e-mail the completed L^AT_EX file to submit@vsop.isas.ac.jp and send two paper copies of the complete proposal to:

VSOP Observing Proposals
VSOP Science Operations Group
Institute of Space and Astronautical Science
3-1-1 Yoshinodai, Sagamihara
Kanagawa 229-8510 JAPAN

OR e-mail the completed L^AT_EX Cover Sheets file and, in a separate e-mail, the postscript file of the scientific and technical justification, to submit@vsop.isas.ac.jp

Information from the Cover Sheets of scheduled proposals will be made available from the VSOP WWW site.

Proposals must be received at ISAS by 1 February 2001

Free-Free Absorption towards an Active Galaxy NGC 1052

KAMENO Seiji et al.

1 Introduction

One of the most significant innovations with modern VLBI is the discovery of free-free absorption (FFA) towards radio sources associated with active galactic nuclei (AGNs). A remarkable milestone is the discovery of a counter-jet in 3C 84 (Vermeulen et al. 1994; Walker et al. 1994). The counter-jet showed a strongly inverted spectrum unlike the approaching jet with a steep spectrum, whose feature can be explained by free-free absorption (FFA) due to ambient cold dense plasma. This result was confirmed by following VLBA observations by Walker et al. (2000) and VSOP observations by Asada et al. (2000).

Detection of FFA is followed by observations towards radio galaxies NGC 4261 (Jones et al. 2000) and many GHz-peaked spectrum (GPS) sources (Marziani et al. 2000; Kameno et al. 2000a, 2000b). The discovery of FFA towards GPS sources was made by the space-VLBI observation towards a GPS galaxy OQ 208, which showed convex spectra towards two radio lobes separated by 10 pc. Difference in the path length along the line of sight between two lobes causes an asymmetry in FFA opacity, with a larger opacity towards the far-side lobe. The FFA opacity implied that cold ($T_e \sim 10^5$ K) dense ($n_e \sim 10^5$ cm $^{-3}$) plasma associates with the central tens of pc (Kamenno et al. 2000a). This result showed that multi-frequency VLBI observations are crucial to clarify the FFA, which can be a probe of the matter in the vicinity of AGN.

FFA produces a convex spectrum

$$S_\nu \propto \nu^{\alpha_0} \exp(-\tau_{\text{f}} \nu^{-2.1}), \quad (1)$$

when it covers synchrotron emission with power-law spectrum of $S_\nu = S_0 \nu^{\alpha_0}$. Here, ν is the frequency in GHz, S_0 is the intrinsic flux density at 1 GHz in Jy, α_0 is the intrinsic spectral index. The FFA coefficient is related to the electron density n_e (cm $^{-3}$) and electron temperature T_e (K) by

$$\tau_{\text{f}} = 0.46 \int_{\text{LOS}} n_e^2 T_e^{-3/2} dL, \quad (2)$$

where $\int_{\text{LOS}} dL$ is the integration via the line of sight in pc, so that it can be a probe for cold dense plasma (Pacholczyk 1970).

We prospect two benefits brought by FFA as a probe of an accreting matter, when the absorber covers the background bright core and jets. First, since the absorber must be at the near side of the jet, it allows us to figure a 3-dimensional geometry of the system. Second, the opacity provides physical properties of the absorber such as the electron density n_e and the temperature T_e . NGC 1052, the nearest GPS source showing the double-sided jets, is one of the best target sources to explore the distribution of FFA opacities along the jet.

Since the convex spectrum produced via FFA is similar to that of synchrotron self-absorption (SSA), a controversy for the absorption mechanism remains. It is important to discriminate the absorption mechanism by testing a spectral model fit to the observed spectrum. Multifrequency observations with a sufficient resolution are crucial to obtain a solid spectral fit free from multi-component blending.

2 FFA opacities in NGC 1052

We observed NGC 1052 with the VLBA at 2.3, 8.4, and 15.4 GHz, simultaneously on Dec. 15, 1998 (Kamenno et al. 2000c). The images and spectra are shown in figure 1 and 2. Component B exhibits the highest brightness temperature of $T_{\text{b}} > 1.9 \times 10^{10}$ K at 15.4 GHz, and show a inverted spectrum implying the high peak frequency $\nu_{\text{m}} > 15$ GHz. These properties indicate that component B is the core where the nucleus lies. The spectral index of $\alpha = 3.1 \pm 0.1$ between 8.4 and 15.4 GHz, which exceeds the theoretical limit of $\alpha = 2.5$, implies significant FFA. Both approaching jet component A and receding one C show a convex spectrum peaked at 4.9 and 7.6 GHz, respectively, which are also fitted by the FFA model (solid lines in figure 2). Applying a least-squares fit for the FFA spectrum (equation 1) at every image pixel, we obtain distribution of the FFA opacity τ_{f} , shown in figure 3a. Figure 4b shows a slice of the distribution of the FFA opacities along the jet in P.A.= 65°. The opacity peaks at $\tau_{\text{f}} \sim 300$ towards the nucleus and decreases to the both downstreams. In the central sub-pc from the nucleus, we found a significant asymmetric distribution along the jet. The opacity falls rapidly at

0.1 pc in the eastern jet, while it smoothly decreases over 0.7 pc in the western jet. The dense absorber does not cover the approaching jet but does the receding jet. It implies that the absorber forms a disk or torus perpendicular to the jet as illustrated in figure 3c. In this configuration, the receding jet is covered with the torus but the approaching jet isn't. Rapid change of the opacity at 0.1 pc in the approaching jet suggests that the torus is geometrically thick with a thickness $H > r \cot \theta$, where r is the radius of the torus. Since the opacity tails along the receding jet up to ~ 0.7 pc from the nucleus, we consider that the radius of the torus is ~ 0.5 pc.

3 Scientific Goal

Our aim is to reveal a sub-parsec inner structure of the dense plasma torus in NGC 1052. If the matter of the torus is dynamically infalling, we prospect to see fluctuations of the density profile within the torus (e.g. Kawaguchi et al. 2000). The trichromatic VLBA observations demonstrated that FFA is an important probe to unveil the structure of cold dense plasma in the central vicinity of AGNs. The results revealed torus-like distribution of FFA opacities along the jet, however, the resolution was insufficient to discuss about the radial density profile within the torus. Since the resolution is limited by the synthesized beam size at lowest frequency, VSOP observations at 1.6 and 5 GHz will contribute to a great improvement on this issue. High resolution of ~ 1 and ~ 0.3 mas at 1.6 and 5 GHz corresponds to 0.1 and 0.03 pc, respectively. Coupling with coordinated VLBA observations at 2.3, 8.4, and 15.4 GHz, we expect 0.03-pc-scale resolution at inner 0.5-pc region, and 0.1-pc resolution at outer area.

Another purpose of VSOP observations is to obtain accurate spectral fitting by increasing variety in terms of observing frequencies. Five-frequency observations with VSOP and VLBA with comparable resolutions will result in a confident spectral fit, which discriminates FFA from SSA. VSOP observations at 1.6 and 5 GHz will contribute to the accuracy of the FFA opacity τ_f , which strongly depends on observations at lower frequency below the peak.

4 Technical Justification

Since NGC 1052 shows a linear elongated structure (see figure 1), the expected correlated flux density with space-ground baselines depends on the posi-

tion angle of the projected baseline. Based on the VLBA observations at 2.3 GHz, the estimated correlated flux densities at 10,000 km baseline are 0.25 and 0.5 Jy in P.A. = 15° (perpendicular to the jet) at 1.6 and 5 GHz, respectively. They will be 0.1 and 0.2 Jy in P.A. = -65° (parallel to the jet). Thus, we require attendance of at least one large ground telescope for fringe detection with HALCA.

This object shows a jet proper motion of 0.4 mas/yr (Kellermann et al. 1999). To obtain the registration accuracy of 0.03 mas, all VSOP and VLBA observations must be scheduled within one month. According to the simulation software FAKE-SAT, the satellite HALCA can observe NGC 1052 during July 22 to August 8 in this AO period.

Usually, a VSOP observation includes significant fraction ($\sim 50\%$) of tracking gap when baselines with the satellite HALCA are invalid. The VLBA observations at 2.3, 8.4, 15.4 GHz can be scheduled in the tracking gap of VSOP observations to save the telescope time, if the latter includes the VLBA as the ground-counterpart.

References

- Asada K., Kameno S., Inoue M., Shen Z.-Q., Horiuchi S., Gabuzda D. C. 2000, *Astrophysical phenomena revealed by Space VLBI*, H. Hirabayashi, P. G. Edwards, D. W. Murphy (ed), ISAS, Sagamihara, 51–54
- Jones D.L., Wehrle A.E., Meier D.L., Piner B.G. 2000, *ApJ* 534, 165
- Kameno S., Shen Z.-Q., Inoue M., Fujisawa K., Wajima K. 2000a, *Astrophysical Phenomena Revealed by Space VLBI* H. Hirabayashi, Edwards P. G., Murphy D. W. (ed), ISAS, Sagamihara, 87
- Kameno S., Horiuchi S., Shen Z.-Q., Inoue M., Kobayashi H., Hirabayashi H., Murata, Y. 2000b, *PASJ* 52, 209
- Kameno S., Sawada-Satoh S., Inoue M., Shen Z.-Q., Wajima K. 2000c, submitted to *PASJ*.
- Kawaguchi T., Mineshige S., Machida M., Matsumoto R., Shibata K. 2000, *PASJ* 52, L1
- Marr J.M., Taylor G.B., Crawford F. 2000, *Astrophysical phenomena revealed by Space VLBI*, H. Hirabayashi, P.G. Edwards, D.W. Murphy (eds), ISAS, Sagamihara, 91–94
- Vermeulen R.C., Readhead A.C.S., Backer D.C. 1994, *ApJL* 430, L41
- Walker R.C., Romney J.D., Benson J.M. 1994, *ApJL* 430, L45
- Walker R.C., Dhawan V., Romney J.D., Kellermann, K.I., Vermeulen R.C. 2000, *ApJ* 530, 233.

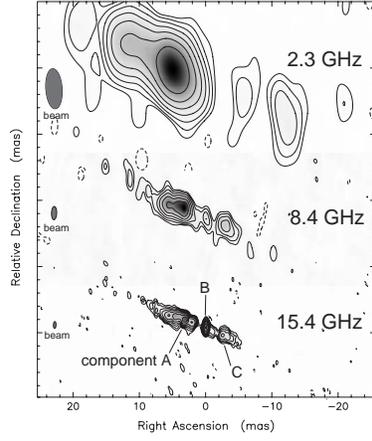


Figure 1: Images of NGC 1052 at 2.3, 8.4, and 15.4 GHz, taken by use of the VLBA on 15 December 1998. Synthesized beam size (FWHM) are 6.06×2.45 mas in p.a. = 3.92° , 2.01×0.78 mas in p.a. = -1.91° , and 1.03×0.40 mas in p.a. = -2.53° , shown in the left of each image. Contours start at $\pm 3\sigma$ level, increasing by factors of 2, where $\sigma = 1.246$, 2.277, and 0.823 mJy beam $^{-1}$ for 2.3, 8.4, and 15.4 GHz, respectively.

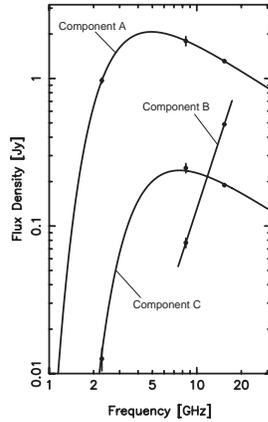


Figure 2: Spectra of components A, B, and C. The errors includes both formal errors and amplitude calibration errors. The solid lines for components A and C shows the best-fit FFA model $S_\nu = S_0 \nu^{\alpha_0} \exp(-\tau_\tau \nu^{-2.1})$, where S_ν is the observed flux density in Jy, S_0 is the unabsorbed flux density at 1 GHz, α_0 is the intrinsic spectral index, τ_τ is the FFA opacity coefficient, and ν is the frequency in GHz.

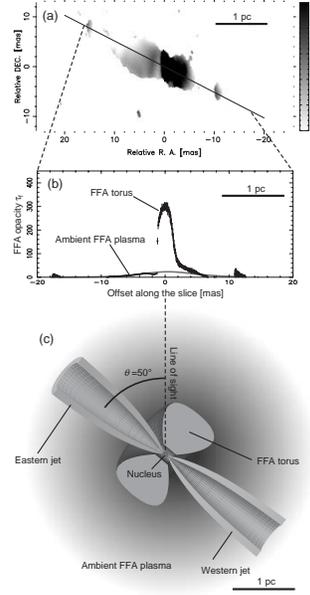


Figure 3: Distribution of the FFA opacity and a schematic model of a torus surrounding NGC 1052. (a): Distribution of FFA opacity τ_τ is drawn in grey scale. The opacity is calculated by the least-squares fit for the FFA model $S_\nu \propto \nu^{\alpha_0} \exp(-\tau_\tau \nu^{-2.1})$. (b): The opacity profile along the jet in p.a. 65° . It peaks $\tau_\tau \sim 300$ at the nucleus. It tails over ~ 0.7 pc along the western (receding) jet, and rapidly falls at 0.1 pc in the eastern (approaching) jet. Out of this region, an extended profile of an ambient FFA absorber can be seen. The green curve shows the best-fit model of the FFA opacity by the ambient plasma with the isothermal King model distribution $n_e = n_0 [1 + (r/r_c)^2]^{-1.5}$. (c): A schematic diagram of NGC 1052. The nucleus and the double-sided jets are visible at 15.4 GHz, with the viewing angle of 50° . The ambient plasma (green) distributes around the nucleus supported by its thermal pressure, which contributes an extended FFA components. The FFA torus is presumed to lie perpendicular to the double-sided jets. It covers ~ 0.7 pc of the receding jet and ~ 0.1 pc of the jet, to generate the asymmetry seen in the opacity distribution.

参考資料：プロポーザル例2 — VLBA



VLBI PROPOSAL COVERSHEET

DEADLINES: 1st of Feb., June., Oct.

rcvd:

(1) Date Prepared: 1 February, 2001

(2) Proposal Title: Measurements of proper motion
of the Orion-Monoceros molecular cloud complex

For Grad Students Only	
Observations For Ph.D. Thesis?	Anticipated Ph.D. Year
	2001

(3) AUTHORS	INSTITUTION/LOCATION
T. Hirota, T. Omodaka	Kagoshima University, Japan
T. Sasao, O. Kameya, H. Imai	National Astronomy Observatory, Japan
K. Hachisuka	Graduate Univ. for Advanced Studies, Japan

(4) Related previous or current VLBI proposal(s):

(5) Contact author for scheduling: Tomoya HIROTA
 Telephone: 81-99-285-8960 Address: Department of Physics, Faculty of Science,
 E-Mail: hirota@sci.kagoshima-u.ac.jp Kagoshima University,
 Fax: 81-99-285-8960 Korimoto 1-21-35, Kagoshima 890-0065, Japan

(6) Scientific Category (indicate all that apply):

- astrometry & geodesy, solar, propagation, planetary, stellar, pulsar, ISM, masers,
- normal galaxies, active galaxies, cosmology

(7) Wavelength(s) requested (those not available on the global network are indicated with a small circle):

- 90cm, 50cm, 21cm, 18cm, 13cm, 6cm, 3.6cm, 3.6/13cm, 2cm, 1.3cm, 7mm
- Global Network standard bands Special frequencies _____

(8) Recording format: VLBA MkIV MkIII (Mode _____)

Aggregate bit rate 128Mbps (2 BB channels at 32 MSamples/sec of 1 bit, 2 bit samples)

(9) Multi-epoch observation: 4 epochs of 7 hours each, separated by 2 months

(10) Network	Requested antennas	Total time requested
EVN		
VLBA	ALL	56
US		
Unaffiliated		

(11) ABSTRACT (Do not write outside this space. Please type.)

We propose to carry out multi-epoch observations of water maser sources in the nearest giant molecular cloud complex, the Orion-Monoceros molecular cloud complex, and test a new approach to measure the absolute proper motion of molecular cloud complex with an accuracy of an order of 0.01 mas. We expect to detect the systematic proper motions of water maser sources in this region corresponding to the Galactic rotation and dynamical motion in the molecular cloud complex caused by the shock. Present observations would contribute to measure three-dimensional systematic motions of molecular cloud complex, which is essential to understand the formation mechanisms of molecular clouds, the activity of OB stars and supernovae, and the rotation curve of the Galaxy.

Scheduler use only
(12/96)

- (12) Observation type: Interferometry, Spectroscopy, Pulsar, Phase referencing, Single dish
- (13) Polarization: IEEE RCP IEEE LCP Dual Circular
 Global network standard for single polarization is LCP for all λ s except 13cm (RCP) and 3.6cm (RCP).
- (14) Tape usage (Show <recording time>/<total time>): 7/7
- (15) Assistance required:
 Observation Setup: Consultation, Extensive help, Control file preparation
 Correlation: Consultation, Extensive help, Control file preparation
 Postprocessing: Consultation, Extensive help, Control file preparation
- (16) Processor: Socorro
 Special processing: XPol, Pulsar gate, Multiple Fields: 2
 Averaging time: 1 sec Spectral channels per baseband channel: 1024
 Other special processing: _____
- (17) Postprocessing Location: Kagoshima University
- (18) Source list: J2000 B1950
 If more than 4 sources, please attach list. If more than 30, give only selection criteria and GST range(s)

	Source 1	Source 2	Source 3	Source 4
Name(s)	See the separate sheet			
RA (hh mm)				
Dec (dd.d)				
GST range (Europe)				
GST range (US)				
GST range (Other)				
Band(s)				
Flux density (Total, Jy)				
Flux (correlated, mJy)				
RMS needed (mJy/beam)				
Peak/RMS needed				

- (19) Preferred VLBI session or range of dates for scheduling, and why:
 none
- (20) Dates which are NOT acceptable, and why:
 none
- (21) Attach a self-contained scientific justification, not in excess of 1000 words.
 Preprints or reprints will not be forwarded to the referees.

A brief description of the capabilities of the VLBA may be obtained by anonymous ftp from ftp.aoc.nrao.edu (146.88.1.103 if you do not use a name server), file pub/obssum.vlba.ps. Or, if you have the mosaic software available, use URL <http://info.aoc.nrao.edu>.

A brief description of the capabilities of the EVN may be obtained by ftp from astbo1.bo.cnr.it (137.204.51.1 if you do not use a nameserver), login VLBINFORM, file EVN.STS.

Please include the full addresses (postal and e-mail) for first-time users or for those that have moved (if not contact author).

(18) Source list: J2000 B1950

	Source 1	Source 2	Source 3	Source 4
Name(s)	OMC(2)	OMC2	J0541-0541	Mon R2
RA (hh mm)	05 35 26.009	05 35 27.533	05 41 38.0848	06 07 43.174
Dec (dd.d)	-05 05 43.470	-05 09 36.483	-05 41 49.395	-06 23 16.396
GST range (Europe)				
GST range (US)	9:00-16:00	9:00-16:00	9:00-16:00	9:00-16:00
GST range (Other)				
Band(s)	22.2 GHz	22.2 GHz	22.2 GHz	22.2 GHz
Flux density (Total, Jy)	44.3	153	VLBA calib. source	38.2
Flux (correlated, mJy)	unknown	unknown	VLBA calib. source	unknown
RMS needed (mJy/beam)	100	100	100	100
Peak/RMS needed				

	Source 5	Source 6	Source 7	Source 8
Name(s)	Mon R2 IRS 3	J0607-0834		
RA (hh mm)	06 07 47.978	06 07 59.6993		
Dec (dd.d)	-06 23 03.739	-08 34 49.974		
GST range (Europe)				
GST range (US)	9:00-16:00	9:00-16:00		
GST range (Other)				
Band(s)	22.2 GHz	22.2 GHz		
Flux density (Total, Jy)	174	VLBA calib. source		
Flux (correlated, mJy)	unknown	VLBA calib. source		
RMS needed (mJy/beam)	100	100		
Peak/RMS needed				

Measurements of proper motion of the Orion-Monoceros molecular cloud complex

Tomoya HIROTA et al.

1. Final goal of our observations

We propose to carry out multi-epoch observations of water maser sources associated with star-forming regions in the Orion-Monoceros molecular cloud complex, and measure their absolute proper motions relative to the adjacent extragalactic continuum sources by the phase-referenced VLBI observations. The aim of our observations is to test a new approach to measure proper motions of molecular cloud complex with an accuracy of an order of 0.01 mas. If the present observations succeed, we can establish the new approach to measure three-dimensional systematic motions in molecular cloud complex such as rotation, expansion, propagation of shock, and even the Galactic rotation. This would be of great importance to understand the formation mechanisms of molecular clouds, the activity of OB stars and supernovae, and the rotation curve of the Galaxy traced by giant molecular clouds.

Recently, Hachisuka (2001) carried out the phase-referenced VLBI observations of two galactic water maser sources, W3OH and IRAS 21008+4700, and detected their proper motions of about 0.5 mas/month, which are possibly an evidence of the Galactic rotation. This study confirmed the feasibility to measure the absolute proper motions of maser sources, and hence, we would like to apply the phase-referenced VLBI observations to measure the proper motions of molecular cloud complex.

2. Dynamical motion in the Orion-Monoceros molecular cloud complex

In order to test the possibility to measure the proper motion of molecular cloud complex, the Orion-Monoceros molecular cloud complex is the best observing target, because it is the nearest giant molecular cloud complex to the Sun. The photometric distances are reported to be 450 pc and 830 pc for the Orion and Monoceros regions, respectively (Maddalena et al. 1986 and references therein), although the kinematic distance of the Monoceros region calculated from the LSR velocities are much larger (1.00-1.89 kpc; Palagi et al. 1993). In spite of slight difference in the distances, the Orion and Monoceros molecular clouds are thought to be physically related. Since the Orion OB1 association is located just to the east of this region, it is likely that formation of the Orion-Monoceros molecular cloud complex and star-formation in this region have induced by the strong stellar wind, HII region expansion, and/or supernovae. In fact, active star-forming regions are mainly distributed at the western edge of this cloud complex, and the large scale shell-like structure is also seen in the HI map, suggesting the evidence of shock centered at the east of this region (Green & Padman 1993).

If there exists the shock propagating in the Orion-Monoceros molecular cloud complex, the systematic proper motions centered at the west of this region would be detectable by the phase-referenced VLBI observations of water maser sources. These motions are estimated to be 10-100 km s⁻¹, corresponding to the proper motions ranging from 3 mas/yr (assuming the shock velocity and distance of 10 km s⁻¹ and 830 pc, respectively) to 50 mas/yr (assuming the shock velocity and distance of 100 km s⁻¹ and 450 pc, respectively). On the other hand, proper motions due to the Galactic rotation are comparable to the above value, 10-20 mas/yr for the Orion and Monoceros regions, respectively, assuming the flat rotation model of the Galaxy ($\Theta_0=220$ km s⁻¹). Since both of them are significantly larger than the positional uncertainty by the phase-referenced VLBI observations and thermal motions in the molecular clouds, we expect to detect the systematic proper motions of the observed maser sources as a combination of the Galactic rotation and the dynamical motion in the cloud complex itself, along with the trigonometric parallax (2 mas/yr for Orion and 1 mas/yr for Monoceros). Since the Orion-Monoceros molecular cloud complex is the nearest giant molecular cloud complex, the present observations also enable us to determine the distance without any assumption by the trigonometric parallax, which are indispensable to determine the linear size of the observed sources.

3. Selection for observing sources

We select the observing targets in the Orion-Monoceros molecular cloud complex that satisfy the following conditions: First of all, the observing sources should have adjacent extragalactic continuum sources with angular separation of 2-3 degree for the phase-referencing. Second, the water maser emission of the sources should be sufficiently intense, and there should be several maser spots to determine the center position and proper motion of the sources easily by averaging the positions and motions of the maser spots. Third, the

LSR velocity of the sources should represent those of the molecular clouds. Finally, the sources should be distant from the equatorial plane in order to cover the $u - v$ plane sufficiently.

At first, we plan to observe two water maser sources; one is OMC(2)2 or OMC2 in Orion A with the reference source J0541-0541, and another is Mon R2 or Mon R2 IRS3 with the reference source J0607-0834. Since water maser sources associated with star-forming regions are variable, we carry out continuous monitoring using the single dish radio telescope of our institute, and select the observing sources when their flux are sufficiently intense at the observing session. Although these maser sources have never observed by VLBI as far as we know, there exist several water maser spots in them which are confirmed by the observations with single dish radio telescopes. In the future, we will extend our observations covering most of the maser sources in the Orion-Monoceros molecular cloud complex to determine the dynamical motions in this region statistically.

4. Observing Strategy

We request fairly fast switching of antennas between the maser and continuum sources with switching cycle as short as 40 seconds including on-source times and antenna switching. We request 7 hours of observation in order to cover sufficient $u - v$ plane and also detect the weak maser spots. We need 1024 spectral channels per BBC to find channels containing single maser spots for which we can reliably derive the phase difference values between the spots and the continuum source. We hope to have four epochs of observations separated by two months in order to verify the consistency of the results. In addition, four epochs of observations are necessary to distinguish between the proper motion of the sources themselves and their trigonometric parallax.

References

- Green & Padman 1993, MNRAS, 263, 535
- Hachisuka 2001, PhD thesis
- Maddalena et al. 1986, ApJ, 303, 375
- Palagi et al. 1993, A&AS, 101, 153

Referee comments

Referee A Rating=3.0 Time rec=100 % Ref mean 3.3

The observation is intriguing, but the demonstration that they can pull it off is in the as-yet-unpublished Hachisuka, in preparation. The main advantage of this proposal is that it offers the prospect of a measurements of the distance to Orion. The scientific discussion, in terms of propagating shocks, was rather weak.

Referee B No rating I am not qualified to rate this proposal

Referee C Rating=6.5 Time rec=100 % Ref mean 4.0

An interesting proposal, but from my understanding of H₂O masers it won't tell them what they think will. They state that they see H₂O masers with proper motions of 10-500 km/s, which I don't doubt because H₂O masers seem to be associated with stellar mass ejection and typically have such velocities. In contrast, they talk of measuring the proper motion of the shocks in the OMC. But shocks produced by HII regions have typical velocities of 10 km/s, unless there are supernova or energetic stellar winds involved. The proposal doesn't make any of this clear, and I would have ranked it much more highly if this discussion would have been in place. I do think that a statistical database of maser proper motion in Orion might lead to interesting conclusions, which is why I rank the proposal as high as I do.

Referee D Rating=5.0 Time rec= 25 % Ref mean 4.5

A preliminary set of VLBI observations should be conducted to establish the sources they plan to observe for their monitoring program. Also, although the authors state repeatedly that this is a "new approach", they don't explain why it is.

Referee E Rating=4.0 Time rec=100 % Ref mean 4.0

This appears to be a reasonable astrometry project. I don't know enough about the topic to provide more than an average rating.

Referee F Rating=6.0 Time rec=100 % Ref mean 3.9

This is a worthwhile project, but I worry that internal motions in the Orion/Monoceros cloud complex will compromise the goal of measuring the systemic velocity.

Referee G Rating=3.0 Time rec=100 % Ref mean 3.0

The Orion-Monoceros molecular cloud complex is a well studied region, and the proposed observations should provide interesting new data to help understand the three dimensional dynamics in the region.

Referee H Rating=3.0 Time rec=100 % Ref mean 3.0

+ Useful way to learn about 3_D velocity field in a molecular cloud complex; get distance too
- Are the maser spots representative of general gas motions?
- Will bright enough spots always be available over spots to get a position begin to break down, as individual spot motions become significant?

Appendix A

干涉計物理数学

亀野誠二

この章の範囲と目標

干渉計の原理を理解する上で必要になる数学的な基礎について述べる。具体的には、電磁波を信号として扱うのに必要な、フーリエ変換、相互相関、たたみこみなどの解析・処理について記述する。また、信号をデジタル化して離散的な数値として扱うときの影響を調べる。

A.1 スペクトルと信号解析

A.1.1 フーリエ変換

電波望遠鏡で天体からの電波を受信すると、一般的にはいろいろな周波数成分を持った波の合成として電磁波が観測される。波に含まれるいろいろな周波数成分の分布を表したものがスペクトル (spectrum) $\hat{V}(\nu)$ である。電圧の時間変化 $V(t)$ などの時間に対する関数をフーリエ変換することによって、スペクトル $\hat{V}(\nu)$ が得られる。

$$\hat{V}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \exp(-2\pi i \nu t) dt \quad (\text{A.1})$$

$V(t)$ が実数関数だったとしても、 $\hat{V}(\nu)$ は一般には複素関数になり、振幅と位相を持つ。

$\hat{V}(\nu)$ をフーリエ逆変換すると元の $V(t)$ に戻る。

$$V(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{V}(\nu) \exp(2\pi i \nu t) d\nu \quad (\text{A.2})$$

よく知られた関数のフーリエ変換

原関数 $f(t)$	↔	フーリエ変換 $F(\nu)$
(1) $\delta(t)$		1
(2) $\exp(i2\pi\nu_0 t)$		$\delta(\nu - \nu_0)$
(3) $\cos(2\pi\nu_0 t)$		$\frac{\delta(\nu + \nu_0) + \delta(\nu - \nu_0)}{2}$
(4) $\sin(2\pi\nu_0 t)$		$\frac{\delta(\nu + \nu_0) - \delta(\nu - \nu_0)}{2i}$
(5) $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$		$\exp(-2\pi^2\sigma^2\nu^2)$
(6) $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & \text{for } -\frac{a}{2} \leq t < \frac{a}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$		$\frac{\sin(\pi a \nu)}{\pi a \nu} = \text{Sinc}(\pi a \nu)$

(2) は、周波数 ν_0 の右回り偏波のスペクトルは、 $\nu = \nu_0$ だけで値を持ち、その他の周波数ではゼロであることを示している。(3), (4) からは、電気信号になった実数関数のスペクトルは周波数が $\nu = \pm\nu_0$ と正負両方で非ゼロになることがわかる。(1) は、デルタ関数のスペクトルはあらゆる周波数で一定であることを示している。(5) は、ガウシアン関数のフーリエ変換はガウシアンであることを示し、(6) は矩形関数のフーリエ変換は Sinc 関数になることを示している。

その他、フーリエ変換にはさまざまな性質が知られている。

線型性

a_1, a_2 を定数とすると、 $a_1 V_1(t) + a_2 V_2(t)$ のフーリエ変換は、 $a_1 \hat{V}_1(\nu) + a_2 \hat{V}_2(\nu)$ である。積分の線型性を考えれば自明。

移動則

$V(t - t_0)$ のフーリエ変換は $\hat{V}(\nu) \exp(-2\pi i \nu t_0)$ となる。振幅は同じで、位相が ν に比例した傾斜を持つ。

スケーリング則

a を定数とすると、 $V(at)$ のフーリエ変換は $\frac{1}{a}\hat{V}(\frac{\nu}{a})$ となる。時間方向を圧縮すると周波数方向で伸長する。

実数の偶関数のフーリエ変換は実数の偶関数

式 (A.1) を

$$\hat{V}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) [\cos(-2\pi\nu t) + i \sin(-2\pi\nu t)] dt \quad (\text{A.3})$$

と展開する。 \cos は偶関数、 \sin は奇関数なので、偶関数との内積をとった場合には \cos 部だけが値をもち、 \sin との積はゼロになる。このとき、

$$\hat{V}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \cos(-2\pi\nu t) dt \quad (\text{A.4})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \cos(2\pi\nu t) dt = \hat{V}(-\nu) \quad (\text{A.5})$$

となるので、 $\hat{V}(\nu)$ は実数の偶関数である。

同様の考察で、虚数の偶関数のフーリエ変換は虚数の偶関数、実数の奇関数のフーリエ変換は虚数の奇関数、虚数の奇関数のフーリエ変換は実数の奇関数になる。逆フーリエ変換に対しても同様に成り立つ。

実数関数のフーリエ変換はエルミート (Hermite) 関数

$V(-t) = V^*(t)$ という性質を持った関数をエルミート関数と呼ぶ。エルミート関数の実部は偶関数、虚部は奇関数である。実数の偶関数のフーリエ変換は実数の偶関数、虚数の奇関数のフーリエ変換は実数の奇関数だから、エルミート関数のフーリエ変換は実数関数である。逆フーリエ変換についても成り立つので、実数関数のフーリエ変換はエルミート関数である。

この性質は干渉計のビジビリティと輝度分布との関係で重要になる。偏波観測をしない場合輝度分布は実数関数であり、そのフーリエ変換であるビジビリティはエルミート関数である。

A.1.2 周波数変換

角周波数 ω の信号に、角周波数 ω_0 の信号を混ぜることによって、角周波数を $\omega \pm \omega_0$ に変換することができる。この過程を周波数変換とよび、電波天文観測では必須の技術である。角周波数 ω の入力信号を RF (Radio Frequency) 信号、混ぜ合わせる ω_0 の基準信号を LO (Local Oscillator) 信号、出力を IF (Intermediate Frequency) 信号と呼ぶ。

以下に周波数変換の原理を述べる。角周波数 ω の RF 信号は、電圧変化 $V_{\text{RF}}(t) = V_1 \cos(\omega t + \theta_{\text{RF}})$ と記述できる。ここに方向性結合器などを用いて LO 信号 $V_{\text{LO}}(t) = V_0 \cos(\omega_0 t + \theta_{\text{LO}})$ を加え、さらに非線型素子¹を用いて電圧を 2 乗する。すると出力電圧は、

$$V_{\text{IF}}(t) = (V_{\text{RF}}(t) + V_{\text{LO}}(t))^2 \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{V_1^2}{2} \cos(2\omega_{\text{RF}}t + 2\theta_{\text{RF}}) + \frac{V_0^2}{2} \cos(2\omega_{\text{LO}}t + \theta_{\text{LO}}) \\ &+ V_0V_1 \cos((\omega_{\text{RF}} + \omega_{\text{LO}})t + \theta_{\text{RF}} + \theta_{\text{LO}}) + V_0V_1 \cos((\omega_{\text{RF}} - \omega_{\text{LO}})t + \theta_{\text{RF}} - \theta_{\text{LO}}) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

¹入力電圧と出力電流との関係が Ohm 則に乗らない素子。ダイオードや SIS (Superconductor-Insulator-Superconductor) 素子などが電波天文ではよく使われる。

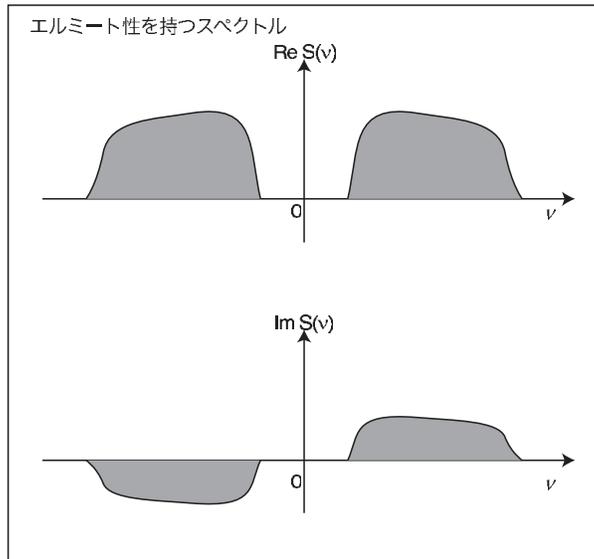


Figure A.1: エルミート関数のスペクトル。実部（上）は偶関数で虚部（下）は奇関数である。

となり、角周波数が4成分 ($2\omega_{\text{RF}}, 2\omega_{\text{LO}}, \omega_{\text{RF}} \pm \omega_{\text{LO}}$) 現れる。 ω_{RF} と ω_{LO} の適切な組み合わせを選べば、 $\omega_{\text{RF}} \pm \omega_{\text{LO}}$ を他の成分の角周波数から充分離すことができるので、出力に適切なフィルターをかけることによって $\omega_{\text{RF}} - \omega_{\text{LO}}$ の角周波数成分だけを取り出すことができる。このようにして、周波数を $\nu_{\text{RF}} \rightarrow \nu_{\text{RF}} - \nu_{\text{LO}}$ に変換することができる。

例として、 $\nu_{\text{RF}} = 100$ GHz の信号を受信する場合を考える。このような高い周波数を効率良く増幅することは困難なので、(例えば) $\nu_{\text{LO}} = 98.6$ GHz の信号によって 1.4 GHz の IF 信号に変換し、低い周波数になったところで増幅する、といった手順がよく採用される。

式 (A.7) の第4項 (IF 信号成分) の位相が $\theta_{\text{RF}} - \theta_{\text{LO}}$ になっていることに注意してほしい。 θ_{LO} が既知であれば (あるいは補正可能であれば) 周波数変換後も位相 θ_{RF} が保存されることを示している。

周波数変換は以下のように考えるとより分かりやすいかも知れない。RF 信号は $V_{\text{RF}}(t) = \frac{V_1}{2}(\exp(\omega t + \theta_{\text{RF}}) + \exp(-\omega t - \theta_{\text{RF}}))$ と記述でき、角周波数を $\pm\omega$ と正負対称に持つ。同様に LO 信号も $V_{\text{LO}}(t) = \frac{V_0}{2}(\exp(\omega_0 t + \theta_{\text{LO}}) + \exp(-\omega_0 t - \theta_{\text{LO}}))$ と、角周波数は $\pm\omega_0$ である。両者のかけ算の成分をとるわけだが、その内の第1項は $\exp(\omega t + \theta_{\text{RF}}) \cdot \exp(\omega_0 t + \theta_{\text{LO}}) = \exp((\omega + \omega_0)t + \theta_{\text{RF}} + \theta_{\text{LO}})$ であって、角周波数が $\omega + \omega_{\text{LO}}$ になる。その他の組み合わせを考えると、角周波数は $\pm(\omega \pm \omega_{\text{LO}})$ と4通り現れる。

USB と LSB

前節で示したように、周波数変換によって $\pm(\omega \pm \omega_{\text{LO}})$ の角周波数が現れるが、実数信号では正負の周波数をセットで考えるから、 $\omega \pm \omega_{\text{LO}}$ の二つの角周波数が現れるわけだ。LO 信号 ν_{LO} を固定し、周波数変換した結果の IF 周波数が ν_{IF} になるためには、RF 周波数はいくつになるかを考えてみよう。IF 周波数を実数信号とみなすと周波数は $\pm\nu_{\text{IF}}$ なので、 $\nu_{\text{RF}} = \nu_{\text{LO}} \pm \nu_{\text{IF}}$ の2通りが可能である。このように、周波数変換において出力の IF 周波数を固定すると、2通りの入力周波数が受け付けられることがわかる。このうち $\nu_{\text{LO}} + \nu_{\text{IF}}$ の成分を USB (Upper Side Band), $\nu_{\text{LO}} - \nu_{\text{IF}}$ の成分を LSB (Lower Side Band) と呼ぶ。LSB 側は、RF の負周波数成分と LO の正周波数成分との合成が IF の正周波数成分に、RF の正周波数成分と LO の負周波数成分との合成が IF の負周波数成分に、それぞれ対応している。このため、LSB 側の位相は $-\theta_{\text{RF}} + \theta_{\text{LO}}$ と、USB の場合に対して反転する。また、周波数の方向が RF と IF とで反転するので注意が必要である。

ここまでは ν_{IF} を単一周波数として扱ってきたが、実際の電波天文では IF 周波数に有限の幅を持たせる（むしろ広帯域であるほど多くの情報が得られる）。IF 周波数が $[\nu_{IF} - B/2, \nu_{IF} + B/2]$ の区間を持つとき（ B は帯域幅）、RF 周波数の範囲は

$$\text{USB} \quad \nu_{LO} + \nu_{IF} - B/2 \leq \nu \leq \nu_{LO} + \nu_{IF} + B/2$$

$$\text{LSB} \quad \nu_{LO} - \nu_{IF} - B/2 \leq \nu \leq \nu_{LO} - \nu_{IF} + B/2$$

と与えられる。

もし RF 信号に USB と LSB の両方の周波数成分が含まれていると、IF には両方のスペクトルが重なる。このような信号を DSB (Double Side Band) と呼ぶ。片方の side band だけが必要な場合、例えば USB 側に興味のあるスペクトル線が存在するが LSB 側には無いときなどは、LSB 側は雑音となって加わってしまう。このような場合には、USB 側だけを通過させて LSB を遮断するような操作が必要になる。そのような操作を行って欲しい side band だけの信号が IF に現われる信号を SSB (Single Side Band) と呼ぶ。

SSB 信号を得るためには、周波数変換前にフィルターを用いる方法や、周波数変換時に side band を別々に出力する方法などがある。また、干渉計の場合には位相回転のスイッチングによって side band を分離する方法がある。具体的な方法は「フリッジ追尾と相関処理」の章を参照されたい。

A.1.3 自己相関関数

$V(t)$ の自己相関関数 $C(\tau)$ は以下のように定義される。

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V(t)V(t+\tau)dt \quad (\text{A.8})$$

τ は遅延（ラグ）である。さらに $C(\tau)$ を $C(\tau=0)$ で割って正規化した $R(\tau)$ を、自己相関係数という。

$$R(\tau) = \frac{C(\tau)}{C(0)} \quad (\text{A.9})$$

当然 $R(0) = 1$ である。また定義式 (A.8) からわかるように $C(\tau), R(\tau)$ は τ について偶関数となる実数関数である。

A.1.4 Wiener-Khintchine の公式

式 (A.8) の $V(t)$ にフーリエ逆変換の式 (A.2) を代入すると、

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} V(t) \left[\int_{\nu=-\infty}^{\infty} \hat{V}(\nu) \exp(2\pi i\nu(t+\tau)) d\nu \right] dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{\nu=-\infty}^{\infty} \hat{V}(\nu) \exp(2\pi i\nu\tau) \left[\int_{t=-T/2}^{T/2} V(t) \exp(2\pi i\nu t) dt \right] d\nu \\ &= \int_{\nu=-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{V}(\nu)\hat{V}^*(\nu)}{T} \right] \exp(2\pi i\nu\tau) d\nu \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

が得られる。つまり、 $C(\tau)$ は

$$S(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{V}(\nu)\hat{V}^*(\nu)}{T} \quad (\text{A.11})$$

のフーリエ変換で得られるというわけで、この $S(\nu)$ のことをパワースペクトルと呼ぶ。 $S(\nu)$ はスペクトル $\hat{V}(\nu)$ の絶対値の二乗に比例するものなので、実数関数であり、常にゼロよりも大きい。さらに実数関数 $C(\tau)$ のフーリエ変換対であることから、 ν について偶関数であることがわかる。

式 (A.10) を $S(\nu)$ で表した関係式

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\nu) \exp(2\pi i\nu\tau) d\nu \\ S(\nu) &= \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) \exp(-2\pi i\nu\tau) d\tau \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

を、Wiener-Khintchine の公式と呼ぶ。

A.1.5 相互相関関数とクロスパワースペクトル

二つの時間関数 $V_1(t)$ と $V_2(t)$ の関連を調べることを考える。自己相関関数の定義式 (A.8) の $V(t)$ の代わりに、 $V_1(t)$ と $V_2(t)$ を代入して得られる関数を相互相関関数と呼ぶ。

$$C_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_1(t) V_2(t + \tau) dt \quad (\text{A.13})$$

$$R_{12}(\tau) = \frac{C_{12}(\tau)}{\sqrt{C_1(0)C_2(0)}} \quad (\text{A.14})$$

$R_{12}(\tau)$ は正規化相互相関関数である。相互相関関数は実数関数であるが、自己相関関数と違って偶関数とは限らない。ただし $C_{12}(\tau) = C_{21}(-\tau)$ は自明である。また、シュバルツの不等式から派生して $|C_{12}(\tau)|^2 \leq C_1(0)C_2(0)$ が得られるので、 $-1 \leq R_{12}(\tau) \leq 1$ である。

自己相関関数 $C(\tau)$ がパワースペクトルであったように、相互相関関数 $C_{12}(\tau)$ のフーリエ変換としてクロスパワースペクトル $S_{12}(\nu)$ を定義できる。

$$\begin{aligned} S_{12}(\nu) &= \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}(\tau) \exp(-2\pi i\nu\tau) d\tau \\ C_{12}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{12}(\nu) \exp(2\pi i\nu\tau) d\nu \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

式 (A.15) に (A.13) を代入して簡単な整理をすると、式 (A.11) と同様に

$$S_{12}(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{V}_1^*(\nu) \hat{V}_2(\nu)}{T} \quad (\text{A.16})$$

が得られる。

クロスパワースペクトルは複素関数であり、振幅と位相の値を持つ。フーリエ変換対の相互相関関数が実数関数であるため、エルミート性

$$S_{12}(\nu) = S_{12}^*(-\nu) \quad (\text{A.17})$$

を示す。また、式 (A.16) からわかるように $S_{12}(\nu) = S_{21}^*(\nu)$ である。

上記で見たように、(自己・相互) 相関関数のフーリエ変換は、スペクトルの (自乗・積) となっていることがわかる。これらの関係式をまとめると、Figure A.2 のようになる。

A.1.6 たたみこみ (convolution)

事象 1 の確率分布が $P_1(x)$ 、別の事象 2 の確率分布が $P_2(x)$ だったとする。事象 1, 2 が独立であったとき、二つの確率変数の和の確率分布はどうなるであろうか。

この問題は、観測データを統計的に扱うときに基本的な概念を与える。観測値は一般的に誤差を含み、未知の真値は観測値の近傍に確率分布していると考えられる。二つの観測値から真値を推定する際には、両者

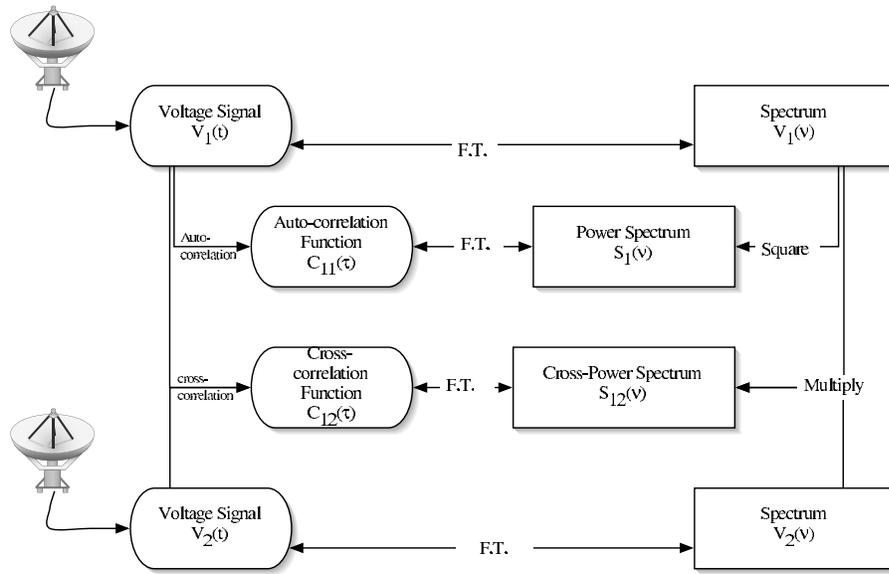


Figure A.2: 相関関数とスペクトルの関係。F.T. はフーリエ変換の意味。電圧信号 (Voltage Signal) のフーリエ変換対がスペクトル (Spectrum) である。自己相関関数 (Auto-correlation Function) のフーリエ変換対がパワースペクトル (Power Spectrum) であり、これはスペクトルの絶対値の自乗という関係である。異なる電圧信号間の相互相関関数 (Cross-correlation Function) をフーリエ変換したものがクロスパワースペクトル (Cross-power Spectrum) であり、それぞれのスペクトルの共役積という関係である。

の平均値の確率分布が必要になる。平均値の確率分布は和の確率分布から導出される。観測点が2つ以上でも基本的な考え方は同じである。

二つの確率変数の和が x になる組み合わせは、事象1の確率変数が x_1 であった場合には事象2が $x - x_1$ をとる必要があるので、このような同時確率密度は $P_1(x_1)P_2(x - x_1)$ となる。この組み合わせを全ての x_1 について積分すればよいので、

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(x_1)P_2(x - x_1)dx_1 \quad (\text{A.18})$$

と記述できる。このような P_1 と P_2 との間の操作を「合成積」あるいは「たたみこみ」(convolution) と呼ぶ。

一般には二つの関数 $f(t)$ と $g(t)$ のたたみこみを

$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t')g(t - t')dt' \quad (\text{A.19})$$

と定義し、 $f * g$ と表記する。

デルタ関数とのたたみこみは原関数そのもの

$g(t) = \delta(t)$ として式 (A.19) に代入すると、 $f(t) * g(t) = f(t)$ となることがわかる。

たたみこみと相互相関関数

式 (A.19) と相互相関関数の定義式 (A.13) はよく似ており、式 (A.13) において $\tau \rightarrow -t$, $V_1(t) \rightarrow f(t)$, $V_2(t) \rightarrow g(-t)$ と時間反転を行えば同等であることがわかる。

たたみこみのフーリエ変換

式 (A.19) の両辺をフーリエ変換すると、

$$\begin{aligned}
 \text{FT}[f(t) * g(t)] &= \int_{t=-\infty}^{\infty} \int_{t'=-\infty}^{\infty} f(t')g(t-t') \exp(-i2\pi\nu t) dt' dt & (A.20) \\
 &= \int_{t=-\infty}^{\infty} \int_{t'=-\infty}^{\infty} f(t') \exp(-i2\pi\nu t') g(t-t') \exp(-i2\pi\nu(t-t')) dt' dt \\
 &= \int_{t'=-\infty}^{\infty} \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t') \exp(-i2\pi\nu t') g(t-t') \exp(-i2\pi\nu(t-t')) dt dt' \\
 &= \int_{t'=-\infty}^{\infty} f(t') \exp(-i2\pi\nu t') \int_{t=-\infty}^{\infty} g(t-t') \exp(-i2\pi\nu(t-t')) dt dt' \\
 &= \int_{t'=-\infty}^{\infty} f(t') \exp(-i2\pi\nu t') \int_{\eta=-\infty}^{\infty} g(\eta) \exp(-i2\pi\nu\eta) d\eta dt' \\
 &= \text{FT}[f(t)] \text{FT}[g(t)] & (A.21)
 \end{aligned}$$

となる。つまり、たたみこみのフーリエ変換は、原関数のフーリエ変換同士の積である。このことを convolution 定理という。Convolution 定理は、式 (A.16) で示した相互相関関数とクロスパワースペクトルとの関係式によく似ている。たたみこみが相互相関関数と時間反転の関係にあることを考えると、この相似は当然のことである。

たたみこみの概念は、応答関数を用いた入出力関係式でも重要である。ある線型システムを考える。システムの応答 $h(t)$ は、入力にインパルス $\delta(t)$ を与えたときの出力で定義されるので、 $h(t)$ をインパルス応答と呼ぶ。このようなシステムに対して入力が $f(t)$ であったとき、出力は $f(t) * h(t)$ とたたみこみになる。インパルス応答のフーリエ変換 $H(\nu) = \text{FT}[h(t)]$ を帯域通過特性 (Bandpass Characteristics)² という。入力のスペクトル $F(\nu) = \text{FT}[f(t)]$ のとき、出力のスペクトルは $\text{FT}[f(t) * h(t)] = F(\nu)H(\nu)$ と、入力スペクトルと帯域通過特性との積になる。

一般的に、有限な分解能で観測を行ったときの測定結果は、真の値に応答関数を畳み込んだものである。我々が目にしている光景も真の輝度分布ではなく、眼という光学系の応答関数を畳み込んだものだ。望遠鏡などを使っても同様である。光学分野では、この応答関数のことを PSF (Point Spread Function) と呼ぶが、本質はインパルス応答と同じである。電波天文では「ビーム」という言葉が PSF の代わりに使われることが多い。

A.1.7 窓関数とスペクトル分解関数

自己相関関数をフーリエ変換するとパワースペクトルが、相互相関関数をフーリエ変換するとクロスパワースペクトルが、それぞれ得られる。分光観測ではこれらパワースペクトルやクロスパワースペクトルの測定が目的である。

フーリエ変換では遅延時間 τ の積分範囲が $(-\infty, \infty)$ であるが、現実には有限の遅延時間区間しか相関関数は測定できない。この影響を調べてみよう。

遅延が $(-\tau_{max} \leq \tau \leq \tau_{max})$ の区間で得られている場合の自己相関関数 $\bar{C}(\tau)$ は、以下のような窓関数 $w(\tau)$ との積と考えることができる。

$$w(\tau) = \begin{cases} 0, & \text{for } |\tau| > \tau_{max} \\ \frac{1}{2\tau_{max}}, & \text{for } |\tau| \leq \tau_{max} \end{cases} \quad (A.22)$$

$$\bar{C}(\tau) = w(\tau)C(\tau) \quad (A.23)$$

²業界用語で「パンキャラ」とも呼ばれる。

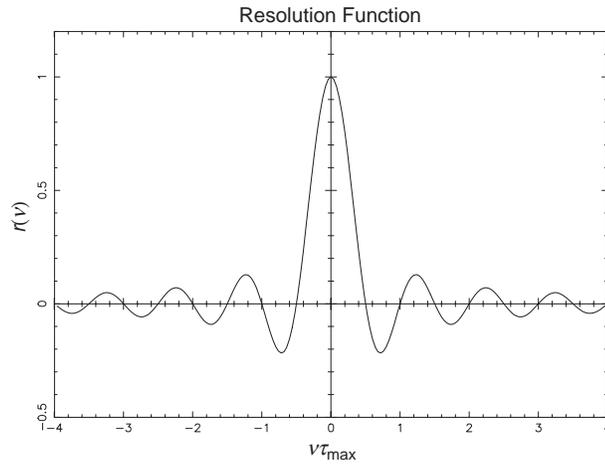


Figure A.3: 矩形の窓関数に対応する周波数分解関数は sinc 関数である。

$\bar{C}(\tau)$ をフーリエ変換して得られるパワースペクトル $\bar{P}(f)$ は、

$$\begin{aligned}\bar{P}(f) &= \text{FT}\{w(\tau) \cdot C(\tau)\} \\ &= \text{FT}\{w(\tau)\} * \text{FT}\{C(\tau)\} \\ &= \text{FT}\{w(\tau)\} * P(f)\end{aligned}\tag{A.24}$$

と、真のパワースペクトルが $\text{FT}\{w(\tau)\}$ でたたみこまれたものになる。この $\text{FT}\{w(\tau)\}$ をスペクトル分解関数といい、 $r(\nu)$ と表記する。

式 (A.23) のような矩形の窓関数のフーリエ変換は、Table A.1.1 に示したように sinc 関数である。

$$\begin{aligned}r(\nu) &= \int_{-\tau_{max}}^{\tau_{max}} \exp(-2\pi i\nu t) dt \\ &= \frac{\sin(2\pi\nu\tau_{max})}{2\pi\nu\tau_{max}}\end{aligned}\tag{A.25}$$

最初のゼロ点は $\nu = 1/2\tau_{max}$ の位置で、半値幅 FWHM は $0.603/\tau_{max}$ である。窓関数の範囲が広いほど、半値幅が狭くスペクトルの周波数分解能が高くなるわけで、このような性質は不確定性原理と呼ばれる。

矩形の窓関数の場合はスペクトル分解関数のサイドローブが高いので誤った周波数成分を「発見」してしまう危険性がある。 w の値を調整することによって、スペクトル分解関数のサイドローブレベルを低くすることができる。よく知られた窓関数として、

$$\text{Hamming Window} \quad : \quad w(\tau) = 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{\pi\tau}{\tau_{max}}\right)\tag{A.26}$$

$$\text{Hanning Window} \quad : \quad w(\tau) = 0.5 + 0.4 \cos\left(\frac{\pi\tau}{\tau_{max}}\right)\tag{A.27}$$

などがある。窓関数の特性を Table A.1 にまとめる。

A.1.8 サンプリング定理

ここまでは信号をアナログとして扱ってきたが、信号解析過程のある段階から後段では計算機で処理するのが現代では一般的なので、アナログ信号をデジタル信号に A/D 変換 (Analog-to-Digital Conversion) する必要がある。A/D 変換は大きく分けて以下の 3 つの要素を持つ。

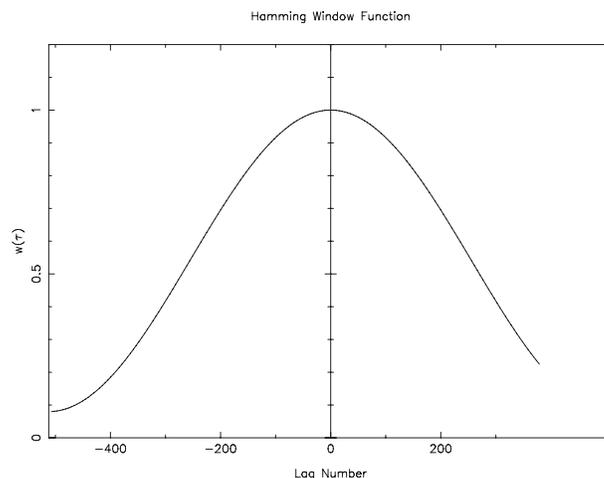


Figure A.4: ハミング窓関数

Table A.1: 窓関数の特性

窓関数	半値幅 $1/2\tau_{\max}$ に対する比	側波帯最大値 [dB]
矩形窓	0.89	-13 dB
ハニング窓	1.44	-32 dB
ハミング窓	1.30	-42 dB

1. 標本化 (sampling)

時間方向に連続的な信号波形を、一定の時間間隔で間引く操作。時間間隔をサンプリング周期 Δt と呼び、その逆数をサンプリング周波数 $f_s = 1/\Delta t$ と呼ぶ。

2. 量子化 (quantization)

無階調で連続的な電圧を、有限の階調で近似する操作。階調は閾値電圧で区分される。

3. コード化 (encoding)

量子化された電圧の階調を、有限桁数の数値（二進数が使われることが多い）で表現すること。 N 階調の量子化に対しては $\log_2 N$ 桁の二進数（この桁数を bit という単位で表す）で表現できる。

例えば音楽 CD の場合、左右各チャンネルで $f_s = 44.1$ kHz, 16 bit の量子化・コード化で A/D 変換されたデジタル信号が記録されている。

この節では、標本化によって信号がどのような影響を受けるかについて言及する。

標本化は、入力信号 $V(t)$ にデルタ関数列 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t)$ を掛ける操作として表現できる。このよ
うなデルタ関数列を櫛関数 (comb function) と呼ぶことがある。標本化された信号のスペクトル $\hat{S}(\nu)$ は、

$$\begin{aligned}\hat{S}(\nu) &= \text{FT} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} V(t) \delta(t - k\Delta t) \right\} \\ &= \text{FT} \{V(t)\} * \text{FT} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \right\} \\ &= S(\nu) * \text{FT} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \right\}\end{aligned}\tag{A.28}$$

と書ける。

ここで、デルタ関数列 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t)$ のフーリエ変換はデルタ関数列 $\frac{1}{\Delta t} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - l/\Delta t)$ にな
ることを証明しておく。

$$\begin{aligned}\text{FT} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \right] &= \int_{t=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \exp(-2\pi i\nu t) dt \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{t=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\Delta t) \exp(-2\pi i\nu t) dt \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(-2\pi i\nu k\Delta t)\end{aligned}\tag{A.29}$$

式 (A.29) の右辺は ν について周期 $f_s = 1/\Delta t$ の周期関数である。一周期区間 $0 \leq \nu < f_s$ で定義さ
れた関数 $G(\nu)$ についての複素フーリエ級数展開

$$\begin{aligned}G(\nu) &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_l \exp(-2\pi i l \nu / f_s) \\ g_l &= \frac{1}{f_s} \int_{\nu=0}^{f_s} G(\nu) \exp(2\pi i l \nu / f_s) d\nu\end{aligned}\tag{A.30}$$

と比較すると、 $g_l = 1$ と代入したものに相当する。式 (A.30) において、どんな l に対しても $g_l = 1$
となるためには、 $G(\nu)$ は $\Delta\nu\delta(\nu)$ とするしかない。実際、 $G(\nu) = f_s\delta(\nu)$ を代入すると式 (A.30) は
成り立ち、フーリエ級数が一対一対応であることから、それ以外に $G(\nu)$ の解はない。

$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(-2\pi i\nu k\Delta t)$ は $G(\nu)$ が周期 $\Delta\nu$ で繰り返す周期関数だったから、 $\sum_{l=-\infty}^{\infty} f_s\delta(\nu - lf_s)$ と
なる。(証明終)

式 (A.28) の展開に話を戻すと、

$$\hat{S}(\nu) = f_s S(\nu) * \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - lf_s)\tag{A.31}$$

となることがわかる。つまり、標本化された信号のスペクトルは、原信号のスペクトルとデルタ関数列との
たたみこみである。

もしデルタ関数列の間隔が原信号のスペクトル領域より充分に広くて単数のデルタ関数とみなせるので
あれば、標本化された信号のスペクトルは原信号のそれを忠実に反映することになり、標本化によって何も

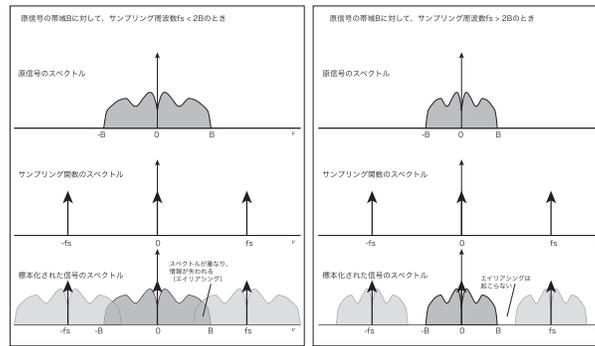


Figure A.5: サンプリング周波数とエイリアシングの関係。

失われぬ。このようにみなせるかどうかの境界は何であろうか。それは、サンプリング周波数 f_s と原信号の周波数帯域 B との関係で決まる。入力信号が周波数帯域 $-B \leq \nu < B$ にだけパワーを持ち、それ以外の周波数成分がゼロというスペクトルを持っていたとする（実数の信号を考えるので、スペクトルはエルミートであり、正負両方の周波数成分を持つ）。 $f_s \leq 2B$ であると、標本化された信号のスペクトルは一部が重なり合い、原信号のスペクトルが再現されなくなる。これをエイリアシング (aliasing) と呼ぶ。原信号が再現できないということは、情報の損失が発生したことを意味する。 $f_s \geq 2B$ であれば、標本化された信号のスペクトルにエイリアシングは発生しないので、原信号のスペクトルを忠実に再現することが可能である。この境界 $f_N = 2B$ となるサンプリング周波数を、ナイキスト周波数 (Nyquist frequency) と呼ぶ。エイリアシングを発生させないようにするには、サンプリング周波数をナイキスト周波数以上にしなければならない。このことをサンプリング定理という。

サンプリング周波数 f_s が固定されているときにエイリアシングを防ぐには、入力信号の帯域幅を $B \leq f_s/2$ に制限する必要がある。且つ周波数 ν が $n f_s/2 \leq \nu \leq (n+1) f_s/2$ (n は整数) という範囲でなくてはならない。フィルタ等を使ってこのように帯域制限することをアンチエイリアシング (anti-aliasing) という。最も基本的なアンチエイリアシングは、低域通過フィルタ (low-pass filter) を用いて $0 \leq \nu \leq f_s/2$ のベースバンド (baseband) に制限するやり方である。しかしこれに限らず、 $n \geq 1$ の入力信号を標本化する例も珍しくない。このような標本化のことを、高次モードサンプリング (higher-order sampling) と呼ぶ。 n が奇数の時は LSB であるため、標本化されたスペクトルは入力信号のスペクトルに対して周波数方向が反転する。

A.1.9 解析的信号

実数関数のフーリエ変換はエルミートのであるから、実数信号のスペクトルは正負両方の周波数成分を持つ。このため、周波数変換においては正の周波数同士の差周波数と負の周波数同士の差周波数の両方を考える必要があるから、USB 側と LSB 側とが IF 帯では重なってしまう (Figure A.6 参照)。重なりを避けるには、RF 帯で SSB フィルタなどを用いる必要がある。USB 帯と LSB 帯とは IF 周波数の 2 倍だけ離れている。IF 周波数が充分高周波であれば USB と LSB との分離は比較的容易だが、IF 帯が周波数ゼロから始まる baseband の場合はフィルタによる分離が困難だ。

SSB による分離に代わる方法として、スペクトルに正の周波数成分しか持たないような信号を作ったり、という手段がある。正の周波数成分しか持たない信号のことを、解析的信号 (analytic signal) という。Figure A.6 に、解析的信号の周波数変換を示す。正の周波数しか持たないので、USB 側は IF 帯で正の周波

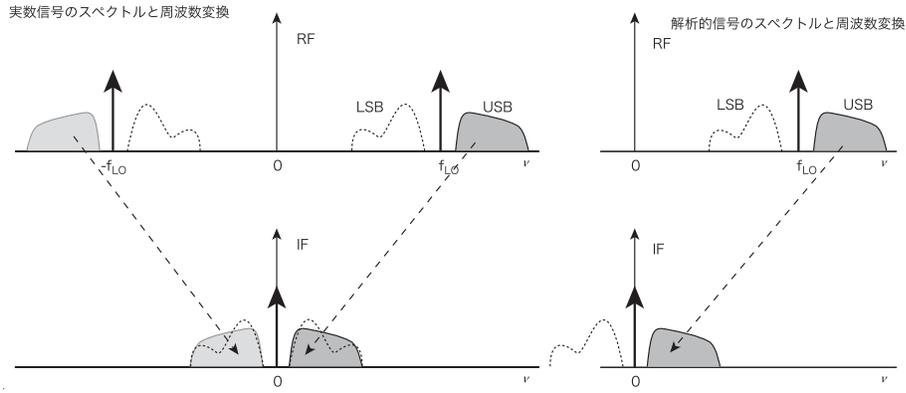


Figure A.6: 実数信号（左）と解析的信号（右）の周波数変換ダイアグラム。実数信号のスペクトルはエルミートのなので、正負両方の周波数成分を併せ持つ（スペクトルの実部は偶関数で虚部は奇関数）。周波数変換後の IF も正負両方の周波数成分を持つ。RF における USB の正周波数成分と LSB の負周波数成分が、IF では重なってしまう（DSB 受信）。もし USB 側だけが必要な信号で LSB 側が不要な場合は、RF において LSB 側を遮断する SSB フィルターなどを用いなくてはならない。解析的信号の場合は正の周波数成分しか持たないので、IF でスペクトルの重なりは発生しない。

数に、LSB 側は負の周波数に、それぞれ変換される。

数式で見てみよう。角周波数が $\omega_{RF} > 0$ の RF 信号は $V(t) = V_1 \exp(i(\omega_{RF}t + \theta_{RF}))$ で表される。より一般的には ω_{RF} は単一でなくある範囲に分布するが、単一周波数の重ね合わせと考えればよい。角周波数 ω_{LO} の実数 LO 信号は $V(t) = V_0 [\exp(i(\omega_{LO}t + \theta_{LO})) + \exp(-i(\omega_{LO}t + \theta_{LO}))]$ と書ける。両者の積のうち低い周波数成分だけをとり出すと $V_0 V_1 \exp[i((\omega_{RF} - \omega_{LO})t + \theta_{RF} - \theta_{LO})]$ と目的の IF 信号が得られる。

IF 帯も解析的信号であれば、LSB 側は遮断される。このような信号を標本化するときのナイキスト周波数は $2B$ ではなく B でよい。

解析的信号を作るにはどうすればいいだろうか。正の周波数だけを透過し、負の周波数を遮断するようなフィルターを考える。つまり、帯域通過特性が

$$\begin{aligned}
 G(\nu) &= \begin{cases} 0, & \text{for } \nu < 0 \\ 1, & \text{for } \nu \geq 0 \end{cases} \\
 &= \frac{1}{2}(1 + \text{sgn}(\nu))
 \end{aligned} \tag{A.32}$$

となるようなフィルターが作ればよい。ここで、 $\text{sgn}(\nu)$ は符号関数で、 $\nu < 0$ では -1 、 $\nu \geq 0$ では 1 をとる。通常の LCR 回路によるフィルターは正負両方の周波数に対して応答が対称的なので、工夫が必要である。このようなフィルターのインパルス応答 $g(t)$ は、式 (A.32) のフーリエ変換である。それを求めるには、天下り的であるがヒルベルト変換の概念を理解する必要がある。

解析的信号は周波数（＝位相の時間微分）が正だけなので、周波数変換や相互相関など信号の積を行う操作において単純化できるという長所がある。しかし、解析的信号は複素数なので、実部と虚部のそれぞれを独立した信号として保持しなくてはならない。

ヒルベルト変換

実数関数 $V(t)$ に対して、関数 $h(t) = \frac{1}{\pi t}$ とのたたみこみをヒルベルト (Hilbert) 変換といい、

$$\tilde{V}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{t'=-\infty}^{\infty} \frac{V(t')}{t-t'} dt' \tag{A.33}$$

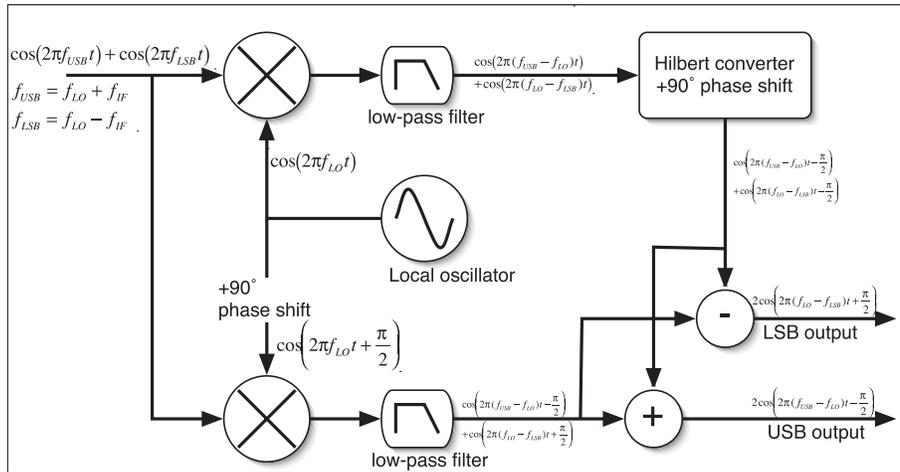


Figure A.7: IRM (Image Rejection Mixer) のしくみ。入力信号に対して LO 信号で周波数変換を行うミキサーが二つあり、片方のミキサーには位相を 90° ずらした LO 信号が供給される。LO 信号は単一周波数なので、この位相シフトは伝送路長で与えられる。周波数変換後の IF 信号には、片側にヒルベルト変換を適用して 90° 位相をずらす。この両者の和と差で、USB と LSB とを分離して出力できる。

と記述する。

別途の証明で示すように、 $h(t)$ のフーリエ変換 $H(\nu) = -i\text{sgn}(\nu)$ である。したがって、ヒルベルト変換された信号のスペクトルは、

$$\begin{aligned} \text{FT} [\tilde{V}(t)] &= \text{FT} [V(t) * h(t)] = \text{FT} [V(t)] \cdot \text{FT} [h(t)] \\ &= \hat{V}(\nu) \cdot (-i\text{sgn}(\nu)) \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

と、元々のスペクトル $\hat{V}(\nu)$ に $H(\nu) = -i\text{sgn}(\nu)$ をかけたものとなる。つまり、ヒルベルト変換は正の周波数領域では元々のスペクトルに対して位相が $\pi/2$ だけ遅らせ、負の周波数領域では $\pi/2$ 進ませる、という操作である。

式 (A.32) のような帯域通過特性を持つフィルターは、ヒルベルト変換を行うデバイスを組み合わせて作ることができる。例として、Figure A.7 に IRM (Image Rejection Mixer) の仕組みを示す。

$$\text{FT} [h(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{t=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-2\pi i\nu t)}{t} dt \quad (\text{A.35})$$

の証明

被積分関数を複素平面 $z = t + is$ における関数 $f(z) = \frac{\exp(-2\pi i\nu z)}{\pi z}$ に拡張する。この関数は $z = 0$ を除いて正則なので、 $z = 0$ を含まない任意の閉経路積分はゼロになる。

$\nu > 0$ の場合

Figure A.8 のような積分経路を考えると経路積分はゼロ。区間 (2) と区間 (4) の積分結果を求めれば、区間 (1) + 区間 (3) の結果が得られる。区間 (1) + 区間 (3) は、 $\epsilon \rightarrow 0, R \rightarrow \infty$ の極限で、求めようとしている式 (A.35) の積分と一致する。

区間 (2) の積分:

$z = \epsilon e^{i\theta}$ と置く。 $dz = izd\theta$ であり、積分範囲は $\theta = -\pi \rightarrow 0$ であるので、

$$\int_{(2)} f(z)dz = \int_{(2)} \frac{\exp(-2\pi i\nu z)}{\pi z} dz = \frac{i}{\pi} \int_{\theta=-\pi}^0 \exp(-2\pi i\nu \epsilon e^{i\theta}) d\theta \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \frac{i}{\pi} \int_{\theta=-\pi}^0 1 d\theta = i \quad (\text{A.36})$$

区間 (4) の積分: $z = Re^{i\theta}$ と置く。 $dz = izd\theta$ であり、積分範囲は $\theta = 0 \rightarrow -\pi$ であるので、

$$\int_{(4)} f(z)dz = \frac{i}{\pi} \int_{\theta=0}^{-\pi} \exp(-2\pi i\nu Re^{i\theta}) d\theta = \frac{i}{\pi} \int_{\theta=0}^{-\pi} \exp(-2\pi i\nu R \cos \theta) \cdot \exp(2\pi \nu R \sin \theta) d\theta \quad (\text{A.37})$$

$\nu > 0$, $\sin \theta \leq 0$ なので $\exp(2\pi \nu R \sin \theta) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0$ だから、式 (A.37) の結果は、 $\int_{(4)} f(z)dz \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0$ よって、

$$\frac{1}{\pi} \int_{t=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-2\pi i\nu t)}{t} dt = - \int_{(2), \epsilon \rightarrow 0} f(z)dz - \int_{(4), R \rightarrow \infty} f(z)dz = -i \quad (\text{A.38})$$

$\nu < 0$ の場合

区間 (6) の積分:

$z = \epsilon e^{i\theta}$, $dz = izd\theta$, 積分範囲は $\theta = \pi \rightarrow 0$ 。

$$\int_{(6)} f(z)dz = \frac{i}{\pi} \int_{\theta=\pi}^0 \exp(-2\pi i\nu \epsilon e^{i\theta}) d\theta \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \frac{i}{\pi} \int_{\theta=\pi}^0 1 d\theta = -i \quad (\text{A.39})$$

区間 (8) の積分 $z = Re^{i\theta}$, $dz = izd\theta$, 積分範囲は $\theta = 0 \rightarrow \pi$ 。

$$\int_{(6)} f(z)dz = \frac{i}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \exp(-2\pi i\nu R \cos \theta) \cdot \exp(2\pi \nu R \sin \theta) d\theta \quad (\text{A.40})$$

$\nu < 0$, $\sin \theta \geq 0$ なので $\exp(2\pi \nu R \sin \theta) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0$ だから、式 (A.40) の結果は、やはりゼロ。 よって、

$$\frac{1}{\pi} \int_{t=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-2\pi i\nu t)}{t} dt = - \int_{(6), \epsilon \rightarrow 0} f(z)dz - \int_{(8), R \rightarrow \infty} f(z)dz = i \quad (\text{A.41})$$

(証明終)

References

- [1] 日野 幹雄, 1977 「スペクトル解析」, 朝倉書店, ISBN 4-254-12511-9
- [2] Nayfeh, M. H. and Brussel, M. K. 1985, "Electricity and Magnetism", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-82985-4
- [3] 安居院 猛, 中嶋 正之, 1986, 「FFT の使い方 << エレクトロニクス選書 >> 006」, 秋葉出版, ISBN 4-87184-006-9
- [4] Spiegel, M. R. (中野 實 訳) 1974 「マグローヒル大学演習シリーズ フーリエ解析」, McGraw-Hill, ISBN 4-89501-228-X
- [5] Thompson, A. R., Moran, J. M., and Swenson Jr., G. W. 2001, "Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy Second Edition", Wiley-InterScience, ISBN 0-471-25492-4

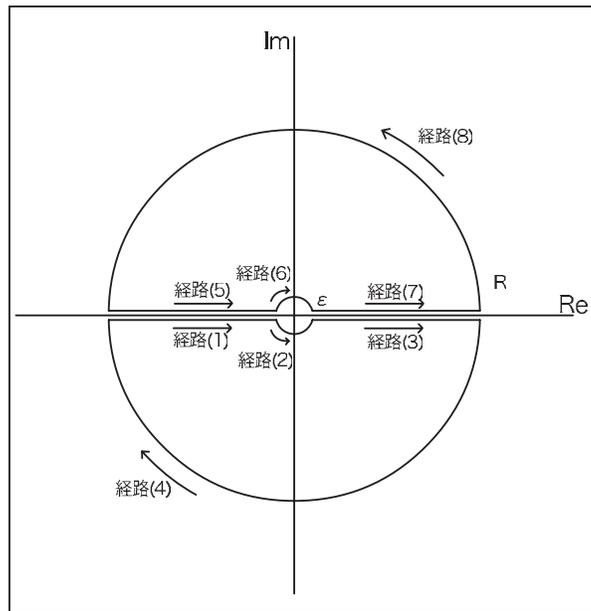


Figure A.8: $h(t) = \frac{1}{\pi t}$ の積分経路

Appendix B

位相補償

廣田朋也

B.1 位相補償とは？

すでに述べたように、干渉計とは、ビジビリティの振幅・位相を uv 平面上の多数の点で測定し、それをフーリエ変換することによって天体のイメージを作成するための装置である。干渉計の観測で最も重要な点は、ビジビリティの位相を精度よく測定することである。位相は天体の位置情報を含むため、高精度なイメージングや位置天文学を可能にするために、いかにして位相の測定精度を上げることができるかにかかっている。

干渉計では、各素子アンテナに到達する天体からの電波の光路長差（遅延時間差）から位相差を求めている。光路長差が生じる原因は、アンテナ位置による幾何学的遅延、電離層や湿潤大気による伝播遅延、観測装置内部の遅延がある。干渉計観測データの相関処理では、これらの遅延は理論的なモデル計算（相関器モデル）に基づいて補正されて、その結果フリンジが検出されている。現実的には相関器モデルにはさまざまな誤差要因が含まれており（詳細は Wrobel et al. 2000 などを参照）、データ較正時に補正されることが多い。しかし、大気中に含まれる水蒸気の分布は空間的、時間的に大きく変化するため、変動のモデル化は困難で、相関器モデルによる補正の精度では不十分である。その結果、相関処理後のビジビリティには遅延時間の残差があり、位相残差が生じている。干渉計のデータ解析では、相関処理後のビジビリティ位相残差を較正することがもっとも重要な作業となる。

遅延時間残差の最も大きな要因は、湿潤大気による伝播遅延である。幾何学的遅延は、相関器モデルでの予想計算で十分な精度で補正可能である。また、観測装置に起因する位相変動や高周波数帯 (<10 GHz) での電離層による伝播遅延は時間的に緩やかな変化のため、観測中に数回の較正天体の観測を行うことで変動を取り除くことができる。それに対して、湿潤大気による伝播遅延は、時間変化が激しく、しかもその変化が不規則で予想が困難なため、特別な手段によってその変動を測定（または予想）し、較正しなければならない。このような、大気による伝播遅延をリアルタイムで補正して、波面を合わせる、つまり位相をそろえる手段を、「位相補償（phase-reference）」と呼ぶ。可視光や赤外線の場合は「補償光学」と呼ばれる手法と同じ概念といえる。本章では、位相補償の具体的な方法と観測時の注意点などについて説明する。

B.2 位相補償の有効性

位相補償を行うことで、以下の点の実現される。

微弱天体の長時間積分が可能になる 一般的には、干渉計観測ではコヒーレンス時間よりも短い積分時間内にフリンジが検出できなければ位相較正ができず、当然イメージングは不可能となる。コヒーレンス時間は、水素レーザーを周波数標準としている場合にはほとんど大気による揺らぎのタイムスケールで制限される。結合素子型干渉計では、アンテナ間の距離が数 100m 程度と短いためにコヒーレンス時間は比較的長く、1 分積分程度で検出可能な天体ならばフリンジフィッティング、セルフキャリブレーションが可能になる。ミリ波からサブミリ波にかけて波長が短くなるほど、また、配列が広ければ広いほどコヒーレンス時間は短くなり、検出感度は下がる。VLBI に関しては、アンテナ間の距離が数 10-数 1000km にも及ぶため、波長 1cm 程度でもコヒーレンス時間はわずか数 10 秒程度ということが多々ある。このため、VLBI 観測ではフリンジ検出が可能な天体は極めて強度の強い天体のみに限定されている。一方、位相補償を行う場合、フリンジフィッティングやセルフキャリブレーションは強度が強い参照電波源で行えればよく、その結果を目的的天体に適用することで、コヒーレンス時間よりも長時間の積分が可能になる。そのため、微弱天体の観測には位相補償は必要不可欠となっている。

絶対位置の計測が可能になる 一般的には、干渉計観測で位相残差を較正するためには、その天体自身でのフリッジフィッティングとセルフキャリブレーションを行う。この場合、ビジビリティ位相は天体自身の位相追尾中心に対して測定されるため、イメージの座標は位相追尾中心からの相対位置としてしかあらずることができず、絶対位置の情報に不定性が生じることになる。そのため、他の観測によって高精度な位置決定が行われない限り、天体の絶対位置を知ることは不可能になり、時期が異なる観測データの重ね合わせや周波数が異なる観測データの重ね合わせに不定性が生じることになる。一方、位相補償を行う際に、参照電波源として ICRF 天体のような位置基準となる系外の電波源を選択することによって、位相追尾中心からの相対的な位相を測定したとしても、高精度な絶対位置に準拠したイメージングが可能になる。VERA をはじめ、VLBI による位置天文学ではこの手法により、絶対位置計測、年周視差計測を行っている。

B.3 位相補償の具体的方法

B.3.1 セルフキャリブレーション

大気による位相揺らぎを取り去る方法で最も広く採用されているのは、セルフキャリブレーションである。セルフキャリブレーションについては、イメージングの章で詳細を説明している。

B.3.2 高速スイッチング (ファストスイッチング)

強度の強い参照電波源とターゲット天体を交互に観測し、両者に共通と考えられる大気による位相残差を差し引くことで位相補償を行う方法である。アンテナの方位角・仰角を高速で駆動してスイッチング (「ノッキング (nodding)」と書かれている場合もある) をしたり、副鏡をチョッピングしたりして 2 天体を切り替えながら観測を行う。ミリ波干渉計、VLBI とともに、最大で数 10 秒の周期で高速スイッチングを行う必要があるため、駆動速度の速いアンテナが要求される。1 つのアンテナ (受信機、伝送系) で 2 天体を交互に観測する方法であるため、装置に起因する位相揺らぎも同時に較正することができるという利点もある。高速スイッチングで最も重要な点は、ターゲット天体からごく近傍に参照電波源が存在していなければならないという点である。さらに、数 10 秒周期のスイッチング観測では天体の積分時間は数秒程度の場合もあり、このような短い積分時間でも十分な SNR でキャリブレーションのフリッジを検出できなければならない。ICRF 天体や VLBA キャリブレーションサーベイ、VLA キャリブレーションなど数 1000 のキャリブレーションがカタログ化されている波長 1cm 以上のセンチ波帯では一般的な方法として実用化されている。一方、ミリ波やサブミリ波帯では、系外の参照電波源の非熱的電波は強度が下がり、しかもキャリブレーションのサーベイ自身も不十分であるために、十分な数のキャリブレーションがない。そのため、キャリブレーションの観測は低周波数で行うことによって大気による位相変動を測定し、その結果を高周波数帯で観測しているターゲット天体に適用する、という多周波数でのスイッチング位相補償が検討されている。ALMA だけでなく、ミリ波 VLBI を目指す KVN などでも多周波数でのスイッチング位相補償が検討されている。

高速スイッチングによる位相補償で重要なパラメータには、スイッチング周期 τ_s 、スイッチングの離角 θ_s がある。経験的には、電離層の影響の大きさにより、5 GHz 付近で考え方が変わるが、以下では水蒸気による位相揺らぎを取り除くためのスイッチング位相補償の観測パラメータについて簡単に見積もってみる。

位相揺らぎの基線長依存性は、構造関数から導出される式 (5.63) のように記述される。離角 θ_s の 2 天体を同じ望遠鏡に同時に観測できたとすると、2 天体の離角に相当する大気中の実距離 d で位相揺らぎ $\Phi_{rms}(d)$ が決まる。実際には、2 つのアンテナで独立な位相揺らぎが生じるため、観測される位相揺らぎは $\sqrt{2}$ 倍になる。さらに、現実のスイッチング観測では周期 τ_s で 2 天体を交互に観測するため、その間に大気中の水

蒸気が基線方向に風速 v_a で移動する。その結果、各アンテナの位相揺らぎは

$$b_{\text{eff}} = d + \frac{v_a \tau_s}{2} \quad (\text{B.1})$$

の有効基線長によって決まる $\sqrt{2}\Phi_{rms}(b_{\text{eff}})$ 程度と見積られる。簡単のために天頂方向での場合を考えると、2 天体の離角に相当する大気中の実距離 d は

$$d \sim 0.017 \left(\frac{\theta}{[\text{deg}]} \right) \left(\frac{h}{[\text{km}]} \right) \quad [\text{km}] \quad (\text{B.2})$$

程度のオーダーになる。

高速スイッチング法が有効となる条件はいくつかある。まず、スイッチングがない場合 ($\tau_s=0$) でもキャリブレーションとターゲット天体間で位相揺らぎが十分小さい、つまり、 $\Phi_{rms}(d)$ が十分小さいということが位相補償成功のための必要条件である。これは、キャリブレーションとターゲット天体の離角が小さいほどよいということを意味している。例えば、22 GHz 帯 (波長 13 mm) で離角 10 度 ($d=0.17$ km) の天体ペアを観測する場合、スイッチングがないとしても 2 天体の視線方向の位相揺らぎは、式 (5.63)、(B.2) を用いて

$$\sqrt{2}\Phi_{rms}(d) = \sqrt{2} \frac{300}{13 [\text{mm}]} 0.17^{\frac{5}{6}} \sim 7.4 \quad [\text{deg}]$$

程度と見積られる。以下では、構造関数のパラメータ (K, α) は、全て VLA サイトでの測定値 ($K \sim 300$) と Kolmogorov 乱流の理論値 ($\alpha \sim 5/6$) を仮定する。波長が短いほど位相揺らぎは大きくなり、230 GHz 帯 (波長 1.3mm) では離角 10 度の天体ペアでも $\sqrt{2}\Phi_{rms}(d) = 74$ 度となるため、位相補償のためにはさらに離角の小さいキャリブレーションが要求されることが分かる。観測サイトによって構造関数のパラメータ (K, α) が変わるため、位相補償が可能な天体ペアの最大離角はアンテナのサイトによってほぼ決まっていると考えればよい。次に、有効基線長 b_{eff} が outer scale length (W) よりも十分短い場合が最も位相補償の効果が顕著に現れる。有効基線長 b_{eff} が outer scale length よりも長い場合、基線長の増加に対して位相揺らぎの増加はそれほど深刻ではないためである。この条件から、離角 10 度の天体ペアの場合、 $d=0.17$ km、 $W=1$ km、 $v_a=10$ m s⁻¹ とすると、式 (B.1) を用いてスイッチング間隔は最大でも

$$b_{\text{eff}} = 0.17 + \frac{0.01\tau_s}{2} < 1$$

$$\tau_s < 166 \quad [\text{sec}]$$

でなければならないことがわかる。当然、位相揺らぎ $\Phi_{rms}(b_{\text{eff}})$ を $\Phi_{rms}(W)$ よりも小さくするためには、2 天体間の離角が小さく、かつスイッチング周期 τ_s が小さいことが必要条件となる。上に述べた条件で、位相揺らぎ $\sqrt{2}\Phi_{rms}(b_{\text{eff}})$ を 10 度 (rms) 以下にするためには、式 (5.63)、(B.1)、(B.2) を用いて、

$$\sqrt{2}\Phi_{rms}(b_{\text{eff}}) = \sqrt{2} \frac{300}{13 [\text{mm}]} \left(0.17 + \frac{0.01\tau_s}{2} \right)^{\frac{5}{6}} < 10 \quad [\text{deg}]$$

$$\tau_s < 29 \quad [\text{sec}]$$

つまり、30 秒程度の周期でキャリブレーションとターゲット天体を交互に観測しなければならない。

VLBA の場合、1.4-8.4 GHz 付近では、おおむね $\tau_s=300$ sec (ターゲット 180sec、キャリブレーション 120 sec) でスイッチングによる位相補償が成功している。一方、周波数が高くなると対流圏の水蒸気による位相揺らぎが大きくなるため、スイッチングはより高速にしなければならない。VLBA の 15 GHz、22 GHz、

43 GHz 観測では、 τ_s は 120 sec、60 sec、30 sec が推奨されている。一方、電離層による位相揺らぎのモデル化は困難であり、0.33-0.61 GHz の低周波数帯では仰角の異なる 2 天体のスイッチングによる位相補償観測には成功していない。しかし、低周波数帯では素子アンテナの主ビームが大きくなるため、同一ビーム内にターゲットとキャリブレータを入れて同時観測を行うインビームでの位相補償は可能である。VLBA での位相補償については、Wrobel et al. (2000) に観測計画立案の方法がまとめてあり、その他の VLBI でのスイッチング位相補償観測にも参考になる。

Figure 5.7 に VLA で行われた 22 GHz 帯での高速スイッチング観測の有効性について実験した結果を示す。高速スイッチングによる位相補償が成功した場合、得られた位相揺らぎは有効基線長 b_{eff} のみによって決まり、実際の基線長 b には依存しないことが分かる。

B.3.3 ペアアンテナ、クラスターアンテナ

ファストスイッチングは、1 つのアンテナで 2 天体を交互に観測する方法であるため、目的天体の観測時間の全観測時間の半分以下となる場合が多い。それに対して、複数のアンテナで 2 天体を同時に観測することで、観測効率を上げる工夫がされているのが、ペアアンテナ、クラスターアンテナによる観測である。

ペアアンテナ、クラスターアンテナでは離角 θ_s の 2 天体を同じ望遠鏡に同時に観測できるため、有効基線長は 2 天体の離角に相当する大気中の実距離 d とアンテナペア間の距離 Δb の和

$$b_{\text{eff}} = d + \Delta b \quad (\text{B.3})$$

のようになり、観測される天体の位相誤差は、 $\sqrt{2}\Phi_{\text{rms}}(b_{\text{eff}})$ 程度と見積もられる。

高速スイッチング同様、ペアアンテナ法、クラスターアンテナ法ともに、位相補償が成功した場合に得られた位相揺らぎは実際の基線長 b には依存せず、ペアアンテナ、あるいはクラスターアンテナ内のアンテナ間隔と天体の離角のみに依存する。また、高速スイッチングとは異なり、積分時間は通常の干渉計観測と同じくコヒーレンス時間程度まで延ばすことが可能なため、キャリブレータの強度や離角に対する制限は高速スイッチング観測ほど厳しくはない。

ただし、ペアアンテナ法、クラスターアンテナ法では、異なるアンテナで位相を測定しているために、天体や大気による位相 (とその揺らぎ) だけでなく、機械的・電氣的に生じる各アンテナごとの装置に起因する位相オフセットやその変動を測定して取り去らなければならない。装置に起因する位相の変動は大気による変動に比べて緩やかなため、おおむね 30 分から 1 時間に 1 回程度、通常の干渉計観測で行うような遅延較正、バンドパス較正、フラックス較正と合わせて全てのアンテナで同じキャリブレータの観測を行うことで較正することが可能である。

ペアアンテナ、クラスターアンテナは、2 台、または複数台のアンテナにより、キャリブレータとターゲット天体を同時に観測する方法である。観測時間のロスは少なくできるものの、ターゲットの観測に使用できるアンテナ数が半減するために uv サンプリングが同じアンテナ数の干渉計に比べて著しく減少すること、あるいはアンテナ数を増加して uv サンプリングを改善する場合にはコストがかかること、アンテナごとの装置に起因する位相差の較正が必要なことがデメリットとなる。VLA や ALMA のような素子数の多いアンテナでは有効な方法と期待される。

B.3.4 2 ビームアンテナ

ペアアンテナ、クラスターアンテナ法をさらに発展させて、1 台のアンテナに複数の受信機を搭載して 2 天体を同時に観測することで観測効率を上げる工夫がされているのが、2 ビームアンテナによる観測である。

2 ビームアンテナは、VERA で初めて採用された方式で、1 つのアンテナに離角 0.3-2.2 度までの任意の 2 天体を同時に追尾できるような受信機を搭載した装置である。2 天体同時観測のため、スイッチング観測とは異なり、天体切り替えの時間ロスもなく、同じ観測時間でも積分時間はスイッチング観測の 2 倍以上を達成できる。

有効基線長は純粋に 2 天体の離角に相当する大気中の実距離 d のみによって決まり、位相揺らぎは $\sqrt{2}\Phi_{rms}(d)$ 程度と見積もられる。例えば、22 GHz 帯 (波長 13 mm) の観測で位相補償が成功する気象条件下では、離角 2.2 度 ($d=0.0374$ km) の天体ペアでの位相揺らぎは

$$\sqrt{2}\Phi_{rms}(d) = \sqrt{2} \frac{300}{13[\text{mm}]} 0.0374^{\frac{5}{6}}$$

$$\sim 2 \text{ [deg]}$$

と見積もられる。ただし、VERA の観測サイトは VLA サイトに比べて気象条件が悪いので、実際には位相揺らぎは 2 度よりも大きいと予想される。また、積分時間はペアアンテナ、クラスターアンテナ同様コヒーレンス時間程度まで延ばすことが可能なため、キャリアレータの強度に対する制限は高速スイッチング観測ほど厳しくはない。ただし、装置の仕様により、キャリアレータは離角 0.3-2.2 度までの範囲になければならない。また、2 つの受信機、伝送系で 2 天体を観測しているため、2 ビーム間の位相差を校正するための装置が必要となっている。この 2 ビーム間位相校正装置については、概略を Figure 6.12 に示した。2 ビーム間位相校正については手法が確立し、Figure B.2 に示した 22GHz 帯での離角 0.65 度の天体ペアの観測で、2 ビーム位相差の測定精度は 8 度 (rms) 程度まで追い込まれている。

2 ビームアンテナは、位置天文学という目的に特化した VERA 独自の方法であるため、アンテナは通常の電波望遠鏡に比べて極めて特殊なものである。そのため、コストが高いこと、他の VLBI ネットワークとの組み合わせが困難なこと (全く同じ観測手法は採用できない)、受信機を光軸上の焦点位置からずらして配置しなければならないために開口率がさがること、などのデメリットもある。

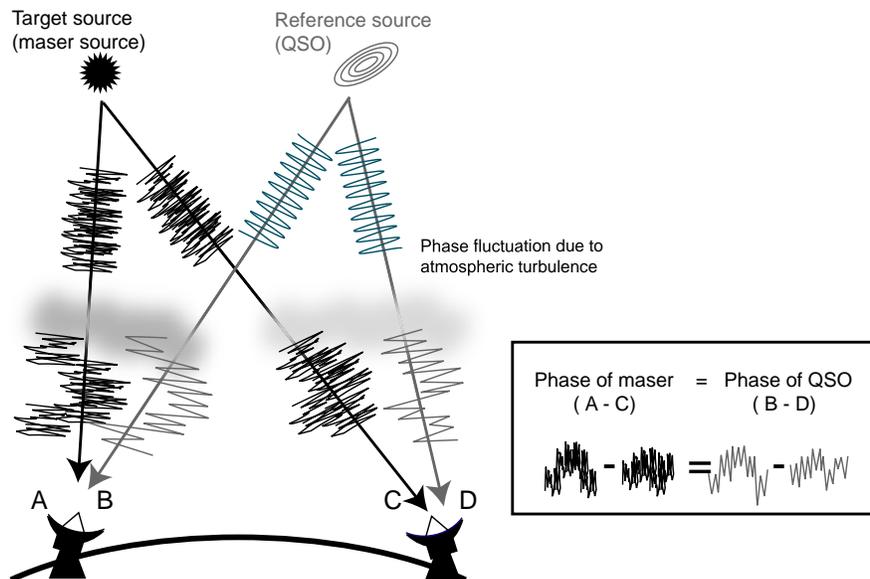


Figure B.1: 2 ビーム相対 VLBI の原理。2 つの受信機で同時に近接するターゲット天体と参照電波源を観測し、それぞれの位相の差をとることで相対的な位相差、つまり相対位置を決定する。

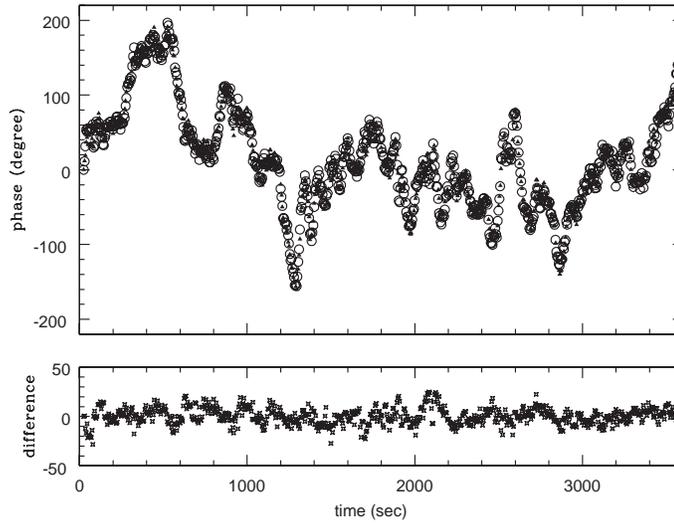


Figure B.2: 2 ビーム相対 VLBI の結果 (Honma et al. 2003)。(上) メーザー源 W49N と OH43.8-0.1(離角 0.65 度) の H₂O メーザーのフリッジ位相。○ は W49N、● は OH43.8-0.1 の測定値。大気の影響で位相が大きく変動している様子が分かる。(下) 2 天体のフリッジ位相の差。位相差の変動は 8 度 (rms) まで抑えられている。

B.3.5 水蒸気ラジオメータ (WVR)

以上の方法は、実際にキャリブレーションとターゲット天体の間で共通の大気による位相揺らぎを較正するという測定方法である。一方、位相揺らぎの原因となる水蒸気量をなんらかの方法で測定し、位相揺らぎを推定するという方法も開発されている。そのうちのひとつが、水蒸気ラジオメータ (Water Vapor Radiometer、WVR) 法である。これは、ラジオメータによって空の輝度温度を測定し、大気モデルを考慮した輻射輸送の方程式を解くことで大気中の水蒸気の光学的厚みを求め、水蒸気量を測定するという手法である。すでに 5.2 章で述べたように、水蒸気量と位相は式 (5.60) のような関係がある。また、水蒸気量は大気中の光学的厚みと線型関係があり、

$$\tau_{total} = A_{\nu}w_0 + A_{\nu}w_{rms} + B_{\nu} \quad (\text{B.4})$$

のような関係が成り立つ。経験的な関係式として、例えば 225 GHz 帯では Chapter 5 の式 (5.8) が知られている。 τ_{total} は大気的光学的厚み、第 1 項と第 2 項は水蒸気による光学的厚みの寄与で、それぞれ時間変動しない (static) 成分、時間変動する (dynamic) 成分を意味する。つまり、 A_{ν} は可降水量あたりの光学的厚みで、 w_0 、 w_{rms} はそれぞれ可降水量とその時間変化する成分を表す。また、第 3 項は乾燥大気からの寄与で、 B_{ν} は乾燥大気 (酸素など) の光学的厚みを意味する。光学的厚みの時間変動しない成分 τ_0 と変動する成分 τ_{rms} を分けて書くと、

$$\tau_{total} = \tau_0 + \tau_{rms} \quad (\text{B.5})$$

$$\tau_0 = A_{\nu}w_0 + B_{\nu} \quad (\text{B.6})$$

$$\tau_{rms} = A_{\nu}w_{rms} \quad (\text{B.7})$$

のように書き直すことができる。光学的厚みは、5.2 章で説明した方法でシステム雑音と共に求めることが可能である。大気を観測した時の輝度温度は、式 (5.14) のように表されるため、式 (5.14) に式 (B.5) を代

入して、

$$\begin{aligned}
 T(\tau_{total}) &= T_{cmb}e^{-\tau_{total}} + T_{atm}(1 - e^{-\tau_{total}}) \\
 &= T_{cmb}e^{-\tau_{total}} + T_{atm}(1 - e^{-\tau_0}) + T_{atm}(1 - e^{-\tau_{rms}}) \\
 &\sim T_{atm}(1 - e^{-\tau_0}) + T_{atm}e^{-\tau_0}\tau_{rms}
 \end{aligned}
 \tag{B.8}$$

が得られる。簡単のため、宇宙背景放射の寄与は、大気の放射に比べて小さいとして無視している。式 (B.8) の右辺第 2 項

$$T_{rms}(\tau_{rms}) = T_{atm}e^{-\tau_0}\tau_{rms} \tag{B.9}$$

は、輝度温度の時間変動する成分 $T_{rms}(\tau_{rms})$ のように定義できる。式 (B.9) のように、輝度温度の変動から大気の光学的厚みの変動を推定し、式 (B.7)、(5.60) などの関係式を用いて、位相揺らぎを求めることが可能になる。実際の測定方法や解析方法については、Carilli & Holdaway (1999)、Sutton & Hueckstaedt (1996)、Wiedner et al. (2001)、Thompson et al. (2001)、およびこれらの参考文献が詳しい。ラジオメータ法によって大気中の水蒸気量を推定する方法は、電波望遠鏡で分子雲の分子スペクトル線を観測し、励起温度を仮定（または 2 輝線観測によって決定）することで光学的厚みを求め、分子の柱密度に換算するという方法と基本的には同じ考え方である。

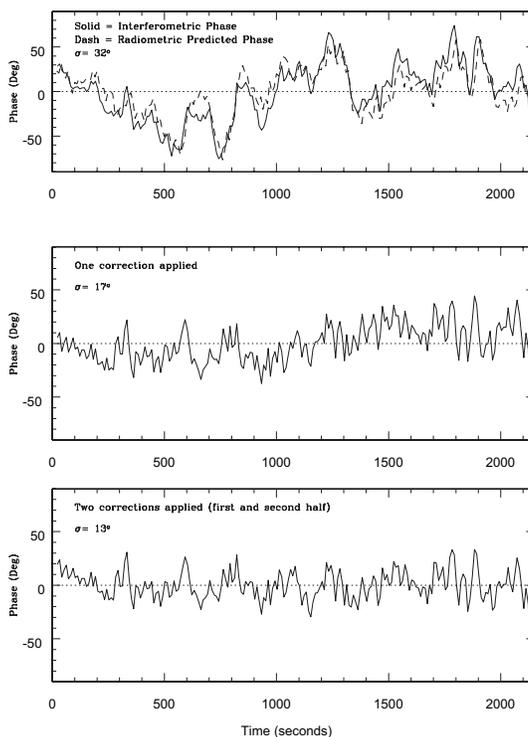


Figure B.3: 水蒸気ラジオメータ測定例 (Carilli & Holdaway 1999)。(上) 点線は VLA(ベースライン 3 km) の 22 GHz 帯で測定された 3C84 の位相。実線は 22 GHz 帯のシステム雑音から推定された位相。(中) 干渉計で測定された位相とシステム雑音から推定された位相の差。全時間で同じスケールリングファクターを使用。(下) 中段の図と同様。ただし、観測前半と後半で異なるスケールリングファクターを使用。

初期の WVR 法では、連続波観測を行っていたが、連続波観測の場合は位相揺らぎには寄与しない雲(液層成分)からの放射も含めているという問題点があった。そのため、最近では雲の影響が少ない 22 GHz

帯 ($6_{16-5_{23}}$) や 183 GHz ($3_{13-2_{20}}$) の水分子の回転スペクトル付近での測定方法が開発されている。183 GHz の輝線の方が 22 GHz に少ない水蒸気量で強い放射を出すため、ALMA のような乾燥したサイトでは 183 GHz の観測が有利と考えられている。そこで、ALMA では本運用での実用化を目指した開発が進められている。光路長誤差は主にラジオメータの出力揺らぎ (装置雑音、ゲイン変動) で制限されているが、これまでのところ $60\mu\text{m}$ 程度の精度で光路長揺らぎを補正したという報告がある (Wiedner et al. 2001)。

WVR 法では、干渉計素子アンテナは通常の観測どおりにターゲット天体だけを観測すればよく、観測時間をロスすることが全くなくなる。また、装置自身も比較的安価でできるため、多数のアンテナにラジオメータを設置することも現実的といえる。一方で、WVR 法は開発途上の方法であり、ラジオメータ出力から水蒸気量へ変換する際の精度の検証は今後の課題となっている。例えば、ラジオメータによる測定では、水蒸気が存在する高度での気温や気圧などの気象データが必要になること、これらの気象データによって水蒸気からの輝線のプロファイルが変化するため、複数チャンネルでの分光観測によってラインプロファイルを決定する必要もある。

References

- [1] Carilli, C. P. & Holdaway, M. A. 1999, MMA memo 262
- [2] Honma, M. et al. 2003, PASJ, 55, L57
- [3] Sutton, E. C. & Hueckstaedt, R. M. 1996, A&AS, 119, 559
- [4] Thompson, A. R., Moran, J. M., & Swenson Jr, G. W. 2001, Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy Second Edition, (New York: John Wiley & Sons)
- [5] Wiedner, M. C., Carlstrom, J. E., & Lay, O. P. 2001, ApJ, 553, 1036
- [6] Wrobel, J. M., Walker, R. C., & Benson, J. M. 2000, VLBA Scientific Memorandum 24

Appendix C

宇宙偏波天文学

浅田圭一

C.1 人はなぜ偏波観測をするのか？

“データの較正プロセスを経ずに観測したらすぐに画像が得られたらどんなに研究がしやすいだろうか”と思うことが多々ある。だが現状はそんなに甘くない。一方で、干渉計を使って研究をする観測天文学者にとって、すでにオープンユースとなっている干渉計でとったデータの較正はできてもなんにもすぐくないけど、できなければ話にならないものである。それができるからといって、特殊なスキルが身に付いているとか、誰かに褒めてもらえるとか、職が見つかる、というわけではないが、このスキルがないと研究自体を進めることが難しい。初めてリダクションを行う時はそれなりに感動もあるし楽しいものだが、慣れて来るに従って面倒くさいものになっていく。通常のノミナル観測に加えて、さらにいくらかの較正プロセスが必要となる偏波観測は正直言ってより面倒くさい。朝起きたら天体の偏波イメージができていたらどんなにステキで神様に感謝するだろうと思ったことが多々ある。

こんなに面倒くさい思いをしてまで偏波観測をするのに理由はあるのだろうか？答えは当然あるである。偏波観測をしなければ得られない魅力も多々あるし、装置によってはしななければならない理由があることもある。偏波観測で行うことのできる魅力的な観測の例として磁場の観測があげられる。電波を放射する電子の運動の方向は磁場によりなんらかの規制されるため、磁場の方向と電子の加速度の方向とは概ね関係があるものである。例えばシンクロトロン放射をする電子の場合には、光学的に薄い領域では磁場の向きと偏波の向きとが垂直になっているため、偏波の向きを測ることによって磁場の向きを推定することができる。また磁場の向きとのスピンの向きとの関係で放射されるラインのエネルギーの縮退がほどけるゼーマン効果では、系全体で見てスピンが保存しなければならないために、磁場と電子のスピンの関係と円偏波の向きとに関係がでてくる。その他にもダストで散乱された電波の直線偏波や、ジャイロシンクロトロンからの円偏波等、偏波はさまざまな放射過程と関係しており、偏波の観測をすることによって、輝度の観測では縮退してしまっている物理量の結合をほどこくなど、輝度の観測からわかること以上の情報を得ることができる。アイデア次第では物理現象の神髄にせまることもできるかもしれない。一方で天体からの信号を直線偏波で受信する干渉計を用いて高いダイナミックレンジの観測を行いたい場合には、天体の偏波成分に興味があるかないかを別にして偏波の較正を行わなければならない。そこでこの章では干渉計を用いた偏波観測の基礎に関して述べることにする。

C.2 偏波観測の手法

C.2.1 偏波とストークスパラメータ

電磁波が 100 % 完全に偏波しているときには、その電磁波の偏波特性を記述するためには 3 つのパラメータが必要になる。最も直感的にわかりやすい記述方法は、電波源から伝搬してくる方向に対して垂直な 2 つの方向に分解される電場の成分 E_x と E_y を、電場の振幅 $\epsilon_x(t)$ 、 $\epsilon_y(t)$ とその 2 つの独立な波の間の位相差 ϕ を用いて表す方法で、周波数が ν の電波に対しては以下のように表される。

$$\begin{aligned} E_x &= \epsilon_x(t) \cos(2\pi\nu t) \\ E_y &= \epsilon_x(t) \cos(2\pi\nu t + \phi) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

ここで $\epsilon_x(t)$ と $\epsilon_y(t)$ の振幅が等しく、位相が $\pm 90^\circ$ ズレていれば、Figure C.1 の (a)、(b) の様に、電場の振動面が回転しながら伝播していく円偏波となり、 $\epsilon_x(t)$ 、 $\epsilon_y(t)$ のいずれかが 0 の場合、もしくはの振幅が等しく、位相差が 0° 、もしくは 180° の場合は、Figure C.1 の (c) の様に電場のある一つの面内で振動

しながら伝播する直線偏波となる。より一般には、式 (C.1) は Figure C.1 の (d) のような楕円形に振動しながら伝播する電場を表している。

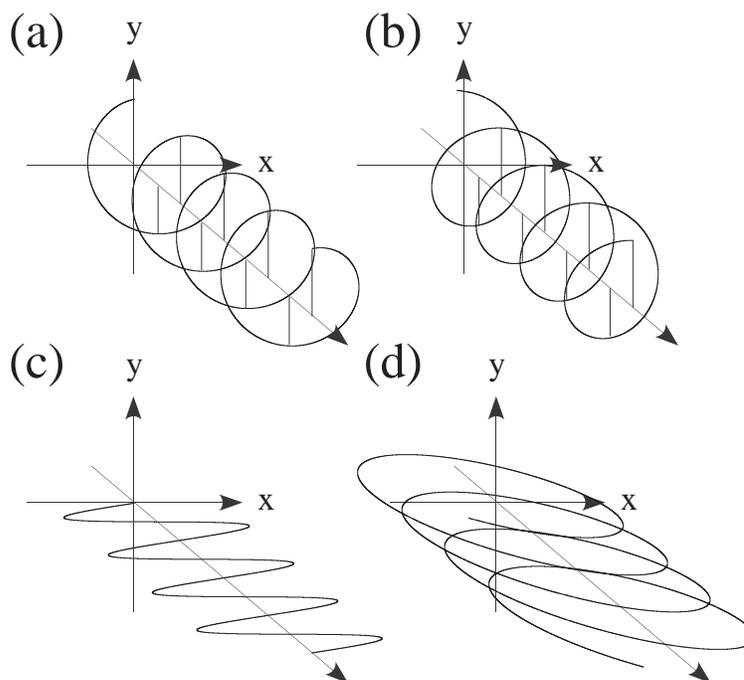


Figure C.1: 偏波の種類。(a)(b) 円偏波、(c) 直線偏波、(d) 楕円偏波。

しかし実際には天体からの電波が 100 % 完全に偏波していることはないために、電波の偏波特性を完全に記述するためには、伝播してくる電波全体のうちどれくらいの電波が偏波しているかを記述するためにもう 1 つのパラメータ、偏波率 m_t 、が必要となるため、4 つのパラメータが必要となる。というわけで、直交する 2 つの電場の振幅 $\epsilon_m(t)$ 、 $\epsilon_n(t)$ とその 2 つの独立な波の間の位相差 ϕ 、と偏波率 m_t を用いることにより、電波の偏波特性を完全に記述することができる。しかしながら電場の振幅 $\epsilon_m(t)$ 、 $\epsilon_n(t)$ とその 2 つの独立な波の間の位相差 ϕ を直接求めるという観測は難易度が高く、現在干渉計を用いた偏波観測において行われていない。それに変わるほとんど一般的に用いられる偏波の測定方法は、1852 年にジョージ・ストークス卿によって導入された 4 つのパラメータセット (ストークス・パラメータ) を用いる方法である。式 (C.1) で表された偏波特性をストークス・パラメータを用いて記述すると式 (C.2) のように表される。この関係の導出は様々な電磁気学の教科書の中に記述されているのでここでは割愛する。

$$\begin{aligned}
 I &= \langle \epsilon_x(t)^2 \rangle + \langle \epsilon_y(t)^2 \rangle \\
 Q &= \langle \epsilon_x(t)^2 \rangle - \langle \epsilon_y(t)^2 \rangle \\
 U &= 2 \langle \epsilon_x(t)\epsilon_y(t) \cos(\delta_x(t) - \delta_y(t)) \rangle \\
 V &= 2 \langle \epsilon_x(t)\epsilon_y(t) \sin(\delta_x(t) - \delta_y(t)) \rangle
 \end{aligned}
 \tag{C.2}$$

ここにブラケットは期待値、もしくは時間平均を表し、この平均は電波天文学において我々は時間に対してランダムに変化する場を扱うので必要である。この 4 つのパラメータについて、I は電磁波の総強度

を、 Q と U は直線偏波成分を、 V は円偏波成分を表す。したがって I は常に正の値をとるが、 Q 、 U 、 V は負の値もとれる。次節に示すように、一般的な場合、干渉計の応答はこれらストークス・パラメータの線形結合で表される。よっていくつかの応答する偏波特性が異なった状態で観測を行うことによって、複数の異なった偏波特性に応答する出力を得ることができ、それらの組み合わせによって4つのパラメータを切り分けることが可能となり、天体の偏波成分のマッピングが可能となる。また、ストークス・パラメータは式 (C.3) のようにもっと直接的な物理解釈による偏波の測定量に変換できる。

$$\begin{aligned}
 m_l &= \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} \\
 m_v &= \frac{|V|}{I} \\
 m_t &= \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \\
 \chi &= \frac{1}{2} \arctan \frac{U}{Q}
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

ここに、 m_l 、 m_v 、 m_t はそれぞれ直線偏波率、円偏波率、総偏波率で、 χ は直線偏波の偏波角である。単色の信号については、 $m_t = 1$ で、偏波は3つのパラメータのみで完全に記述でき、天体起源の信号のような雑音の場合には、 $m_t \leq 1$ で、4つのパラメータすべてが必要である。干渉計を用いた偏波観測において偏波を記述する際に電場の振幅 $\epsilon_x(t)$ 、 $\epsilon_y(t)$ とその2つの独立な波の間の位相差 ϕ ではなく、ストークス・パラメータが用いられる最大の理由は、それら4つがすべてフラックス密度もしくは輝度の次元を持つため測定がしやすいことと、電場の場合と同じ法則にのっとって伝搬するから扱いが楽であるからである。またストークス・パラメータは独立な波に対して加法的に組み合わせることができる。ここでよく間違えるので注意して頂きたいことは、偏波角 χ を求める際には、観測値 Q 、 U の符号にも意味があるということである。つまり横軸 Q 、縦軸 U で観測値をプロットした際に、観測値が第1象限にあれば、 χ は 0° から 45° の値をもち、第2象限にあれば、 χ は 45° から 90° 、第3象限にあれば、 χ は 90° から 135° 、第4象限にあれば、 χ は 135° から 180° の値を持つ。というわけで、偏波角は π の不定性を持つ。

C.2.2 ストークスパラメータと干渉計出力

いよいよ干渉計出力とストークスパラメータの関係を考える。この関係を理解することが偏波観測の原理を理解することと等しい。だが干渉計応答を考える前にアンテナフィールド (アンテナからフロントエンドまでを含めた、入力された天体信号に対しての応答を示すもの) においてどのように電磁波を受信しているかを考える必要がある。今 Figure C.2 (a) で表されるような、天の北に対して ψ だけ傾いた方向 x' に感度 $\cos \chi$ 、天の東に対して ψ だけ傾いた方向 y' に感度 $\sin \chi$ の応答を持つフィールドで電波を受信することを考える。このフィールドの等価モデルは Figure C.2 (b) のように表され、受信された信号は x' 方向には振幅が $\cos \chi$ 倍、 y' 方向には $\sin \chi$ 倍される。また、 y' 方向の受信される信号には $\pi/2$ の位相遅れが付加される。というわけで、 x' 、 y' 方向の任意の信号 $E_{x'}(t)$ 、 $E_{y'}(t)$ は式 (C.4) のような形で受信される。

$$V' = E_{x'}(t) \cos \chi - j E_{y'}(t) \sin \chi \tag{C.4}$$

天文学では、天の北の方向を x 、東の方向を y と定義することが多いので、式 (C.5) 表される様な、この定義に従った記述方式で表される任意の電波を受信することを考え、式 (C.4) を一般化する。

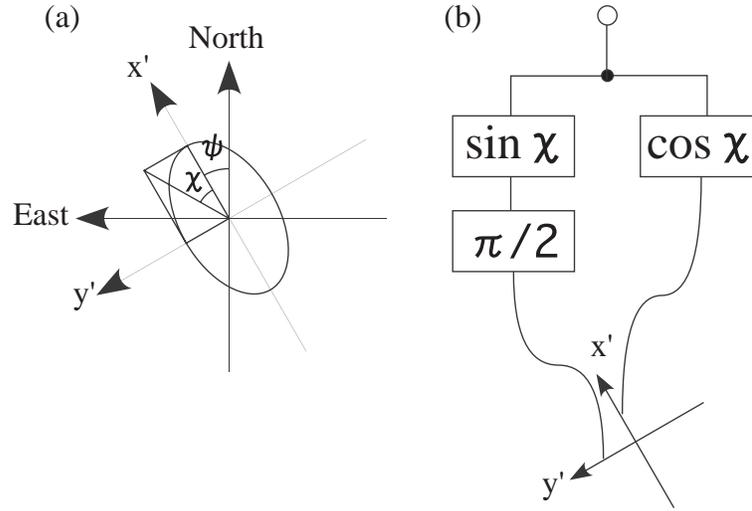


Figure C.2: アンテナフィードの等価モデル。

$$\begin{aligned} E_x(t) &= \epsilon_x(t)e^{j[2\pi\nu t + \delta_x(t)]} \\ E_y(t) &= \epsilon_y(t)e^{j[2\pi\nu t + \delta_y(t)]} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

今我々の観測装置の定義する任意の軸 x', y' と天文学で広く定義される軸 x, y との間には ψ (parallactic angle と呼び、フィードが天の北極に対して何度傾いているかを表すパラメータ) だけ設置角度が異なっている。よって両者の関係は ψ 回転により結びつけることが可能で、 x, y 方向に一般化された任意の信号 $E_x(t)$ 、 $E_y(t)$ に ψ の回転行列を演算することにより、式 (C.6) で表されるような x', y' 方向での任意の信号を得ることができる。ここで式 (C.6) を式 (C.4) に代入することにより、一つのアンテナでの受信される信号の出力の一般形を得ることができる。

$$\begin{aligned} E_{x'}(t) &= [\epsilon_x(t)e^{j\delta_x(t)} \cos \psi + \epsilon_y(t)e^{j\delta_y(t)} \sin \psi]e^{j2\pi\nu t} \\ E_{y'}(t) &= [-\epsilon_x(t)e^{j\delta_x(t)} \sin \psi + \epsilon_y(t)e^{j\delta_y(t)} \cos \psi]e^{j2\pi\nu t} \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

干渉計の相互相関出力は、二つの異なるフィードで受信した信号の積を時間で平均することで与えられるので、フィード m, n での受信信号 V_m 、 V_n を用いて相互相関出力を計算すると (導出方法は付録 (c.1) を参照)、式 (C.7) のようになる。

$$\begin{aligned} r_{mn} &= \frac{1}{2}G_{mn}[\mathbf{I} [\cos(\psi_m - \psi_n) \cos(\chi_m - \chi_n) + j \sin(\psi_m - \psi_n) \sin(\chi_m + \chi_n)] \\ &+ \mathbf{Q} [\cos(\psi_m + \psi_n) \cos(\chi_m + \chi_n) + j \sin(\psi_m + \psi_n) \sin(\chi_m - \chi_n)] \\ &+ \mathbf{U} [\sin(\psi_m + \psi_n) \cos(\chi_m + \chi_n) - j \cos(\psi_m + \psi_n) \sin(\chi_m - \chi_n)] \\ &- \mathbf{V} [\cos(\psi_m - \psi_n) \sin(\chi_m + \chi_n) + j \sin(\psi_m - \psi_n) \cos(\chi_m - \chi_n)]] \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

この式 (C.7) が干渉計を用いた偏波観測の神髄で、これさえ理解すればわかったも同然である。この式からわかるようにストークスパラメータ I 、 Q 、 U 、 V は、フィードの楕円特性 χ_m 、 χ_n とフィードの設置

の位置角 ψ_m 、 ψ_n に依存した形で求めることができることがわかる。実際には、この χ_m 、 χ_n 、 ψ_m 、 ψ_n の値を工夫することにより、より簡単にストークスパラメータを測定できるようにする努力がなされており、現状の干渉計では2つの直交する円もしくは直線偏波を受信するようにフィードが設計されている。以降の節ではこれらの場合について考えていく。

C.2.3 理想的両円偏波受信フィードの場合

アンテナが円偏波を受信するように設計されている場合、フィードの特性は、右周り偏波については $\chi = -\pi/4$ 、左周り偏波については $\chi = \pi/4$ 、である。偏波観測を行うことを視野に入れて設計されている干渉計では、一つのアンテナで右周り、左回りどちらの波も受信して、それぞれについて相関をとるために、計4本の相関出力(右回り×右回り、右回り×左回り、左回り×右回り、左回り×左回り)を得ることができる。今、 $\psi_{right} = \psi_m$ 、 $\psi_{left} = \psi_{right} + \pi/2$ ととると、干渉計出力は以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} r_{LL}/\frac{1}{2}G_{LL} \\ r_{LR}/\frac{1}{2}G_{LR} \\ r_{RL}/\frac{1}{2}G_{RL} \\ r_{RR}/\frac{1}{2}G_{RR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -je^{-j2\psi_m} & e^{-j2\psi_m} & 0 \\ 0 & -je^{j2\psi_m} & e^{j2\psi_m} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (C.8)$$

というわけで、 r_{LL} からは $I+V$ を、 r_{RR} からは $I-V$ を得ることができ、これらの和および差から、 I 、 V を得ることができる。天体からの円偏波は非常に微弱で 0.2 % 以下である場合には、 V を無視して $2r_{LL} = I$ 、 $2r_{RR} = I$ としたりすることがある。一方で r_{LR} 、 r_{RL} からは $-jQe^{-j2\psi_m} + Ue^{-j2\psi_m}$ 、 $-jQe^{j2\psi_m} + Ue^{j2\psi_m}$ を得ることができ、これらの出力の和および差から Q 、 U を得ることができる。このように両円偏波を受信する場合には、偏波の直線成分である Q 、 U を I とは独立に測定することができる。一方で次節に示すが、直交する2つの直線偏波を受信する際には、 Q 、 U を I とは独立に測定することができない。一般に天体の直線偏波成分は大きくても 10 % 程度であり、微弱な Q 、 U を検出することによってなされる直線偏波の観測では、 I と Q 、 U が同一の観測方程式内に表れない方が測定しやすいために2つの直交する円偏波を受信する方式の方が向いている。そのため Conway & Kronberg (1967) によって使用されて以来、干渉計を用いた偏波観測において現在までに最も一般的に用いられている方式であり、VLA や VLBA などにおいてこの方式が採用されている。

C.2.4 理想的両直線偏波受信フィードの場合

次に、アンテナで2つの直交する直線偏波を受信する場合を考える。直線偏波を受信する際には、 $\chi = 0$ なので、式 (C.7) は

$$r_{mn} = \frac{1}{2}G_{mn}[\mathbf{I} \cos(\psi_m - \psi_n) + \mathbf{Q} \cos(\psi_m + \psi_n) + \mathbf{U} \sin(\psi_m + \psi_n) - j \mathbf{V} \sin(\psi_m - \psi_n)] \quad (C.9)$$

となる。今、直交する2軸をそれぞれ p, q として、 p が Figure C.2 の x' 軸、 q が Figure C.2 の y' 軸に一致するようにとると、 p 、 q の位置角はそれぞれ ψ_m 、 $\psi_m + \pi/2$ となる。よって、円偏波の時と同様に4本の相関関数が得られて、それらは以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} r_{pp}/\frac{1}{2}G_{pp} \\ r_{pq}/\frac{1}{2}G_{pq} \\ r_{qp}/\frac{1}{2}G_{qp} \\ r_{qq}/\frac{1}{2}G_{qq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cos(2\psi_m) & \sin(2\psi_m) & 0 \\ 0 & -\sin(2\psi_m) & \cos(2\psi_m) & j \\ 0 & -\sin(2\psi_m) & \cos(2\psi_m) & -j \\ 1 & -\cos(2\psi_m) & -\sin(2\psi_m) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (C.10)$$

よって、 r_{pp} からは $\mathbf{I} + \mathbf{Q} \cos(2\psi_m) + \mathbf{U} \sin(2\psi_m)$ を、 r_{qq} からは $\mathbf{I} - \mathbf{Q} \cos(2\psi_m) - \mathbf{U} \sin(2\psi_m)$ を得ることができ、これらの和から \mathbf{I} を得ることができる。両円偏波で受信する場合には、 \mathbf{V} が \mathbf{I} に比べて 1% 以下と十分に小さいことが多く、 \mathbf{V} を無視し $2r_{LL} = \mathbf{I}$ 、 $2r_{RR} = \mathbf{I}$ とすることができたが、 \mathbf{Q} 、 \mathbf{U} は \mathbf{I} の 10% 程度になる場合も多いので、正確な \mathbf{I} つまり天体の正確な輝度分布を得たい場合にはいくら偏波特性に興味が無くても天体の偏波特性も求めなければならない。また偏波の直線成分である \mathbf{Q} 、 \mathbf{U} を測定するためには、 r_{pp} 、 r_{pq} 、 r_{qp} 、 r_{qq} の 4 本の相関関数を得る必要があり、しかも微弱な \mathbf{Q} 、 \mathbf{U} が大きな \mathbf{I} と同一の式に出てくるために注意深い解析が必要となる。このように 2 つの直交する直線偏波を受信する場合は偏波観測をすることのみを考えると損をすることが多いが、一方で、2 つの円偏波を受信する際に必要となり、観測帯域を激しく制限する円偏波変換機が不必要となる。円偏波を受信することによって起る、観測帯域の制限は直ぐさま感度の低下に結びつき、この影響は復元不可能であるが、直線偏波を受信することによって起る後処理の複雑化は、観測後の人間の努力によって復元可能なので最近の結合型干渉計では直線偏波方式が採用されることも多い (VLBI を除く: VLBI の様な超長基線の場合、複数のアンテナで、どの天体を観測した際にも parallactic angle を揃えることは不可能なので、VLBI 観測の際には一般に円偏波受信が用いられる)。WBRT や ATCA などにおいては、現在この方式が採用されており、ALMA でもこの方式で検討が進められている。

C.3 現実的な干渉計での問題点

C.3.1 Orientation Model と D-term 近似

前節では装置の特性である ψ_m 、 ψ_n 、 χ_m 、 χ_n にある理想化した特殊な条件を課したときに、特定のストークス・パラメータの成分が 0 になることを利用して理想的な場合での干渉計出力を求めてきた。このように導いてきた直線偏波アンテナと円偏波アンテナの様々な組合せによる干渉計出力は受信するフィードが完全な直線偏波もしくは円偏波に応答すること、直線フィードの位置角が完全に決定していること、という仮定のもと導かれたものである。しかしながら現実的にはそんなことは装置を作る上で不可能で、それらの理想的な場合からのズレが誤差として干渉計出力の中に表れる。

例えば、両円偏波を受信した場合の右回り \times 左回りの相関出力を例にとって考える。理想的な場合からのズレを微小項として、 χ 、 ψ の中に含め、 $\chi_R = -\pi/4 + \Delta\chi_R$ 、 $\chi_L = \pi/4 + \Delta\chi_L$ 、 $\psi_R = \psi_m + \Delta\psi_R$ 、 $\psi_L = \psi_m + \pi/2 + \Delta\psi_L$ として、式 (C.7) を計算すると、

$$\begin{aligned}
r_{RL} = & \frac{1}{2} G_{RL} [\mathbf{I} [\sin(\Delta\psi_R - \Delta\psi_L) \sin(\Delta\chi_R - \Delta\chi_L) - j \cos(\Delta\psi_R - \Delta\psi_L) \sin(\Delta\chi_R + \Delta\chi_L)] \\
& + \mathbf{Q} [-\sin(2\psi_m + \Delta\psi_R + \Delta\psi_L) \cos(\Delta\chi_R + \Delta\chi_L) - j \cos(2\psi_m + \Delta\psi_R + \Delta\psi_L) \cos(\Delta\chi_R - \Delta\chi_L)] \\
& + \mathbf{U} [\cos(2\psi_m + \Delta\psi_R + \Delta\psi_L) \cos(\Delta\chi_R + \Delta\chi_L) - j \sin(2\psi_m + \Delta\psi_R + \Delta\psi_L) \cos(\Delta\chi_R - \Delta\chi_L)] \\
& - \mathbf{V} [\sin(\Delta\psi_R - \Delta\psi_L) \sin(\Delta\chi_R + \Delta\chi_L) - j \cos(\Delta\psi_R - \Delta\psi_L) \sin(\Delta\chi_R - \Delta\chi_L)]] \quad (\text{C.11})
\end{aligned}$$

となる。ここで $\Delta\psi \ll 1$ 、 $\Delta\chi \ll 1$ なので、式 (C.11) において微小 Δ の項を一次の項までで展開すると、

$$\begin{aligned}
r_{RL} = & \frac{1}{2} G_{RL} [[-j\mathbf{Q}e^{-2j\psi_m} + \mathbf{U}e^{-2j\psi_m}] \\
& - j(\Delta\chi_R + \Delta\chi_L)\mathbf{I} + (\Delta\psi_R + \Delta\psi_L)\mathbf{Q}e^{2j\psi_m} - j(\Delta\psi_R + \Delta\psi_L)\mathbf{U}e^{2j\psi_m} + j(\Delta\chi_R - \Delta\chi_L)\mathbf{V}] \quad (\text{C.12})
\end{aligned}$$

となる。式 (C.12) 一行目は、理想的なフィードで観測した場合と同一の式となるが、二行目の項に理想フィードからのズレの効果が現れている。今仮に天体が全く偏波していないとした時 ($Q, U, V = 0$)、式 (C.13) は、

$$r_{RL} = \frac{1}{2}G_{RL}[-j(\Delta\chi_R + \Delta\chi_L)\mathbf{I}] \quad (\text{C.13})$$

となり、本来ならば、右回り × 左回りの相関出力中に現われることのない、 \mathbf{I} に比例した信号成分が検出されることとなる。このことは、無偏波天体を観測しているにも関わらず、装置が理想的な場合とは異なるために、天体からの電波に偏波成分が含まれているように見えるということと等価であり、微弱な偏波信号を観測するにはこの較正が重要であることを表している。式 (C.11) ような形で、フィードの偏波特性を議論する形式を Ellipticity-Orientation Model と呼び、Cotton によって定式化された。

しかしながらこの Ellipticity-Orientation Model は \sin 、 \cos が複雑に入り交じった形をしており、実際に $\Delta\psi$ 、 $\Delta\chi$ を較正するには最小自乗フィットを用いるのだが、これら $\Delta\psi$ 、 $\Delta\chi$ が非線形な形で式の中に入っている。一方最近の干渉計は精度よく作られているために、理想フィードからのズレの効果を一次近似したもので評価しても差し障りがない。そこで、式 (C.4) で表される受信された信号を、両円偏波を受信する際には

$$\begin{aligned} V_R'' &= V_R' + D_R V_L' \\ V_L'' &= V_L' + D_L V_R' \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

もしくは、両直線偏波を受信する際には

$$\begin{aligned} V_p'' &= V_p' + D_p V_q' \\ V_q'' &= V_q' + D_q V_p' \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

と近似し、これらフィードの理想からのズレ効果を、受信した信号に観測しているものとは逆の偏波成分が漏れ込んでいと解釈する Linear Feed モデル (D-term モデル) の方が頻繁に用いられる。というわけで、次節からは D-term モデルを用いて、実際に得られる現実的な干渉計出力を考えていく。

C.3.2 現実的両円偏波受信フィードの場合

式 (C.14) のモデル化を基に、 $V_R'' V_R''^*$ 、 $V_R'' V_L''^*$ 、 $V_L'' V_R''^*$ 、 $V_L'' V_L''^*$ を計算していくと

$$\begin{pmatrix} r'_{RR}/\frac{1}{2}g_{Rm}g_{Rn}^* \\ r'_{RL}/\frac{1}{2}g_{Rm}g_{Ln}^* \\ r'_{LR}/\frac{1}{2}g_{Lm}g_{Rn}^* \\ r'_{LL}/\frac{1}{2}g_{Lm}g_{Ln}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & D_{Rm} & D_{Rn}^* & D_{Rm}D_{Rn}^* \\ D_{Rm} & 1 & D_{Rm}D_{Ln}^* & D_{Ln}^* \\ D_{Rn}^* & D_{Lm}D_{Rn}^* & 1 & D_{Lm} \\ D_{Lm}D_{Ln}^* & D_{Lm} & D_{Ln}^* & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{RR} \\ r_{RL} \\ r_{LR} \\ r_{LL} \end{pmatrix} \quad (\text{C.16})$$

を得る。ここに、式 (C.8) の関係を代入すると

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} r'_{RR}/\frac{1}{2}g_{Rm}g_{Rn}^* \\ r'_{RL}/\frac{1}{2}g_{Rm}g_{Ln}^* \\ r'_{LR}/\frac{1}{2}g_{Lm}g_{Rn}^* \\ r'_{LL}/\frac{1}{2}g_{Lm}g_{Ln}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -je^{-j2\psi_m} & e^{-j2\psi_m} & 0 \\ 0 & -je^{j2\psi_m} & e^{j2\psi_m} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} D_{Rm}D_{Rn}^* & -j(D_{Rm}e^{j2\psi_m} + D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m}) & -(D_{Rm}e^{j2\psi_m} - D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m}) & -D_{Rm}D_{Rn}^* \\ D_{Rm} + D_{Ln}^* & -jD_{Rm}D_{Ln}^*e^{j2\psi_m} & -D_{Rm}D_{Ln}^*e^{j2\psi_m} & -D_{Rm} + D_{Rn}^* \\ D_{Lm} + D_{Rn}^* & -jD_{Lm}D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m} & D_{Lm}D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m} & D_{Lm} - D_{Rn}^* \\ D_{Lm}D_{Ln}^* & -j(D_{Lm}e^{-j2\psi_m} + D_{Ln}^*e^{j2\psi_m}) & (D_{Lm}e^{-j2\psi_m} - D_{Ln}^*e^{j2\psi_m}) & D_{Lm}D_{Ln}^* \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} D_{Rm}D_{Rn}^* & -j(D_{Rm}e^{j2\psi_m} + D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m}) & -(D_{Rm}e^{j2\psi_m} - D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m}) & -D_{Rm}D_{Rn}^* \\ D_{Rm} + D_{Ln}^* & -jD_{Rm}D_{Ln}^*e^{j2\psi_m} & -D_{Rm}D_{Ln}^*e^{j2\psi_m} & -D_{Rm} + D_{Rn}^* \\ D_{Lm} + D_{Rn}^* & -jD_{Lm}D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m} & D_{Lm}D_{Rn}^*e^{-j2\psi_m} & D_{Lm} - D_{Rn}^* \\ D_{Lm}D_{Ln}^* & -j(D_{Lm}e^{-j2\psi_m} + D_{Ln}^*e^{j2\psi_m}) & (D_{Lm}e^{-j2\psi_m} - D_{Ln}^*e^{j2\psi_m}) & D_{Lm}D_{Ln}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{C.17}$$

のようになり、現実的なフィードで受信した際の干渉計の応答を得る。この現実的なフィードで受信した際の干渉計の応答では、一行目は理想的なフィードで受信した場合の応答と全く等しいが、2行目に理想的なフィードからのズレの項によって混入する漏れ込みの効果が表れている。なおこの式と Ellipticity-Orientation モデルによって得られる式を比べることにより、D-term の物理的意味合いを明示化することができ、両円偏波受信の際の D-term はフィードの特性を用いて、

$$\begin{aligned}
D_R &= \Delta\chi_R e^{j2\Delta\psi_R} \\
D_L &= \Delta\chi_L e^{-j2\Delta\psi_L}
\end{aligned} \tag{C.18}$$

と表される。

$Q, U, V \leq I$ となる様な偏波フラックスがあまり強くない天体の場合には、 $D_{R,L,m,n} \ll 1$ の関係を利用して、 $D_{R,L,m,n}$ 自乗の項や、 $D_{R,L,m,n} \times Q, U, V$ を落として（この基準は自分が欲しい偏波感度に依存する）、式をより簡略化すると

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} r'_{RR}/\frac{1}{2}g_{Rm}g_{Rn}^* \\ r'_{RL}/\frac{1}{2}g_{Rm}g_{Ln}^* \\ r'_{LR}/\frac{1}{2}g_{Lm}g_{Rn}^* \\ r'_{LL}/\frac{1}{2}g_{Lm}g_{Ln}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -je^{-j2\psi_m} & e^{-j2\psi_m} & 0 \\ 0 & -je^{j2\psi_m} & e^{j2\psi_m} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{Rm} + D_{Ln}^* & 0 & 0 & 0 \\ D_{Lm} + D_{Rn}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{Rm} + D_{Ln}^* & 0 & 0 & 0 \\ D_{Lm} + D_{Rn}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{C.19}$$

のようになる。

C.3.3 現実的両直線偏波受信フィードの場合

両直線偏波で受信する際にも、両円偏波で受信する際と同様に式 (C.15) を用いて、 $V_R''V_R''^*$ 、 $V_R''V_L''^*$ 、 $V_L''V_R''^*$ 、 $V_L''V_L''^*$ を計算していくと4本の干渉計出力を得ることができ、

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} r'_{pp}/\frac{1}{2}g_{pm}g_{pn}^* \\ r'_{pq}/\frac{1}{2}g_{pm}g_{qn}^* \\ r'_{qp}/\frac{1}{2}g_{qm}g_{pn}^* \\ r'_{qq}/\frac{1}{2}g_{qm}g_{qn}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\psi_m & \sin 2\psi_m & 0 \\ 0 & -\sin 2\psi_m & \cos 2\psi_m & j \\ 0 & -\sin 2\psi_m & \cos 2\psi_m & -j \\ 1 & -\cos 2\psi_m & -\sin 2\psi_m & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -(D_{pm} + D_{pn}^*) \sin 2\psi_m & (D_{pm} + D_{pn}^*) \cos 2\psi_m & -j(D_{pm} - D_{pn}^*) \\ (D_{pm} + D_{qn}^*) & -(D_{pm} - D_{qn}^*) \cos 2\psi_m & -(D_{pm} + D_{qn}^*) \sin 2\psi_m & j \\ (D_{qm} + D_{pn}^*) & (D_{qm} - D_{pn}^*) \cos 2\psi_m & (D_{qm} - D_{pn}^*) \sin 2\psi_m & -j \\ 0 & -(D_{qm} + D_{qn}^*) \sin 2\psi_m & (D_{qm} + D_{qn}^*) \cos 2\psi_m & j(D_{qm} - D_{qn}^*) \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \\
& \tag{C.20}
\end{aligned}$$

の様になる。出力の式も両円偏波を受信した場合と同様に、一行目が理想的なフィードを用いて受信した場合の応答と等しく、2行目が理想的フィードからのズレの項を表している。ここでも、両円偏波を受信する際のとおりと同様に、 $D_{R,L,m,n}$ 自乗の項や、 $D_{R,L,m,n} \times Q, U, V$ を落として、式 (C.17) をより簡略化することができ、

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} r'_{pp}/\frac{1}{2}g_{pm}g_{pn}^* \\ r'_{pq}/\frac{1}{2}g_{pm}g_{qn}^* \\ r'_{qp}/\frac{1}{2}g_{qm}g_{pn}^* \\ r'_{qq}/\frac{1}{2}g_{qm}g_{qn}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\psi_m & \sin 2\psi_m & 0 \\ 0 & -\sin 2\psi_m & \cos 2\psi_m & j \\ 0 & -\sin 2\psi_m & \cos 2\psi_m & -j \\ 1 & -\cos 2\psi_m & -\sin 2\psi_m & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ (D_{pm} + D_{qn}^*) & 0 & 0 & 0 \\ (D_{qm} + D_{pn}^*) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \\
& \tag{C.21}
\end{aligned}$$

を得る。また、式 (C.17) と Ellipticity-Orientation モデルによって得られる式とを比べることにより、両直線偏波受信の際の D-term とフィードの特性の関係、

$$\begin{aligned}
D_p & \sim \Delta\psi_p - j\Delta\chi_p \\
D_q & \sim -\Delta\psi_p + j\Delta\chi_q
\end{aligned} \tag{C.22}$$

を得る。

C.4 偏波特性の較正戦略

以上のように、干渉計を用いた偏波観測データの較正の本質は、式 (C.17) および式 (C.20) 中に表れる D-term を補正することにあることを見てきた。一見あまた得られるヴィジビリティの数に比べて、未定数 $D_{L,R,p,q,m,n}$ 、 $\psi_{L,R,p,q,m,n}$ (天体の構造 I, Q, U, V も未定数の場合がある) の数は少なく、簡単に較正が可能に思えるが、式 (C.17) および式 (C.20) の左辺分母にはアンテナゲイン $g_{L,R,p,q,m,n}$ が含まれており当然これも未定数であり、短時間で変動するので較正が必要となる。アンテナゲインと D-term は観測方程式中に積の形で含まれるので、これらを上手く分離していく必要がある。以降前節同様に円偏波受信の場合と直線偏波受信の場合について、較正方法をそれぞれ考えていく。

C.4.1 円偏波受信の場合

式 (C.17) のように、偏波フラックスが強い天体を観測した場合には右回り偏波同士の相関および左周り偏波同士の相関中に D-term が陽に表れるが、式 (C.19) で示したように、偏波フラックスが弱い天体を観測することによって、右回り偏波同士の相関および左周り偏波同士の相関中の D-term の項を落とすことができる。また、天体の円偏波成分 V は微量であることが多く、無視できる場合が多い。その結果右回り偏波同士の相関および左周り偏波同士の相関は、単に

$$\begin{aligned} r'_{RR} &= \frac{1}{2} g_{Rm} g_{Rn}^* \mathbf{I} \\ r'_{LL} &= \frac{1}{2} g_{Lm} g_{Ln}^* \mathbf{I} \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

となり、未定数のアンテナゲインの項は Self-calibration 等通常的手法によって求めることができる。そこで、D-term の較正だが、今天体の直線偏波成分 Q, U も十分に小さく無視しうる場合には、式 (C.19) の直交する偏波同士の相関出力は

$$\begin{aligned} r'_{RL} &= \frac{1}{2} g_{Rm} g_{Ln}^* (D_{Rm} + D_{Ln}^*) \mathbf{I} \\ r'_{LR} &= \frac{1}{2} g_{Lm} g_{Rn}^* (D_{Lm} + D_{Rn}^*) \mathbf{I} \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

となる。複素ヴィジビリティの数はアンテナ数の組み合わせの数 $\times 2$ だけ存在するのに対して、未知数の数 (D-term) はアンテナ数の 2 倍である。よって、アンテナ数が 3 以上ならば、未知数を求めることができ、D-term の影響を較正できる。

一方、天体の直線偏波成分 Q, U は微弱だが無視できない場合には、式 (C.19) の直交する偏波同士の相関出力は

$$\begin{aligned} r'_{RL} &= \frac{1}{2} g_{Rm} g_{Ln}^* [(D_{Rm} + D_{Ln}^*) \mathbf{I} - jQe^{-j2\psi_m} + Ue^{-j2\psi_m}] \\ r'_{LR} &= \frac{1}{2} g_{Lm} g_{Rn}^* [(D_{Lm} + D_{Rn}^*) \mathbf{I} - jQe^{j2\psi_m} + Ue^{j2\psi_m}] \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

となり、D-term の項と天体の偏波成分の項が同一の式内に入ってくる。しかしながら天体の偏波成分の項には $e^{\pm j2\psi_m}$ が入っているが、装置起源の偏波成分を表す項には表れていない。 ψ_m は天の北極に対してフィードがどのようにしているかを表す項で、式 (C.26) で表すように、天体の時角、 h 、赤緯 δ 、望遠鏡の緯度、 λ 、によって時間変化をする。

$$\psi = \arctan\left(\frac{\cos \lambda \sin h}{\sin \lambda \cos \delta - \cos \lambda \sin \delta \cos h}\right) \quad (\text{C.26})$$

天体の偏波成分の構造が単純ならば、複数の parallactic angle (通常 4 スキャンくらい) において観測を行うことにより、D-term と Q, U を分離することが可能であり、天体の偏波での構造 Q, U があらかじめわかっている必要はない。というわけで、円偏波受信の場合の偏波特性の較正は偏波フラックスの弱く、構造が単純な天体を観測することによってなされる。一方天体が複雑な偏波成分での構造を示し、それがあらかじめ既知でない場合には “similarity assumption” と呼ばれる、天体の偏波での構造が輝度での構造とよ

く似ているだろうという仮定が用いられる。著者の見解ではこれは苦肉の策で、用いることをおススメしない。

円偏波受信の際のデータ校正の最後のプロセスは右回り偏波と左回り偏波の間の位相差を決定することである。これは、フィードの前から参照信号を注入して測定する方法も開発中であるが、現状では偏波角のよくわかっている天体を観測することで行われる。式 (C.3) で見たように、観測される偏波角 χ_{obs} は $\frac{1}{2} \arctan \frac{U}{Q}$ で表され、校正天体の偏波角の実測値が χ_{obs} で基準値が χ_{ref} だった場合、右回り偏波と左回り偏波の位相の修正量 ϕ_{RL} は

$$\phi_{RL} = 2\chi_{ref} - 2\chi_{obs} \quad (C.27)$$

で、この修正量分だけ偏波マップをぐるっと回すことによって、最終的な偏波マップを描くことができる。一方で高い周波数に行けば行くほど、また分解能が高くなれば高くなるほど、校正のために使える電波源の数が減っていき、2005年現在では、VLBAの86 GHzではこの問題に直面している。この問題の解決策としては、校正天体の多い低い周波数からの外挿等のテクニックがあるが、苦肉の策である感は否めない。

C.4.2 直線偏波受信の場合

次に直線偏波を受信した場合の校正戦略について考える。筆者自身は直線偏波を受信するような干渉計の偏波データの解析を行ったことが無いのでこの説は全く経験に基づいたものではないのであしからず。

直線偏波受信の場合にも、偏波フラックスが強い天体を観測すれば、式 (C.20) で表されるような複雑なものになるが、偏波フラックス Q, U, V が無視できるほど小さい天体を観測することができれば、互いに平行な偏波成分同士の相関は、

$$\begin{aligned} r'_{pp} &= \frac{1}{2} g_{pm} g_{pn}^* \mathbf{I} \\ r'_{qq} &= \frac{1}{2} g_{qm} g_{qn}^* \mathbf{I} \end{aligned} \quad (C.28)$$

となり、相関出力から Self-Calibration を用いてアンテナゲイン項の校正が可能である。一方で互いに垂直な偏波成分同士の相関は、

$$\begin{aligned} r'_{pq} &= \frac{1}{2} g_{pm} g_{qn}^* (D_{pm} + D_{qn}^*) \mathbf{I} \\ r'_{qp} &= \frac{1}{2} g_{qm} g_{pn}^* (D_{pm} + D_{qn}^*) \mathbf{I} \end{aligned} \quad (C.29)$$

となり、両円偏波を受信した際と同様に、アンテナ数が3以上ならば、ヴィジビリティの数が、D-termの数を上回り、D-termを求めることができる。

一方で、天体の偏波成分が微弱であるが、無視できない場合には、この際互いに平行な成分同士の相関は、

$$\begin{aligned} r'_{pp} &= \frac{1}{2} g_{pm} g_{pn}^* [\mathbf{I} + \mathbf{Q} \cos 2\psi_m + \mathbf{U} \sin \psi_m] \\ r'_{qq} &= \frac{1}{2} g_{qm} g_{qn}^* [\mathbf{I} - \mathbf{Q} \cos 2\psi_m - \mathbf{U} \sin \psi_m] \end{aligned} \quad (C.30)$$

となり、ずいぶん簡単な形になるが、アンテナゲインと天体の偏波特性がカップルしたまま式中に残る。この状態で、 r'_{pp} 、 r'_{qq} に対して強引に Self-Calibration をかけて、アンテナゲイン項を求めると、アンテナゲインの中に $\mathbf{Q} \cos 2\psi_m + \mathbf{U} \sin \psi_m$ に起因した誤差を残す。しかも、天体の構造がほとんどなかったとしても ($\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}, \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = 0$)、 \mathbf{Q}, \mathbf{U} は “parallactic angle” と共に回転していくので、出力中に見た目の時間変化を引き起こす。したがって、直線偏波で受信した際のアンテナゲインの較正は、 $\mathbf{I} (= r'_{pp} + r'_{qq})$ に対して Self-Calibration をかけることによって行われることが多い (円偏波受信をする際にもオススメである)。ただこの際注意が必要なのは、垂直な偏波成分に感度を持つアンテナゲイン間の位相項の差 ($\phi_{pm} - \phi_{qm}$) が 0 でなければ巡回位相に対してある offset を与えるし、時間変化をするようだと巡回位相がいったい何を示しているのかわからなくなる。

この様にアンテナゲイン項の較正ができれば、いよいよ装置の偏波特性の較正が可能になる。弱偏波天体 (円偏波成分は 0 とする ($\mathbf{V} = 0$)) を観測した際の互いに垂直な偏波成分同士の相関は、

$$\begin{aligned} r'_{pq} &= \frac{1}{2} g_{pm} g_{qn}^* [(D_{pm} + D_{qn}^*) \mathbf{I} - \mathbf{Q} \cos 2\psi_m + \mathbf{U} \sin \psi_m] \\ r'_{qp} &= \frac{1}{2} g_{qm} g_{pn}^* [(D_{pm} + D_{qn}^*) \mathbf{I} - \mathbf{Q} \cos 2\psi_m + \mathbf{U} \sin \psi_m] \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

となり、これも円偏波で受信した際と同様に、時間変化しない D-term の項と parallactic angle が時間変化をすることに伴い時間変化する天体の偏波成分起源の信号の和となる。この場合にも、天体の偏波成分の構造が単純ならば、複数の parallactic angle (通常 4 スキャンくらい) において観測を行うことにより、D-term と \mathbf{Q}, \mathbf{U} を分離することが可能であり、天体の偏波での構造 \mathbf{Q}, \mathbf{U} があらかじめわかっている必要はない。というわけで直線偏波受信の場合の偏波特性の較正も、偏波フラックスの弱く構造が単純な天体を観測することによって較正することができる。

C.5 今後の偏波観測法の展望と所見 - まとめの代わりに -

以上の様に、装置の偏波特性の較正は円偏波で受信した際にも、直線偏波で受信した際にも、無偏波の天体を観測する、もしくは弱偏波の天体を観測することにより行われる。ただ最近は人工電波源等により装置の偏波特性を較正する試みも試されつつあり、ATCA では実際に実用化されているらしい。それゆえ、今後はたくさんの天体を見て装置の偏波特性を較正する必要はなくなるかもしれない。しかしながら、この装置の偏波特性の較正自体は必要であるし、較正の際に入力する信号 ($\mathbf{I}, \mathbf{Q}, \mathbf{U}, \mathbf{V}$) が天体起源から人工起源に変わるだけで、物事の本質ではない。というわけで、現状行われている装置の偏波特性の較正方法を勉強しておくことは、将来全くの無駄になることはないと思う。近年オープンユースな干渉計の数が日増しに増えていき、簡単に行うことのできる観測からどんどん行われて、論文化できる研究対象がどんどん減っていている。偏波は較正が複雑な分後回しにされるので、一旗揚げるチャンスが多く残され含まれており、あなたのアイデア一つでいくらでも試せる活躍の場であると思う。

References

- [1] Aaron, S. 1997, EVN Memo #78
- [2] Cotton, W.D. 1993 AJ 106 1241
- [3] Gómez, J. -L., Marscher, A. P., Alberdi, A., Jorstad, S. G., & Agudo, I. 2002, VLBA Scientific Memo No. 30

- [4] Hamaker, J.P., Bregman ,J.D.& Sault, R.J. 1996 A&AS 117 137
- [5] Hamaker, J.P. & Bregman ,J.D. 1996 A&AS 117 161
- [6] Leppanen, K.J. & Zensus, J. A. 1995 AJ 110 2479
- [7] Roberts, D.H., Wardle, J.F.C. & Brown, L.F. 1994 ApJ 427 718
- [8] Sault, R.J., Bregman ,J.D. & Hamaker, J.P. 1996 A&AS 117 149
- [9] Taylor, G. B. & Myers, S. T. 2000, VLBA Scientific Memo No. 26
- [10] Thompson, A. R., Moran, J. M., & Swenson Jr, G. W. 2001, Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy Second Edition, (New York: John Wiley & Sons)

付録 (c.1): 式 (C.7) の導出

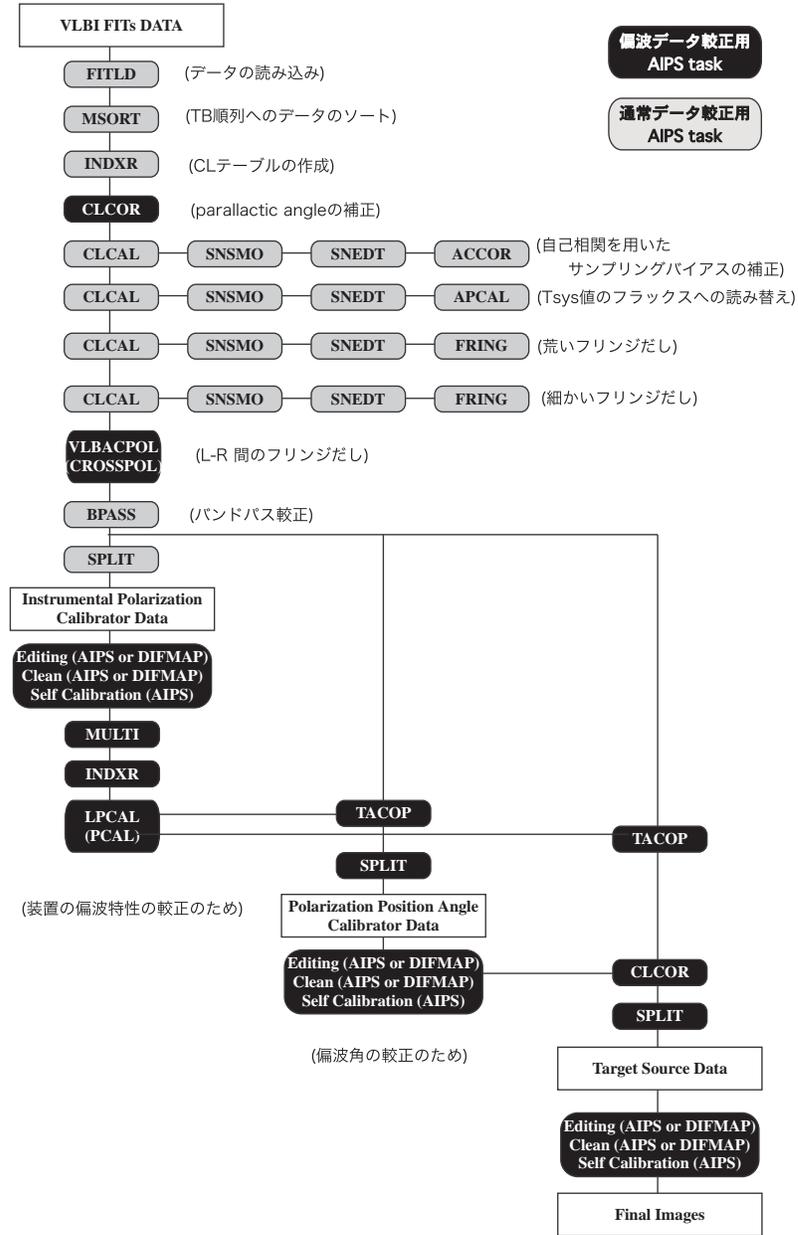
・ ψ 、 χ 、 V' に対する 2 つのアンテナでの指示値は、下添きの m 、 n で表し、相関出力を計算する。

$$\begin{aligned}
 r_{mn} &= G_{mn} \langle V'_m V_n'^* \rangle \\
 &= G_{mn} \langle (\cos \chi_m [\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \cos \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \sin \psi_m] e^{j2\pi\nu t} \\
 &\quad - j \sin \chi_m [-\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \sin \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \cos \psi_m] e^{j2\pi\nu t}) \\
 &\quad (\cos \chi_n [\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \cos \psi_n + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \sin \psi_n] e^{j2\pi\nu t} \\
 &\quad - j \sin \chi_n [-\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \sin \psi_n + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \cos \psi_n] e^{j2\pi\nu t})^* \rangle \\
 &= G_{mn} \langle (\cos \chi_m [\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \cos \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \sin \psi_m] \\
 &\quad - j \sin \chi_m [-\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \sin \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \cos \psi_m]) \\
 &\quad (\cos \chi_n [\epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \cos \psi_n + \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \sin \psi_n] \\
 &\quad + j \sin \chi_n [-\epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \sin \psi_n + \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \cos \psi_n]) \rangle \\
 &= G_{mn} \langle \cos \chi_m \cos \chi_n [\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \cos \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \sin \psi_m] [\epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \cos \psi_n + \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \sin \psi_n] \\
 &\quad + j \cos \chi_m \sin \chi_n [\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \cos \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \sin \psi_m] [-\epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \sin \psi_n + \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \cos \psi_n] \\
 &\quad - j \sin \chi_m \cos \chi_n [-\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \sin \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \cos \psi_m] [\epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \cos \psi_n + \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \sin \psi_n] \\
 &\quad + \sin \chi_m \sin \chi_n [-\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \sin \psi_m + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \cos \psi_m] [-\epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \sin \psi_n + \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \cos \psi_n] \rangle \\
 &= G_{mn} \langle \cos \chi_m \cos \chi_n [\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \cos \psi_m \cos \psi_n + \epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \cos \psi_m \sin \psi_n \\
 &\quad + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \sin \psi_m \cos \psi_n + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \sin \psi_m \sin \psi_n] \\
 &\quad + j \cos \chi_m \sin \chi_n [-\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \cos \psi_m \sin \psi_n + \epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \cos \psi_m \cos \psi_n \\
 &\quad - \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \sin \psi_m \sin \psi_n + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \sin \psi_m \cos \psi_n] \\
 &\quad - j \sin \chi_m \cos \chi_n [-\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \sin \psi_m \cos \psi_n - \epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \sin \psi_m \sin \psi_n \\
 &\quad + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \cos \psi_m \cos \psi_n + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \cos \psi_m \cos \psi_n] \\
 &\quad + \sin \chi_m \sin \chi_n [\epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \sin \psi_m \sin \psi_n - \epsilon_x(t) e^{j\delta_x(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \sin \psi_m \cos \psi_n \\
 &\quad - \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_x(t) e^{-j\delta_x(t)} \cos \psi_m \sin \psi_n + \epsilon_y(t) e^{j\delta_y(t)} \epsilon_y(t) e^{-j\delta_y(t)} \cos \psi_m \cos \psi_n] \rangle
 \end{aligned}$$

・ ストークス・パラメータを ϵ_x 、 ϵ_y 、 δ_x 、 δ_y に代入する。

$$\begin{aligned}
r_{mn} &= \frac{1}{2}G_{mn} < \cos \chi_m \cos \chi_n [(I + Q) \cos \psi_m \cos \psi_n + (U + jV) \cos \psi_m \sin \psi_n \\
&\quad + (U - jV) \sin \psi_m \cos \psi_n + (I - Q) \sin \psi_m \sin \psi_n] \\
&\quad + j \cos \chi_m \sin \chi_n [-(I + Q) \cos \psi_m \sin \psi_n + (U + jV) \cos \psi_m \cos \psi_n \\
&\quad - (U - jV) \sin \psi_m \sin \psi_n + (I - Q) \sin \psi_m \cos \psi_n] \\
&\quad - j \sin \chi_m \cos \chi_n [-(I + Q) \sin \psi_m \cos \psi_n - (U + jV) \sin \psi_m \sin \psi_n \\
&\quad + (U - jV) \cos \psi_m \cos \psi_n + (I - Q) \cos \psi_m \sin \psi_n] \\
&\quad + \sin \chi_m \sin \chi_n [(I + Q) \sin \psi_m \sin \psi_n - (U + jV) \sin \psi_m \cos \psi_n \\
&\quad - (U - jV) \cos \psi_m \sin \psi_n + (I - Q) \cos \psi_m \cos \psi_n] > \\
&= \frac{1}{2}G_{mn} < I((\cos \psi_m \cos \psi_n + \sin \psi_m \sin \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n + j(-\cos \psi_m \sin \psi_n + \sin \psi_m \cos \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad - j(-\sin \psi_m \cos \psi_n + \cos \psi_m \sin \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n + (\sin \psi_m \sin \psi_n + \cos \psi_m \cos \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + Q((\cos \psi_m \cos \psi_n - \sin \psi_m \sin \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n + j(-\cos \psi_m \sin \psi_n - \sin \psi_m \cos \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad - j(-\sin \psi_m \cos \psi_n - \cos \psi_m \sin \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n + (\sin \psi_m \sin \psi_n - \cos \psi_m \cos \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + U((\cos \psi_m \sin \psi_n + \sin \psi_m \cos \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n + j(\cos \psi_m \cos \psi_n - \sin \psi_m \sin \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad - j(-\sin \psi_m \sin \psi_n + \cos \psi_m \cos \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n + (-\sin \psi_m \cos \psi_n - \cos \psi_m \sin \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + V((j \cos \psi_m \sin \psi_n - j \sin \psi_m \cos \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n + j(j \cos \psi_m \cos \psi_n + j \sin \psi_m \sin \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad - j(-j \sin \psi_m \sin \psi_n - j \cos \psi_m \cos \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n + (-j \sin \psi_m \cos \psi_n + j \cos \psi_m \sin \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n > \\
&= \frac{1}{2}G_{mn} < I(\cos(\psi_m - \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n + j \sin(\psi_m - \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + j \sin(\psi_m - \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n + \cos(\psi_m - \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + Q(\cos(\psi_m + \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n - j \sin(\psi_m + \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + j \sin(\psi_m + \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n - \cos(\psi_m + \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + U(\sin(\psi_m + \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n + j \cos(\psi_m + \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad - j \cos(\psi_m + \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n - \sin(\psi_m + \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad + V(-j \sin(\psi_m - \psi_n) \cos \chi_m \cos \chi_n - \cos(\psi_m - \psi_n) \cos \chi_m \sin \chi_n \\
&\quad - \cos(\psi_m - \psi_n) \sin \chi_m \cos \chi_n - j \sin(\psi_m - \psi_n) \sin \chi_m \sin \chi_n > \\
&= \frac{1}{2}G_{mn} < I(\cos(\psi_m - \psi_n)(\cos \chi_m \cos \chi_n + \sin \chi_m \sin \chi_n) + j \sin(\psi_m - \psi_n)(\cos \chi_m \sin \chi_n + \sin \chi_m \cos \chi_n)) \\
&\quad + Q(\cos(\psi_m + \psi_n)(\cos \chi_m \cos \chi_n - \sin \chi_m \sin \chi_n) - j \sin(\psi_m + \psi_n)(\cos \chi_m \sin \chi_n - \sin \chi_m \cos \chi_n)) \\
&\quad + U(\sin(\psi_m + \psi_n)(\cos \chi_m \cos \chi_n - \sin \chi_m \sin \chi_n) + j \cos(\psi_m + \psi_n)(\cos \chi_m \sin \chi_n - \sin \chi_m \cos \chi_n)) \\
&\quad + V(-j \sin(\psi_m - \psi_n)(\cos \chi_m \cos \chi_n + \sin \chi_m \sin \chi_n) - \cos(\psi_m - \psi_n)(\cos \chi_m \sin \chi_n + \sin \chi_m \cos \chi_n)) > \\
&= \frac{1}{2}G_{mn} < I(\cos(\psi_m - \psi_n) \cos(\chi_m - \chi_n) + j \sin(\psi_m - \psi_n) \sin(\chi_m + \chi_n)) \\
&\quad + Q(\cos(\psi_m + \psi_n) \cos(\chi_m + \chi_n) + j \sin(\psi_m + \psi_n) \sin(\chi_m - \chi_n)) \\
&\quad + U(\sin(\psi_m + \psi_n) \cos(\chi_m + \chi_n) - j \cos(\psi_m + \psi_n) \cos(\chi_m - \chi_n)) \\
&\quad + V(-j \sin(\psi_m - \psi_n) \cos(\chi_m - \chi_n) - \cos(\psi_m - \psi_n) \sin(\chi_m + \chi_n)) >
\end{aligned}$$

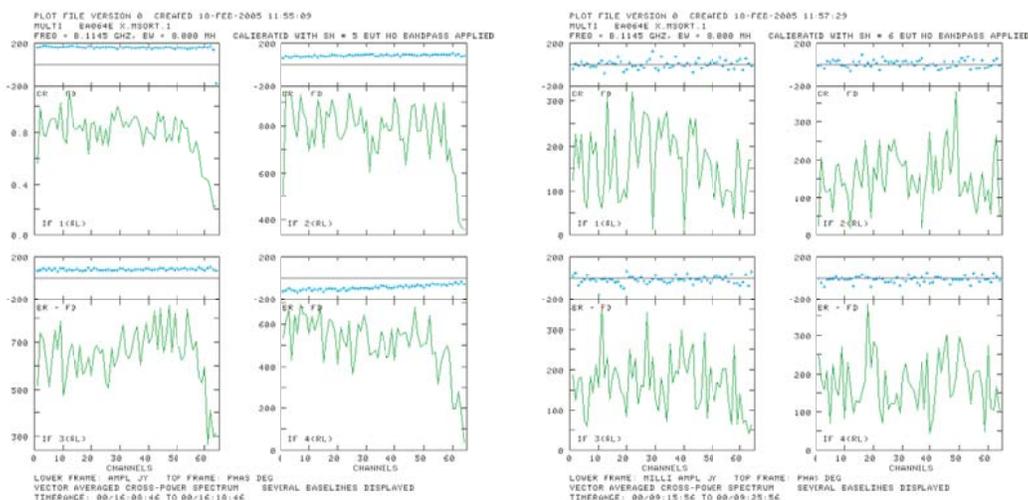
付録 (c.2): データリダクションのフローチャート (VLBA 偏波観測編)



付録 (c.3): データリダクション時のチェック項目 (VLBA 偏波観測編)

● L-R 間の遅延検出 (VLBACPOL / CROSSPOL) のチェック

右回り偏波と左回り偏波の間には大気、装置等により遅延差を持つ。大部分は右回り偏波どうしおよび左回り偏波どうして相関に対して行うフリンジ検出により取り除けるが、若干は残留する。このように、右回り偏波と左回り偏波の間に遅延が残留するとコヒーレンス損失を生み好ましくなく、VLBACPOL もしくは CROSSPOL により右回り偏波と左回り偏波間のフリンジを検出することにより除去する。較正が上手くいっているかどうかのチェックは、右回り偏波どうしおよび左回り偏波どうしのフリンジ検出チェックと同様に task “POSSM” で周波数に対する位相傾斜の有無を確認することでチェックできる。例として VLBA の 8 GHz 観測結果を示す。



左の4つが、較正以前の較正天体での task “POSSM” での出力結果 (横軸周波数、縦軸振幅および位相の図) で、右の4つが較正天体で求めた右回り偏波と左回り偏波の間の遅延を用いて較正された後の観測天体でのそれである (位相のばらつきは天体信号の SNR によるものである)。較正前は周波数に対して若干の位相傾斜を持っていたものが、較正をかけることにより位相がフラットになり、周波数方向に積分してもコヒーレンス損失を生まなくなる。

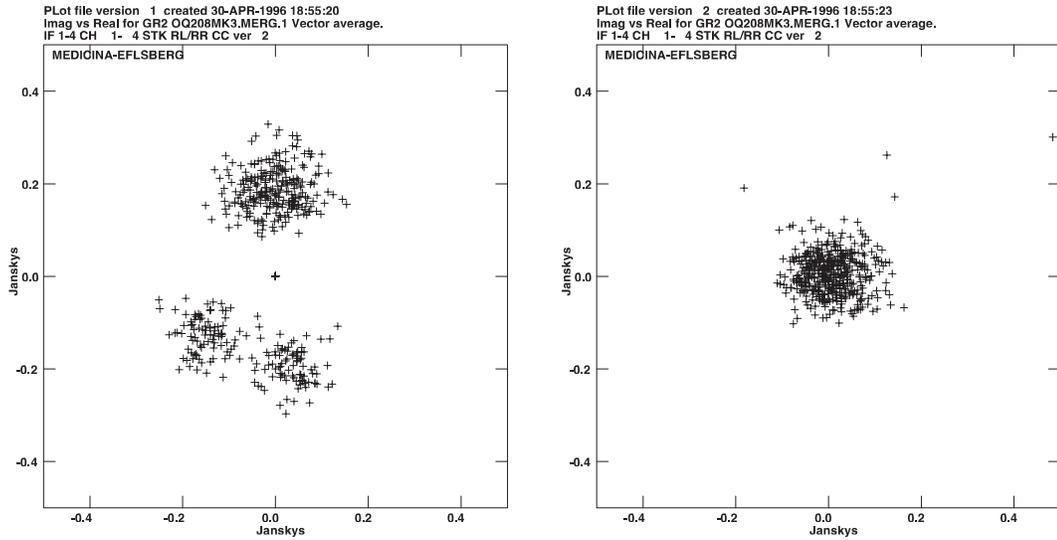
● 装置の偏波特性の較正 (PCAL / LPCAL) のチェック

現状 AIPS を用いたデータ較正プロセスにおいて、装置の偏波特性の較正が上手くいっているのか、いないのかを知る手段は非常に限られている。一つの方法は、偏波特性のわかっている天体をいくつも観測して、それらの結果を総合的に判断して最適化されているかどうかを調べる方法である。この方法では貴重な観測時間の多くが較正天体の観測に費やされてしまいもったいない (較正天体でもイメージを得ることができるくらい uv トラックを回す必要があるから)。

一方で現実的な方法は複素空間上で “RL/RR” 等を描画してチェックする方法がある (描画に使用する task は “VLOT”)。今任意の基線の “RL/RR” は式 (C.19) より

$$r'_{R_1 L_2} / r'_{R_1 R_2} \propto M_{12} e^{-2j\psi_2} + D_{R_1} e^{-j(\psi_2 - \psi_1)} + D_{L_2}^*$$

と書ける。ここに、 M_{12} は天体の偏波成分に起因する信号である。また、 ψ の項は parallactic angle を表し、時間変化をする項である。上式を注意深く眺めてみると、parallactic angle の効果が右辺の 3 項のいずれにも異なった依存性で表れていることがわかる。今仮に天体の偏波成分が無視できるほど小さいとすると、上式は $D_{L_2}^*$ を中心に半径 D_{R_1} の円を描くことがわかる。例として、EVN で行われた OQ 208 の観測例を示す。



左側の図が装置の偏波特性の較正前の状態で、右側が較正後のものである。較正を行う前、ヴィジビリティは円上に分布しているように見えるが、較正を行った後には原点を中心に分布している ($r'_{R_1 L_2}(\mathbf{Q}, \mathbf{U}) = 0$)。ただ、この例として示した EVN のケースでは装置の偏波特性が 20 % くらいあるのだが、VLBA では装置の偏波特性が 2 % 以下と非常に精度よく作り込んであるために、“VPLLOT” で描画して視覚的に確かめることが難しい。そのために VLBA で行う偏波観測において、偏波特性の較正を確認する際には、このようにヴィジビリティをプロットした際に D-term の較正後ではデータ点の散らばりが小さくなっていれば較正がされているのだろうと判断するといったイメージの方が正しい。

Appendix D

参考となる教科書、文献

References

- [1] 安居院 猛、中嶋 正之、1986、「FFT の使い方 << エレクトロニクス選書 >> 006」、秋葉出版、ISBN 4-87184-006-9
- [2] 日野 幹雄、1977 「スペクトル解析」、朝倉書店、ISBN 4-254-12511-9
- [3] 高橋 富士信、近藤 哲朗、高橋 幸雄、1977 「ウェーブサミット講座 VLBI 技術」、オーム社、ISBN 4-274-07852-3
- [4] Bevington, P. R. and Robinson, D. K. 2003, "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences", Mc Graw Hill, ISBN 0-07-247227-8
- [5] Christiansen, W. N. and Högbom, J. A. 1987, "Radio Telescope (second edition)", Cambridge University Press, ISBN 0-521-34795-5
- [6] Mangum, J. G. and Radford, S. J. E. (eds.) 2000, "Imaging at Radio through Submillimeter Wavelengths", ASP Conf. Ser. 217, ASP, ISBN 1-58381-049-8
- [7] Nayfeh, M. H. and Brussel, M. K. 1985, "Electricity and Magnetism", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-82985-4
- [8] Rohlfs, K. and Wilson, T. L. 2000, "Tools of Radio Astronomy", Springer, ISBN 0941-7834
- [9] Rybicki, G. B. & Lightman, A. P. 1979, "Radiative Processes in Astrophysics", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-82759-2
- [10] Spiegel, M. R. (中野 實 訳) 1974 「マグロウヒル大学演習シリーズ フーリエ解析」, McGraw-Hill, ISBN 4-89501-228-X
- [11] Taylor, G. B., Carilli, C. L., and Perley R. A. (eds.) 1999, "Synthesis Imaging in Radio Astronomy II", ASP Conf. Ser. 180, ASP, ISBN 1-58381-005-6

- [12] Thompson, A. R., Moran, J. M., and Swenson Jr., G. W. 2001, "Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy Second Edition", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-25492-4
- [13] Zensus, J. A., Diamond, P. J., and Napier, P. J. (eds.) 1995 "Very Long Baseline Interferometry and the VLBA", ASP. Conf. Ser. Vol.82, ASP, ISBN 1-866733-02-3
- [14] AIPS Cook Book, NRAO, <http://www.cv.nrao.edu/aips/cook.html>

Appendix E

よく使われる物理定数、変換係数

定数	記号	値
真空中の光速	c	$2.99792458 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
真空中の透磁率	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$	$1.2566370614 \dots \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$
真空中の誘電率	$\epsilon_0 = (4\pi)^{-1} c^{-2} 10^7$	$8.854187817 \dots \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
万有引力定数	G	$6.673(10) \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
プランク定数	h	$6.62606876(52) \times 10^{-34} \text{ J s}$
素電荷	e	$1.602176462(63) \times 10^{-19} \text{ C}$
電子質量	m_e	$9.10938188(72) \times 10^{-31} \text{ kg}$
陽子質量	m_p	$1.67262158(13) \times 10^{-31} \text{ kg}$
中性子質量	m_n	$1.67492716(13) \times 10^{-31} \text{ kg}$
原子質量単位	u	$1.66053873(13) \times 10^{-27} \text{ kg}$
ボルツマン定数	k	$1.3806503(24) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
太陽質量	M_\odot	$1.9891(4) \times 10^{30} \text{ kg}$
太陽半径	R_\odot	$6.955 \times 10^8 \text{ m}$
太陽光度	L_\odot	$3.84(1) \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$
太陽半径での銀河回転速度	V_\odot, Θ_0	$2.20(20) \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$
太陽・銀河中心間の距離	D_\odot, R_0	$8.5(5) \text{ kpc} = 2.47(15) \times 10^{20} \text{ m}$
地球質量	M_e	$5.97370 \times 10^{24} \text{ kg}$

年	$1 \text{ y} = 3.15569258 \times 10^7 \text{ s} = 365.24219 \text{ d}$
恒星年	$3.15581498 \times 10^7 \text{ s} = 365.25636 \text{ d}$
日	$1 \text{ d} = 86400 \text{ s}$
平均恒星日	$23\text{h}56\text{m}04.090524\text{s}$
天文単位	$1 \text{ AU} = 1.49597870 \times 10^{11} \text{ m}$
光年	$1 \text{ ly} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m}$
パーセク	$1 \text{ pc} = 3.085677582 \times 10^{16} \text{ m} = 3.2616 \text{ ly}$
ラジアン	$1 \text{ rad} = 2.0626480625 \times 10^5 \text{ arcsec}$
ジャンスキー	$1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} = 10^{-23} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$
1 J	$10^7 \text{ erg} = 6.24150974 \times 10^{18} \text{ eV} =$ $1.509190496 \times 10^{33} \text{ Hz} = 5.03411762 \times 10^{22} \text{ cm}^{-1} = 7.242964 \times 10^{22} \text{ K}$
1 Hz	$6.62606876 \times 10^{34} \text{ J} = 3.335640952 \times 10^{-11} \text{ cm}^{-1} = 4.799238 \times 10^{-11} \text{ K}$
1 cm^{-1}	$1.98644544 \times 10^{-23} \text{ J} = 2.99792458 \times 10^{-10} \text{ Hz} = 1.4387752 \text{ K}$
1 K	$1.3806503 \times 10^{-23} \text{ J} = 2.0836644 \times 10^{10} \text{ Hz} = 6.950356 \times 10^{-1} \text{ cm}^{-1}$